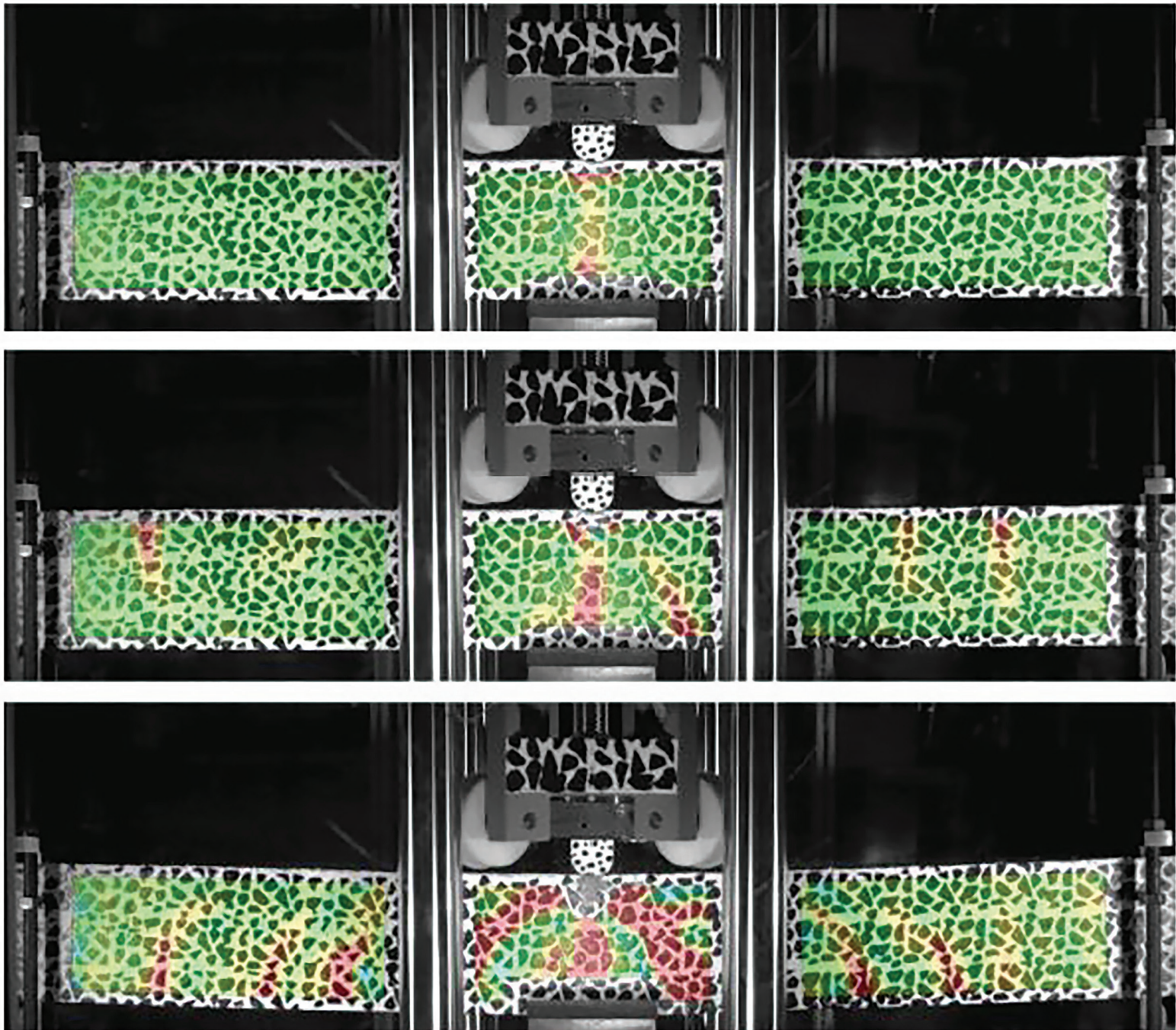


# H A

## HORMIGÓN y ACERO

REVISTA CUATRIMESTRAL DE **ACHE** ASOCIACIÓN ESPAÑOLA DE INGENIERÍA ESTRUCTURAL

Enero - Agosto 2024 | Volumen 75 - Número 302/303

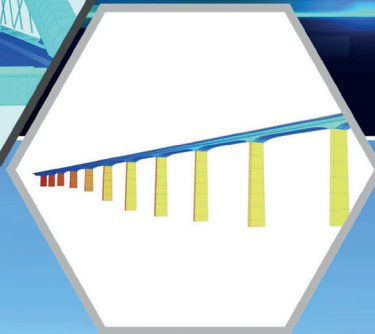
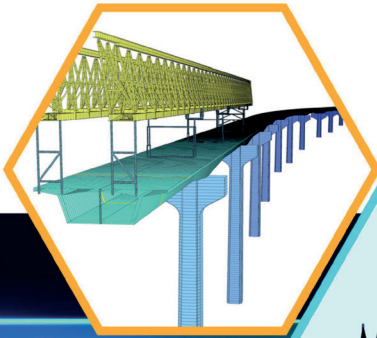




# SOFiSTiK

NEW VERSION

- Composite Bridges: Plastic ULS design checks
- Dynamic Analysis of Railway Bridges
- Pushover Analysis for RC Bridge Piers
- Improvements for Bridge Modelling in SOFIPLUS
- Rebar Modeler with 3D Reinforcement
- Improved User Experience in the SBIM



## BRIDGE DESIGN



2024  
The Street Viaduct, Los Angeles | Photo: Tobias Petschke

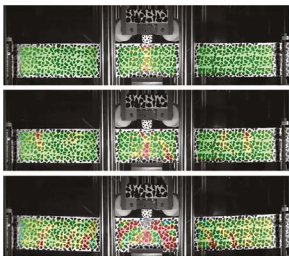


FOTO DE PORTADA: Crack pattern evolution during the impact tests at various stages.

## CONSEJO EDITORIAL:

### DIRECTOR:

Gonzalo Ruiz López (ETSI CAMINOS, C. y P. – UCLM, Ciudad Real, España)\*

### SUBDIRECTOR:

Julio Sánchez Delgado (FHECOR, Madrid, España)\*

### SECRETARIO:

Dorys C. González Cabrera (E. POLITÉCNICA SUPERIOR – Universidad de Burgos, Burgos, España)\*

### EDITOR JEFE:

Valentín Alejándrez Piñuela (CINTER, Madrid, España)\*

### ASESOR EDITORIAL:

José Manuel Ráez Cano (SCIDOC, Madrid, España)\*

### VOCALES:

Víctor Alvaro Benítez (LEONHARDT, ANDRÄ UND PARTNER BERATENDE INGENIEURE VBI AG, Stuttgart, Alemania)

Juan Luis Bellod Thomas (CESMA INGENIEROS, Madrid, España)

Héctor Bernardo Gutiérrez (ACHE, Madrid, España)

Ángel Castillo Talavera (ISTITUTO E. TORROJA – CSIC, Madrid, España)

Héctor Cifuentes Bulté (ETS INGENIERÍA – Universidad de Sevilla, Sevilla, España)\*

Antoni Cladera Bohigas (UNIVERSIDAD DE LAS ISLAS BALEARES, Palma, España)

David Fernández Montes (ETSI CAMINOS, C. y P. – UPM, Madrid, España)

Luisa María Gil Martín (ETSI CAMINOS, C. y P. – UGR, Granada, España)

Beatriz Martín Pérez (UNIVERSITY OF OTTAWA, Ottawa, Canadá)

Pedro Miguel Sosa (ETSI CAMINOS, C. y P. – UPV, Valencia, España)

Alejandro Pérez Caldentey (FHECOR, Madrid, España)

Lisbel Rueda García (ICITECH – UPV, Valencia, España)

Jacinto Ruiz Carmona (MECANISMO INGENIERÍA, Madrid, España)

Abraham Sánchez Corriols (CONSULTOR INDEPENDIENTE, Stuttgart, Alemania)

Álvaro Serrano Corral (MC 2 ESTUDIO DE INGENIERÍA, Madrid, España)

Juan Antonio Sobrino Almunia (PEDELTA CANADA INC., Toronto, Canadá)

Carlos Thomas García (ETSI CAMINOS, C. y P. – Universidad de Cantabria, Santander, España)

\* Miembro del Comité de Redacción

## CONSEJO ASESOR CIENTÍFICO\*\*

António Adão da Fonseca (UNIVERSIDADE DO PORTO, FACULDADE DE ENGENHARIA, Oporto, Portugal)

Antonio Aguado de Cea (ETSI CAMINOS, C. y P. – UPC, Barcelona, España)

Pilar Alaejos Gutiérrez (CEDEX, Madrid, España)

M<sup>a</sup> Carmen Andrade Perdrix (CIMNE, Madrid, España)

Ángel Aparicio Bengoechea (ETSI CAMINOS, C. y P. – UPC, Barcelona, España)

José M<sup>a</sup> Arrieta Torrealba (PROES, Madrid, España)

Miguel Ángel Astiz Suárez (Carlos Fernández Casado S.L., Madrid, España)

Gustavo Ayala Milián (INSTITUTO DE INGENIERÍA – UNAM, Coyoacán, México D.F.)

Alex Barbat Barbat (ETSI CAMINOS, C. y P. – UPC, Barcelona, España)

Pilar Crespo Rodríguez (MINISTERIO DE TRANSPORTES, MOVILIDAD Y AGENDA URBANA, Madrid, España)

Paulo J. S. Cruz (UNIVERSIDADE DO MINHO, SCHOOL OF ARCHITECTURE, Guimarães, Portugal)

Luis Fernández Luco (UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES, FACULTAD DE INGENIERÍA, Buenos Aires, Argentina)

Miguel Fernández Ruiz (ETSI CAMINOS, C. y P. – UPM, Madrid, España)

Jaime Carlos Gálvez Ruiz (ETSI CAMINOS, C. y P. – UPM, Madrid, España)

Ravindra Gettu (INDIAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY MADRAS, Chennai, India)

Gian Carlo Giuliani (REDESCO PROGETTI SRL, Milán, Italia)

Enrique González Valle (INTEMAC, Madrid, España)

Paulo R. L. Helene (ESCOLA POLITÉCNICA, UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, São Paulo, Brasil)

José Antonio Llombart Jaques (CONSULTOR INDEPENDIENTE, Madrid, España)

Antonio Mari Bernat (ETSI CAMINOS, C. y P. – UPC, Barcelona, España)

Francisco Millanes Mato (IDEAM, Madrid, España)

Santiago Pérez-Fadón Martínez (FADÓN INGENIERÍA S.L., Madrid, España)

Carlos A. Prato (UNIVERSIDAD NACIONAL DE CORDOBA, Córdoba, Argentina)

António Reis (IST – UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA, Lisboa, Portugal)

Jesús Rodríguez Santiago (ETS DE ARQUITECTURA, UPM, Madrid, España)

José Manuel Roesset (NATIONAL ACADEMY OF ENGINEERING, Washington DC, EE.UU.)

Ana M. Ruiz-Terán (IMPERIAL COLLEGE LONDON, FACULTY OF ENGINEERING, London, Reino Unido)

Juan Sagaseta Albajar (UNIVERSITY OF SURREY, FACULTY OF ENGINEERING AND PHYSICAL SCIENCES, Guildford, Surrey, Reino Unido)

Mike Schlaich (SCHLAICH BERGERMANN UND PARTNER, Stuttgart, Alemania)

Carlos Siegrist Fernández (CONSULTOR INDEPENDIENTE, Madrid, España)

Peter J. Stafford (IMPERIAL COLLEGE LONDON, FACULTY OF ENGINEERING, London, Reino Unido)

\*\* Incluye además a los Presidentes de las Comisiones Técnicas de ACHE

El Consejo Editorial de la revista tiene como misión la definición de la política editorial (estilo de la revista, redacción, normas de presentación de originales, diseño, creación y orientación de las distintas secciones). El Comité de Redacción se constituye como un comité permanente del Consejo Editorial y se encarga de dirigir y supervisar la gestión diaria de la revista, controlar la selección de contribuciones y tomar las decisiones sobre los contenidos que han de conformar cada número de la revista. La función del Consejo Asesor Científico es la de velar por el prestigio científico y técnico de la revista, promoviendo e impulsando su difusión internacional.

Una descripción más amplia puede consultarse en [www.hormigonyacero.com](http://www.hormigonyacero.com)

ÍNDICES Y SERVICIOS DE INFORMACIÓN: *Hormigón y Acero* está indexada en las bases de datos siguientes: Emerging Sources Citation Index/Web of Science Core Collection (ESCI/WoS) - Journal Citation Reports (JCR) – Scopus - Pascal – InDICES-CSIC – Dialnet-Sumaris – Catálogo Latindex 2.0 – ScienceDirect.

Todos los contenidos se publican como artículos de acceso abierto, bajo la licencia *Creative Commons Reconocimiento-No Comercial-Sin Obra Derivada* (CC BY-NC-ND 4.0). No se admite el uso de los artículos con fines comerciales. Si permite copiar, distribuir e incluir el artículo en un trabajo colectivo (por ejemplo, una antología), siempre y cuando no exista finalidad comercial, no se altere ni se modifique el artículo y se cite apropiadamente el trabajo original.

Ni Cinter Divulgación Técnica ni la Asociación Española de Ingeniería Estructural (ACHE) tendrán responsabilidad alguna por las lesiones y/o daños sobre personas o bienes que sean el resultado de presuntas declaraciones difamatorias, violaciones de derechos de propiedad intelectual, industrial o privacidad, responsabilidad por producto o negligencia. Tampoco asumirán responsabilidad alguna por la aplicación o utilización de los métodos, productos, instrucciones o ideas descritos en el presente material. Aunque el material publicitario se ajusta a los estándares éticos, su inclusión en esta publicación no constituye garantía ni refrendo alguno de la calidad o valor de dicho producto, ni de las afirmaciones realizadas por su fabricante.

ISSN 0439-5689

Publicación cuatrimestral (3 números al año)

[www.hormigonyacero.com](http://www.hormigonyacero.com)

Protección de datos: CINTER DIVULGACIÓN TÉCNICA, S.L. declara cumplir lo dispuesto por la Ley orgánica 15/1999, de 13 de diciembre, de Protección de Datos de Carácter Personal.

Suscripciones y atención al cliente



CINTER DIVULGACIÓN TÉCNICA, S.L.  
C/Doctor Santero, 7, 28039 Madrid (España)  
Teléfono: 913191200  
Correo electrónico: [cinter@cinter.es](mailto:cinter@cinter.es)

Impresa en España por Gráficas Muriel  
Diseño gráfico y maquetación: [mgrafico.com](http://mgrafico.com)

Déposito legal: M-853-1958

Questions on Shear Behavior of Structural Concrete and Answers Provided by Mechanical Models. The Challenge of Performance-Based Shear Design

*Preguntas sobre comportamiento a cortante en hormigón estructural y respuestas aportadas por modelos mecánicos. El reto del proyecto a cortante basado en prestaciones*

Antonio Marí ..... 7

De la evidencia experimental al modelado mecánico y las expresiones de diseño: la Teoría de la Fisura Crítica de Cortante para el diseño frente a cortante.

*From Experimental Evidence to Mechanical Modeling and Design Expressions: The Critical Shear Crack Theory for Shear Design*

Aurelio Muttoni, & Miguel Fernández Ruiz ..... 25

Crítica de la CSCT para los artículos del Código Modelo sobre la resistencia a cortante y su efecto de escala en vigas de hormigón armado

*Critique of Critical Shear Crack Theory for fib Model Code Articles on Shear Strength and Size Effect of Reinforced Concrete Beams*

Abdullah Dönmez, & Zdeněk P. Bažant ..... 41

Sobre el cortante en elementos sin estribos y la aplicación de métodos energéticos a la luz de 30 años de observaciones experimentales

*On Shear in Members Without Stirrups and the Application of Energy-Based Methods in Light of 30 Years of Test Observations*

Evan C. Bentz, & Stephen J. Foster ..... 55

Time-Variation of Shear Forces Affecting the Impact Resistance of Reinforced Concrete Beams

*Influencia de la variación temporal de la ley de esfuerzos cortantes en a resistencia frente a impacto de vigas de hormigón armado*

Gonzalo S.D. Ulzurrun, & Carlos Zanuy ..... 65

Predicción a largo plazo de la resistencia a cortante de vigas de hormigón armado basada en un modelo mecánico considerando la corrosión de la armadura.

*Long-Term Shear Strength of RC Beams Based on a Mechanical Model that Considers Reinforcing Steel Corrosion*

Alejandro Frontera, & Antoni Cladera ..... 79

The Influence of Flexural Reinforcement Yielding on the Shear Strength of Reinforced Concrete Beams with and without Shear Reinforcement

*Influencia de la plastificación del armado a flexión en la resistencia a cortante de las vigas de hormigón armado con y sin armadura de cortante*

Andrea Monserrat López, & Pedro Fco. Miguel Sosa ..... 91

A Study on the Distribution of Shear Forces Between Resisting Mechanisms in a RC Element without Stirrups

*Estudio de la distribución del esfuerzo cortante entre distintos mecanismos resistentes en un elemento de hormigón armado sin armadura transversal*

Alejandro Pérez Caldentey ..... 109

Towards the Development of a Formulation for Obtaining the Shear Strength of Concrete Composite Beams

*Hacia el desarrollo de una formulación para la obtención de la resistencia a cortante de vigas compuestas de hormigón*

Lisbel Rueda García, José Luis Bonet Senach, Pedro Fco. Miguel Sosa, & Miguel Ángel Fernández Prada ..... 119

Comportamiento del hormigón reforzado con fibras de acero conforme a la teoría de corte-fricción

*Behavior of Steel Fibre Reinforced Concrete According to the Shear-Friction Theory*

A. Picazo, J.C. Gálvez, M. G. Alberti, & A. Enfedaque ..... 137

A State-of-the-Art Review of Synthetic Fibres as Shear Reinforcement in Concrete Elements

*Revisión del estado del arte sobre el uso de fibras sintéticas como refuerzo a cortante en elementos de hormigón*

F. Ortiz Navas, Juan Navarro-Gregori, A. Conforti, & P. Serna ..... 147

Numerical Study of the Shear Behavior of Ultra-High-Performance Concrete Beams

*Estudio numérico del comportamiento a cortante de hormigones de muy alta resistencia*

Antonio Martínez-de la Concha, José David Ríos, & Héctor Cifuentes ..... 157

## MIEMBROS PATROCINADORES DE LA ASOCIACIÓN ESPAÑOLA DE INGENIERÍA ESTRUCTURAL (ACHE)

Según los Estatutos de la Asociación existen dos tipos de miembros, uno para personas jurídicas y otro para personas físicas. De entre los primeros, y por la importancia que tienen para la Asociación por su contribución económica, destacan los miembros Patrocinadores y los Protectores. Hasta la fecha de cierre del presente número de la Revista, figuran inscritos como **Miembros Patrocinadores** los que a continuación se indican, citados por orden alfabético:



**ACCIONA INFRAESTRUCTURAS**  
Avda. de Europa, 18  
28108 ALCOBENDAS (MADRID)



ALLPLAN Systems



**ARENAS & ASOCIADOS,**  
INGENIERÍA DE DISEÑO, S.L.P.  
C/ Marqués de la Ensenada, 11 - 3º  
39009 SANTANDER



C/ Jordi Girona 31 - 2º, Edifici TIL-lers  
08034 - BARCELONA



**CALIDAD SIDERÚRGICA**  
C/ Orense, 58 - 10º  
28006 MADRID

**CARLOS FERNANDEZ CASADO, S.L.**  
OFICINA DE PROYECTOS

C/ Orense, 10  
28020 MADRID



**CEDEX (Laboratorio Central)**  
C/ Alfonso XII, 3  
28014 MADRID



**CONSEJO GENERAL COLEGIOS ARQUITECTOS TÉCNICOS**  
Paseo de la Castellana, 155 - 1º  
28046 MADRID



**CYPE INGENIEROS, S.A.**  
Avda. Eusebio Sempere, 5 - Bajo  
03003 ALICANTE



**DRAGADOS, S.A.**  
Avda. Camino de Santiago, 50  
28050 MADRID



**EDARTEC CONSULTORES**  
C/ Manufactura, 4 - Planta 2 - Mod. 3  
41297 MAIRENA DE ALJARAFE (SEVILLA)



**E.T.S. INGENIEROS DE CAMINOS - DPTO. MECÁNICA**  
Ciudad Universitaria, s/n  
28040 MADRID



**FCC CONSTRUCCIÓN, S.A.**  
Avda. Camino de Santiago 40  
28050 MADRID



**FLORENTINO REGALADO INGENIERÍA & ARQUITECTURA S.L.P.**  
C/ Granja de Rocamora, 18  
03015 ALICANTE



**GRUPO MECÁNICA ESTRUCTURAL S.L.**  
C/ Amilcar González Díaz, 18  
38550 ARAFO (SANTA CRUZ DE TENERIFE)



**HILTI ESPAÑOLA, S.A.**  
Avda. Fuente de la Mora, 2 - Edificio I  
28050 MADRID



**INSTITUTO EDUARDO TORROJA**  
C/ Serrano Galvache, 4  
28033 MADRID



**IECA**  
C/ José Abascal, 53 - 2º  
28003 MADRID



**MAMMOET**  
P.I. Los Frailes. Ctra Alcalá de Henares a Daganzo,  
km 9. P 101-106, 28814 DAGANZO (MADRID)



**MEKANO4 INNOVATIVE SOLUTIONS**  
P.I. Can Nadal, Carrer Can Nadal, s/n, Nave 1-A, 08185  
Lliçà de Vall, Barcelona



**OVE ARUP & PARTNERS, S.A.**  
C/ Alfonso XI, 12  
28014 Madrid



**PUENTES Y CALZADAS, GRUPO DE EMPRESAS, S.A.**  
Ctra. de la Estación, s/n  
15888 SIGÜEIRO-OROSO (A CORUÑA)



**RÚBRICA INGENIERÍA Y ARQUITECTURA, S.L.**  
Avda. Hermanos Bou, 246  
12003 CASTELLÓN



**MEMBER OF BASQUE RESEARCH & TECHNOLOGY ALLIANCE**

## MIEMBROS PROTECTORES DE LA ASOCIACIÓN ESPAÑOLA DE INGENIERÍA ESTRUCTURAL (ACHE)

Según los Estatutos de la Asociación existen dos tipos de miembros, uno para personas jurídicas y otro para personas físicas. De entre los primeros, y por la importancia que tienen para la Asociación por su contribución económica, destacan los miembros Patrocinadores y los Protectores. Hasta la fecha de cierre del presente número de la Revista, figuran inscritos como **Miembros Protectores** los que a continuación se indican, citados por orden alfabético:



## CARTA DEL DIRECTOR

Tienes en tus manos, querido lector, un nuevo número especial de *Hormigón y Acero*. Está dedicado al cortante en hormigón estructural, y ha sido editado por David Fernández Montes, que ha hecho un magnífico trabajo solicitando artículos, dirigiendo su revisión y coordinando tanto el número impreso como su presentación pública, que será el martes 12 de marzo por la tarde en la ETSI Caminos, C. y P. de la UPM (Edificio Retiro). El número contiene artículos de muchos de los investigadores españoles que han contribuido a que el fallo por cortante sea mejor comprendido, y a que la normativa sea más sencilla y segura. Aprovecho para agradecer sus artículos y el apoyo continuo que dan a nuestra revista.

El número especial también contiene tres artículos de *Structural Concrete* —traducidos al español— dedicados a la vibrante controversia entre Zdeněk P. Bažant y Aurelio Muttoni sobre la Teoría de la Fisura Crítica de Cortante (CSCT, por sus siglas en inglés), desarrollada por Muttoni y colaboradores e incorporada al Eurocódigo 2. Básicamente, Bažant critica la CSCT por no tener fundamento científico, y la contrapone a su Ley del Efecto de Escala (SEL), basada en el balance energético e incorporada al Código ACI318 de 2019. Ambas teorías explican el efecto de escala determinista en el fallo por cortante en hormigón armado. Sus autores mantuvieron un debate académico que finalmente dio lugar a los artículos que ahora publicamos en español: la crítica a la CSCT por parte de Bažant y la contestación de Muttoni, y también la de Stephen Foster, que se sumó a la apología de la CSCT.

Curiosamente, aunque la SEL y la CSCT se basan en enfoques distintos, ambas convergen en conclusiones

similares. Esto es una buena noticia para aquellos enfocados en aplicar directamente estas formulaciones en el diseño estructural. Sin embargo, muchos querrán desentrañar la verdadera causa del efecto de escala, y a ellos el debate científico contenido en dichos artículos les parecerá apasionante. Por ello hemos decidido publicarlos, para dar a conocer plenamente la controversia y permitir que cada lector pueda enriquecerse con ella y sacar sus conclusiones.

Hay otros números especiales en preparación: sobre el legado de Jörg Schlaich a la ingeniería estructural en España, editado por Juanjo Jorquera; sobre el comportamiento de estructuras de hormigón frente a explosiones, editado por Alejandro Pérez Caldentey; y un número dedicado a Toni Marí y Hugo Corres, que coordinan al alimón Jesús Bairán y Julio Sánchez Delgado. Asimismo, estamos en contacto con los responsables de la remodelación del Estadio Santiago Bernabéu para preparar un número monográfico sobre dicha obra. Esperamos igualmente poder publicar una selección de los artículos que se presenten al próximo Congreso ACHE de Granada, y animamos desde aquí a que sea un evento con gran participación y con artículos de mucha calidad.

Te invitamos a sumergirte en este número especial y a participar en los próximos eventos y ediciones. Estamos seguros de que encontrarás en ellos una fuente de conocimiento, inspiración y avances en el campo de la ingeniería estructural.

**Gonzalo Ruiz**

DIRECTOR DE HORMIGÓN Y ACERO

## CARTA DEL EDITOR ASOCIADO

Este número 302 de la revista *Hormigón y Acero* ha sido preparado entre los años 2020 y 2023 con el objetivo de dar visibilidad a las actualizaciones y diferencias a nivel normativo, así como a las investigaciones realizadas relativas al esfuerzo cortante en hormigón en los últimos años.

El enfoque dado al documento es intencionadamente amplio, con una componente práctica dirigida claramente a proponer soluciones a los problemas de los proyectistas, y otra de mayor complejidad orientada más a quien quiera profundizar en los fenómenos físicos, en los distintos modelos y en temas de seguridad. En este sentido, se trata de un número que pretende complementar de alguna forma el estado del arte y la historia de la investigación relativa al esfuerzo cortante hasta la segunda década de este siglo y en el cual se pueden consultar los antecedentes más significativos de los últimos avances.

El primer artículo, cuyo autor es Toni Marí, máxima referencia internacional en el estudio y la investigación del esfuerzo cortante en elementos de hormigón armado, da sentido y engloba a la perfección el propósito del número. En dicho artículo, tras contemplar los recientes avances en el desarrollo de los modelos mecánicos, se incluye el planteamiento de varias preguntas sobre el diseño y comportamiento frente a esfuerzo cortante en elementos de hormigón armado, aparentemente sin una respuesta lógica desde el punto de vista prestacional, y el planteamiento de posibles respuestas basadas en la mecánica estructural. Asimismo, incluye, como anexo, un ejemplo útil y didáctico de dimensionamiento de una viga de hormigón armado frente a esfuerzo cortante considerando el modelo basado en la contribución de la cabeza de compresiones (CCCM) desarrollado por Toni Cladera, Toni Marí, Jesús Bairán, Carlos Ribas, Noemí Duarte y Eva Oller.

Los tres siguientes artículos, los cuales han sido extraídos de la revista *Structural Concrete* y traducidos al idioma español, incluyen la exposición de la Teoría de la Fisura Crítica (CSCT) y de la Ley del Efecto Escala (SEL) como bases teóricas para el diseño de elementos de hormigón armado frente a esfuerzo cortante. Es un orgullo poder contribuir a la divulgación de dichos artículos, cuyo contenido es de interés sumo en la comunidad científica

internacional y fuente de discusión y consecuente avance en el conocimiento.

Adicionalmente, se incluyen cuatro estudios sobre modelos e investigaciones experimentales recientes sobre la influencia de aspectos específicos como impacto, corrosión y la plastificación del armado a flexión en la capacidad a cortante de elementos de hormigón armado con y sin armadura transversal.

Además, hemos querido completar este número con cuatro artículos que versan sobre el comportamiento frente a esfuerzo a cortante en vigas compuestas así como en elementos estructurales de hormigón reforzado con fibras sintéticas (SYFRC), con fibras de acero (SFRC) y con fibras de acero de ultra altas prestaciones (UHPFRC), cuyo estudio y aplicación ha sido objeto de interés creciente en los últimos diez años.

Quiero agradecer al Consejo Editorial y, en especial, a su director, Gonzalo Ruiz, por regalarme este encargo y quiero dar las gracias a los veinte (20) autores de los ocho (8) artículos, a los dieciocho (18) revisores y a los cuatro (4) traductores por su generosidad y excelente contribución para la consecución de este trabajo. Quiero también pedirles, a todos ellos, perdón por la tardanza en llegar hasta el punto actual, de la cual ciertamente me siento responsable.

Finalmente, quiero agradecer a David Fernández-Ordoñez, secretario general de la *fib* (*International Federation of Structural Concrete*), por facilitarnos el permiso para traducir al español y poder publicar los tres artículos solicitados que ya fueron publicados en la revista *Structural Concrete* en su idioma original. Por condicionantes formales de publicación en este número, adicionalmente hemos traducido una de las referencias surgidas a partir de la controversia generada. Más allá de esta referencia, otros artículos fueron editados con posterioridad, los cuales invitamos encarecidamente a nuestros lectores a consultar.

David Fernández Montes  
EDITOR ASOCIADO



# Questions on Shear Behavior of Structural Concrete and Answers Provided by Mechanical Models. The Challenge of Performance-Based Shear Design

## *Preguntas sobre comportamiento a cortante en hormigón estructural y respuestas aportadas por modelos mecánicos. El reto del proyecto a cortante basado en prestaciones*

Antonio Marí <sup>a\*</sup>

<sup>a</sup> Professor. Department of Civil and Environmental Engineering Polytechnic University of Catalunya. Barcelona, Spain

Recibido el 17 de noviembre de 2022; revisado el 19 de abril de 2023, aceptado el 20 de abril de 2023

### ABSTRACT

The shear behavior and strength of reinforced and prestressed concrete structures are difficult to predict due to the complex resistant mechanisms that are mobilized and the different types of failure that can occur. This has given rise to many of the simplified formulations previously developed for shear calculation being empirical in nature, which lack a clear theoretical basis and they do not provide qualitative information on structural behavior. Therefore, performance-based design becomes difficult using such types of formulations. In this paper, some questions about shear behavior and design are raised, apparently without an immediate answer from the performance point of view, and possible answers based on structural mechanics are provided. The physical phenomena that determine the shear behavior, the resistant mechanisms that are developed, the fundamental parameters that govern them, to what extent they influence and how they are contemplated in some simplified formulations are analyzed. The importance of mechanical models is raised and some examples of how these models can be naturally adapted to multiple project situations, evaluation and reinforcement of existing structures are shown.

KEYWORDS: Shear, structure, strength, reinforced concrete, performance-based design, mechanical models, assessment.

©2024 Hormigón y Acero, the journal of the Spanish Association of Structural Engineering (ACHE). Published by Cinter Divulgación Técnica S.L. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons (CC BY-NC-ND 4.0) License

### RESUMEN

El comportamiento y la resistencia a esfuerzo cortante de estructuras de hormigón armado y pretensado resultan de difícil predicción por los complejos mecanismos resistentes que se movilizan y las distintas formas de rotura que pueden producirse. Ello ha dado lugar a que muchas de las formulaciones simplificadas previamente desarrolladas para cálculo a cortante sean de carácter empírico, sin un claro fundamento teórico, y no proporcionen información cualitativa sobre comportamiento estructural, lo que dificulta el proyecto basado en prestaciones. En este artículo se plantean algunas preguntas sobre diseño y comportamiento a cortante, aparentemente sin una respuesta lógica desde el punto de vista prestacional, y se aportan posibles respuestas basadas en la mecánica estructural. Se analizan los fenómenos físicos que determinan el comportamiento a cortante, los mecanismos resistentes que se desarrollan, los parámetros fundamentales que los gobiernan, en qué medida influyen y como son contemplados en algunas formulaciones simplificadas. Se plantea la importancia de los modelos mecánicos y se muestran algunos ejemplos de cómo estos modelos pueden adaptarse de forma natural a múltiples situaciones de proyecto, evaluación y refuerzo de estructuras existentes.

PALABRAS CLAVE: Cortante, estructuras, resistencia, hormigón armado, proyecto basado en prestaciones, modelos mecánicos, evaluación.

©2024 Hormigón y Acero, la revista de la Asociación Española de Ingeniería Estructural (ACHE). Publicado por Cinter Divulgación Técnica S.L. Este es un artículo de acceso abierto distribuido bajo los términos de la licencia de uso Creative Commons (CC BY-NC-ND 4.0)

\* Persona de contacto / Corresponding author:  
 Correo-e / e-mail: [antonio.mari@upc.edu](mailto:antonio.mari@upc.edu) (Antonio Marí)

How to cite this article: Marí, A. (2024) Questions on Shear Behavior of Structural Concrete and Answers Provided by Mechanical Models. The Challenge of Performance-Based Shear Design, *Hormigón y Acero* 75(302-303): 7-24. <https://doi.org/10.33586/hya.2023.3116>

### NOTATION

$a$	shear span,	$d$	effective depth of the cross-section.
$b$	width of the cross-section.	$d_0$	effective depth of the cross-section, $d$ , but not less than 100 mm
$b_{v,eff}$	effective width of T shaped cross sections for shear strength	$f_{cc}$	concrete compressive strength, in general
$b_w$	width of the web on T, I or L beams. For rectangular beams $b_w = b$	$f_{cd}$	design value of concrete compressive strength
		$f_{ck}$	characteristic compressive strength of concrete

$f_{cm}$	mean compressive strength of concrete	$P$	prestressing force after total losses
$f_{ct}$	concrete tensile strength, in general	$V_{cu}$	contribution of the concrete to the shear strength of a member
$f_{cm}$	mean tensile strength of concrete, in MPa	$V_{Ed}$	design shear force in the section considered
$f_{ywd}$	design yield strength of the shear reinforcement	$V_{Rd}$	design shear resistance of the member
$h$	overall depth of a cross-section	$V_{Rd,max}$	design value of the maximum shear force which can be sustained by the member
$h_f$	height of the compression flange in T, I or L beams.	$V_{su}$	contribution of the shear reinforcement to the shear strength of a member
$s$	distance from the considered section to the point of zero bending moment	$V_u$	Shear strength computed according to a theoretical model
$s_t$	spacing of the stirrups	$\alpha$	angle between shear reinforcement and the longitudinal beam axis
$s_{cr}$	location of the section where the critical shear crack starts	$\alpha_{cw}$	coefficient taking account the state of the stress in the struts
$x$	neutral axis depth of the cracked section	$\alpha_E$	modular ratio, $\alpha_E = E_s/E_{cm}$
$x_0$	neutral axis depth of a PC member considering $P = 0$	$\nu_1$	strength reduction factor for concrete cracked in shear
$y$	vertical coordinate in section analysis	$\theta$	angle between the concrete compression strut and the beam longitudinal axis
$z$	inner lever arm corresponding to the bending moment	$\rho_l$	longitudinal tensile reinforcement ratio referred to the effective depth $d$ and the width $b$ .
$A_c$	area of concrete cross section	$\sigma_{cp}$	concrete compressive stress at the centroidal axis due to axial loading and/or prestressing
$A_s$	area of mild reinforcement	$\sigma_x$	concrete normal stress, in the longitudinal x axis
$A_{sw}$	cross-sectional area of the shear reinforcement	$\sigma_y$	concrete normal stress, in the vertical y axis
$A_{sw,min}$	minimum cross sectional area of shear reinforcement	$\sigma_1$	concrete principal tensile stress
$E_s$	modulus of elasticity of reinforcing steel	$\sigma_2$	concrete principal compressive stress
$K_{ad}$	shear strength amplification factor in non-slender beams	$\tau$	concrete shear stress
$K_c$	is equal to the relative neutral axis depth, $x/d$ , but not greater than 0.20	$\zeta$	size effect factor
$K_\tau$	shear stresses integration constant		
$M_{cr}$	cracking moment at the section where shear strength is checked		
$M_E$	concomitant bending moment		
$N_E$	concomitant axial or prestressing force		

## 1. INTRODUCTION

The current trend in structural design codes is to allow the designer, under his/her responsibility, to adopt hypotheses or use design equations, based on theoretical principles or test results, other than those proposed or explicitly accepted in the code, provided that the required levels of safety, functionality and durability are satisfied. This is called "Performance-based design (PBD)" and, in order to carry out such type of design, it is necessary to clearly understand the structural behavior, to identify the variables that govern it and to what extent they do so, among other aspects.

In the case of shear design, the phenomena that take place are of considerable complexity and it is not immediate to take them into account in formulations intended for design, which must necessarily be simple and at the same time capture the most important phenomena with a certain degree of conservatism. For this reason, in many design codes, empirical formulas developed adjusting mathematical functions to experimental results, have been often adopted. Despite being a good approach in design phases, these formulas are essentially a black box in unforeseen situations, what is an important limitation for performance-based design.

Numerical methods are currently available that rigorously simulate the complex phenomena affecting the shear behavior and strength. However, despite the enormous advances made in this field, they are still limited in engineering practice to particular cases or for research tasks, where they can help to

verify some hypothesis or may be used as simulators of physical experiments, in order to perform parametric studies.

In between empirical and numerical models are the mechanical models, based on the principles of the structural mechanics of reinforced concrete, that try to capture the experimentally observed behavior. The best-known case is that of the Ritter and Mörsh truss analogy [1], [2] which simulates the behavior of a reinforced beam cracked in shear by means of a system of distributed struts and ties, in equilibrium with external loads. Although there are some aspects of shear behavior not considered in this model, it has been the basis of the shear design methods for beams with shear reinforcement for more than a century, thanks to its mechanical nature.

Because of their genesis, mechanical models provide an insight into the physics of the problem and allow expressions to be derived, in which the governing parameters of the shear behavior appear naturally with its corresponding weight. In addition, they allow to capture contributions or aspects usually not accounted for in the design phase, but which may be relevant in the evaluation of existing structures. The ability to adequately capture the influence of the different parameters allows for justifiable simplifications, limiting the errors made. As a result, formulations can be derived that are sufficiently simple but accurate at the same time, to serve in the design stage of new structures, and for evaluation and strengthening of existing structures. Moreover, its extrapolation or adaptation to new situations of geometry, materials or loads, is straightforward by accounting for the differential aspects of the case under study.

This paper aims to show how mechanical models may contribute to the understanding of some aspects of the shear behavior and strength of structural concrete members. For this purpose, the most relevant phenomena affecting the shear behavior, the shear transfer actions developed and the behavior under increasing load up to failure are briefly described. Next, a classification of the mechanical models is made based on how they address the previously mentioned aspects, emphasizing on those methods based on the contribution of the uncracked compression chord as main shear transfer action. A series of questions about aspects of shear behavior and design often not sufficiently well understood, are posed and possible answers are given, based on how the "Multi-action Shear Model" (MASM) [3], [4] and its simplification, the "Compression Chord Capacity Model" (CCCM) [5] face the shear design. Subsequently, in order to demonstrate the accuracy and robustness of these mechanical models, comparisons between their predictions with the results of 3295 shear tests on a large variety of members with different geometry, reinforcement arrangements, types of loading and materials, are made.

## 2. RELEVANT ASPECTS OF THE SHEAR BEHAVIOR OF CONCRETE STRUCTURES

The complexity of the shear behavior of reinforced and pre-stressed concrete structures can be associated to the low tensile strength of concrete, to the presence of combined normal and shear stresses and to the quasi-brittle nature of concrete. Consequences of these phenomena are, among others:

- The inclination of the principal stresses, and thus, the formation of diagonal cracks, which deeply modify the stresses fields and the flow of forces in the concrete (cracking-induced anisotropy), and give place to the so-called shear-flexure interaction.
- The influence of the multiaxial state of stresses on concrete strength. As a consequence, the verification of the concrete strength using the uniaxial compressive strength (adopted in design) must be reduced or enhanced as a function of the orthogonal principal stress, as it occurs in concrete struts but also in uncracked concrete zones. Such effect can be quantified through biaxial failure envelopes.
- The reduction of the mean shear stress,  $\tau_m$ , resisted by a beam,  $\tau_m = V/(bd)$ , as the beam dimensions increase, known as "size effect". A transition from nearly ductile behavior in small concrete structures to nearly brittle behavior in large ones takes place due to the material heterogeneity which causes the fracture process zone to be long and non-negligible compared to the cross-section size.
- The enhancement of the shear strength of a beam as the ratio between the shear span and the effective depth decreases, as it occurs in deep beams and in beams subjected to concentrated loads applied near the supports. In those cases, the lower value of  $a/d$ , the higher the shear that can be resisted
- The favorable effects of the confinement introduced by stirrups in the concrete compressed chord, producing on it a multi-axial state stress. Likewise, the transverse rein-

forcements contribute to reducing the risk of failure due to sliding in inclined cracks.

- The possible spalling of the concrete cover, longitudinal cracking and loss of anchorage of the longitudinal reinforcement in members subjected to strong shear forces, in which high bond stresses are produced due to the variation of its tensile force in longitudinal bars.

The aforementioned phenomena are accounted for, to a greater or lesser extent, through different shear resistant mechanisms. According to ASCE-ACI Committee 445 [6], the shear strength in a RC beam is provided by the following contributions (see Figure 1):

- The shear resisted by the un-cracked concrete chord  $V_c$ , which is subjected to normal and shear stresses due to shear forces, axial forces and bending moments. The maximum shear force resisted is associated to the state of principal stresses that reaches a point of the concrete biaxial failure envelope.
- The shear transferred along the cracks,  $V_w$ , which is composed by the residual stresses that can be transferred across the crack and by the force transferred through aggregate interlock.
- The shear resisted directly by the transverse reinforcement,  $V_s$ , crossing the critical crack
- The shear resisted by the longitudinal reinforcement,  $V_l$ , subjected to differential displacements of the two opposite faces of the inclined crack, called dowel action.

In general, the four above mentioned main shear transfer actions are grouped into two, called the concrete contribution  $V_{cu}$ , considered as the sum of  $V_c$ ,  $V_w$  and  $V_l$  and the steel contribution  $V_{su}$ :

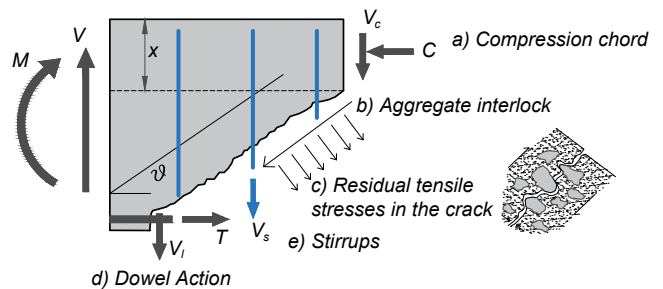


Figure 1. Shear transfer actions

There is a general consensus in the value of  $V_s$ , that can be derived from the well-known truss model. However, there are relevant differences in the value assigned to the concrete contribution  $V_c$  in different codes of practice, as the relative contribution of each shear transfer action may change along the loading process due to cracking and softening of concrete under multiaxial state of stresses, yielding of the reinforcement, bond slip and other nonlinear phenomena.

As the load increases, localization of damage takes place and concentrates in a critical crack, whose width increases; hence, shear transferred by aggregate interlock and the residual stresses crossing the crack tend to reduce. Then, shear stresses concentrate around the neutral axis, and enter into the uncracked concrete chord, that will be subjected to a multiaxial stress state consisting of at least normal compression and shear stresses.

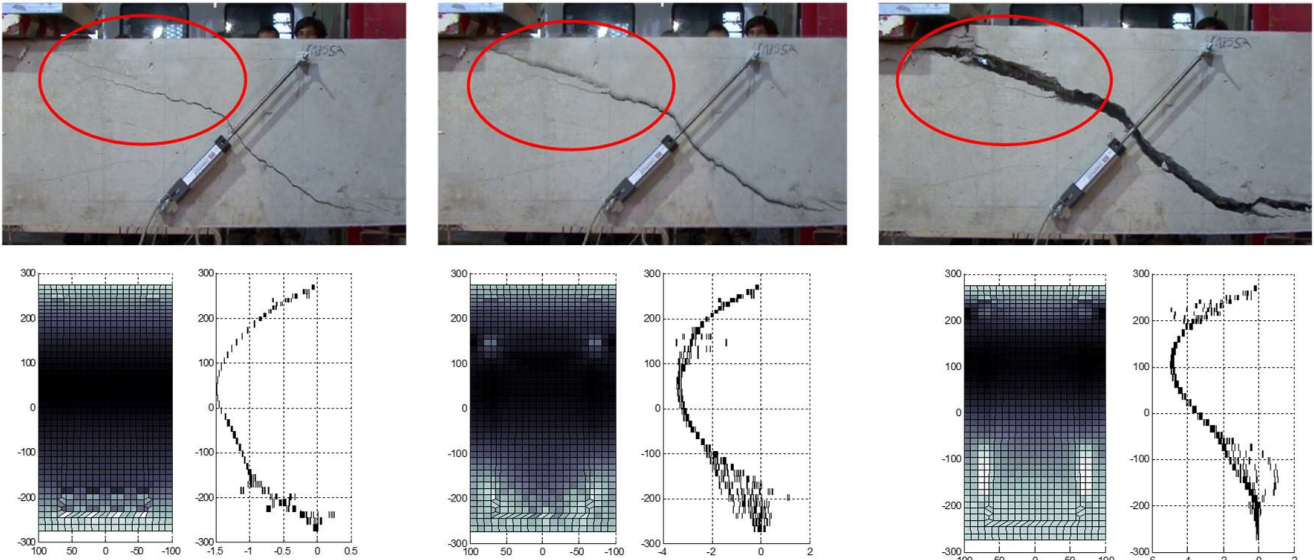


Figure 2. Evolution of cracking and shear stresses in a beam without shear reinforcement [7].



Figure 3. Shear web failures. Left: diagonal tension. Right: by web struts crushing [10].

Eventually, a second branch of the critical crack develops above the neutral axis through the compression chord, in the point that first reaches the concrete strength under multiaxial stresses state, initiating softening of its shear transfer capacity.

Figure 2 shows the typical evolution of the shear stresses in a reinforced concrete section, in the elastic, cracked and ultimate stages under increasing loading driving to a shear-flexural- failure, obtained through computer program Total Interaction Nonlinear Sectional Analysis (TINSA), developed by Bairán [7].

At the same time, tensile shift in the longitudinal reinforcement increases, which may produce bond cracks in the bottom reinforcement. If premature bond failure does not take place, failure of the element will be controlled by the shear capacity of the compression chord as it is the last element that typically initiates softening. A detailed analysis of the shear transfer actions in reinforced concrete was done by Cavagnis *et al.* [8], using Digital Image Correlation. Bairán *et al.* [9] also performed an analysis of the shear resisting actions by means of optimization of strut and tie models according to crack patterns.

Other types of failure can take place, such as it occurs in prestressed pretensioned members without or with very low shear reinforcement ratio, in regions without flexural cracks. In those cases, failure usually occurs when the principal stresses at a point in the web reach the strength of the concrete un-

der the biaxial state of stress (Figure 3.a). A diagonal crack is generated in the web that extends towards the tension and compression heads.

Finally, in elements with high amount of shear reinforcement, and thin webs, failure may occur due to excessive compression in the compressed struts (Figure 3, right).

### 3. BRIEF DESCRIPTION OF SOME SELECTED MECHANICAL SHEAR MODELS

A number of available mechanical models, grouped according to the assumptions made, to the shear transfer mechanism considered dominant and to the way the size effect is treated, are briefly described. Among the many existing models, for the sake of simplicity and space, only a selected number of them are mentioned next

#### 3.1. Models based on aggregate interlock, theory of plasticity or fracture mechanics

The Modified Compression Field Theory (MCFT), developed by Vecchio and Collins in 1986 [11], is a general model for

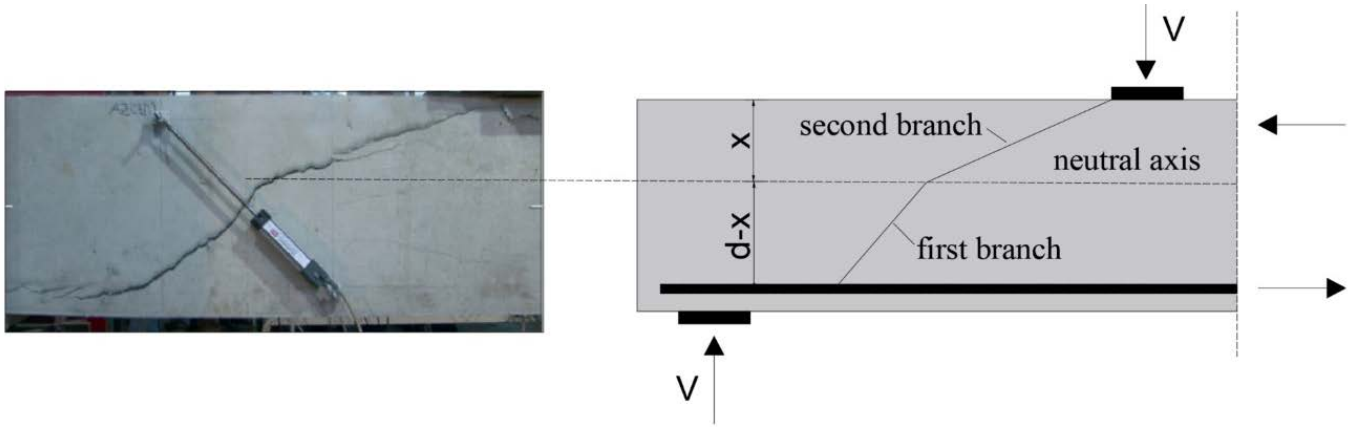


Figure 4. Assumed shape of the critical shear crack.

bidimensional elements subjected to shear and normal stresses. The equilibrium equations, the compatibility conditions, and the constitutive equations of cracked concrete and reinforcement enable to obtain, through an iterative process, the average stress, the average strain and the angle  $\theta$  of inclination of the cracks for any load level up to failure. Failure of the RC element is rather governed by the local stresses occurring at a crack. This method was adopted by the Canadian code CSA (1994) [12] and the AASHTO (2000) [13], after some modifications made by Bentz *et al* [12].

The Critical Shear Crack Theory, (CSCT), by Muttoni and Fernández-Ruiz [15] assumes that the shear strength of members without stirrups is considered to be strongly dependent on the critical shear crack width (which is considered proportional to the longitudinal strain at a distance  $0.6d$  of the most compressed fiber, in a defined critical section), and on its roughness. The maximum aggregate size is an explicit parameter affecting the reduction of shear capacity due to size effect [16]. After some modifications this method was included as part of the Model Code 2010 provisions [17].

The Critical Shear Displacement Model developed by Yang, Walraven and Ujil [18], propose that the unstable opening of the critical inclined crack is triggered when the shear displacement in an existing flexural crack reaches a critical value  $\Delta_{cr}$ . Thus the critical shear displacement is used as a failure criterion, and based on that a new shear evaluation method was proposed.

The above-mentioned models adopt the previous works made by Walraven [19] in 1981, to estimate the shear stresses along shear cracks.

Based on the Theory of Plasticity, Nielsen [20], stated in 1984 that once the stirrups yield, increasing shear force can only be carried by increasing the compression stress  $\sigma_c$  which at the same time rotates to smaller angles  $\theta$ . According to this theory, shear failure occurs either due to yielding of the stirrups or crushing of concrete in the web of the element. Direct applications of the Theory of plasticity are the Strut and Tie Method, Schlich *et al.* [21] and the variable angle strut method adopted by Eurocode EC2 [22], both for D regions and for B regions, assuming that no contribution of concrete exists. Reineck [23] proposed a method based on the Strut and Tie models applicable to beams without stirrups, considering that the concrete ties represent the shear resisting actions developed in the beam after diagonal cracking.

Bazant and Kim [24] developed a model considering concrete as a quasi-brittle material, since it possesses a large fracture process zone relative to its crack size. They proposed a structural size effect law to describe the quasi-brittle nature of concrete according to non-linear fracture mechanics, which captures the transition from the results obtained using Linear Elastic Fracture Mechanics (LEFM) and a plastic size criterion. This size effect model has been adopted in the last version of the ACI 318-19 [25], [26]. Another well-known model based on non-linear fracture mechanics is the Fictitious Crack Model, developed by Hillerborg [27]. Recently, Carmona and Ruiz [28] studied through fracture mechanics the influence of bond between the reinforcing bars and the concrete matrix and the size effect on the evaluation of shear strength in reinforced concrete members without stirrups.

### 3.2. Models based on the contribution of the uncracked concrete chord

A number of developed models consider the contribution of the compression chord as the main shear transfer action. In general, models based on this approach assume that in slender beams without shear reinforcement under two-point loading, the critical shear crack typically involves two branches, (Figure 4). The opening of the first branch of the critical crack is assumed to be orthogonal to the line of the crack, being the result of a rotation around its tip. The compression zone above the tip prevents any meaningful contribution of shear slip along the crack interface, thus the contribution of aggregate interlock and dowel action are considered small and may be neglected.

Some of the numerous relevant works done in this field are those of Kostovos *et al.* [29], Zararis and Papadakis [30], Tureyen and Frosch [31] and Park *et al.* [32], Li *et al* [33].

Recently, Mari *et al.* [3], [4], proposed the Multi-action Shear Model (MASM), which provides expressions for the contributions of the four shear transfer actions ( $V_u=V_c+V_w+V_t+V_s$ ). As some models previously explained, the MASM considers that the uncracked concrete in flexure is subjected to a multiaxial state of principal stresses ( $\sigma_1, \sigma_2$ ), generated by shear force ( $\tau$ ), longitudinal bending stresses ( $\sigma_x$ ) and vertical stresses ( $\sigma_y$ ) due to local effects, that enhance the shear strength of the region. The effect of the confinement stresses in the uncracked concrete produced by the stirrups is incorporated to  $V_c$ .

A simplification of the MASM, is the Compression Chord Capacity Model (CCCM) developed by Cladera *et al* [5] in which the terms  $V_w$  and  $V_1$ , which according to the assumptions made in [3] are considered much lower than  $V_c$ , are incorporated into the contribution of the uncracked concrete chord,  $V_c$ , resulting in a much simpler formulation. In addition, a new size effect factor was introduced according to Bazant's law, modified after an empirical work performed with genetic programming in [34], to account for the shear slenderness  $a/d$ .

#### 4. DERIVED EQUATIONS OF THE COMPRESSION CHORD CAPACITY MODEL

The most relevant assumptions of the CCCM made are:

- The shear stresses are concentrated in the uncracked compression chord, concrete tensile strength is neglected and the normal compressive concrete stresses distribution is linear.
- The critical shear crack starts at a section where at shear failure, the bending moment reaches the cracking moment of the section.
- The horizontal projection of the critical shear crack is  $0.85d$ , based on experimental observations.
- The weakest section subjected to a combined shear-bending failure is considered to be located at the tip of the first branch of the critical crack, where it reaches the flexural neutral axis
- Failure is assumed to take place when the pair of principal stresses reach the Kupfer's Biaxial Failure Envelope, Figure 15, [35]
- For usual values of  $a/d=M/Vd$ , the critical point inside the compression chord, is located at a vertical distance from the neutral axis  $z=0.425x$ , being "x" the neutral axis depth.

The key equation to obtain the contribution of the concrete chord  $V_c$ , is the following:

$$V_c = \int_0^c \tau(y)b(y)dy = K_\tau \zeta x \sigma_1 \sqrt{1 - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{\sigma_1} + \frac{\sigma_x \sigma_y}{\sigma_1^2}} \quad (1)$$

where

- $\tau(z)$  is the shear stress at a point of the uncracked chord at a distance "z" of the neutral axis,
- x is the neutral axis depth
- $\sigma_1$  is the principal tensile stress
- $\sigma_x$  is the normal longitudinal stress due to bending
- $\sigma_y$  is the normal vertical stress, if it exists
- $K_\tau$  is an integration constant
- $\zeta$  is the size effect factor given by Equation 6 of Table 1

Relating the normal stresses with the internal forces, and setting the equilibrium conditions Eq. (1) can be expressed as a function of the internal forces and the components of the shear transfer actions. Once solved, Eq. (1) provides a solution in which the contribution  $V_c$  is almost a linear function of  $x/d$ . Table 1 shows the main equations governing the shear strength for the CCCM, for beams with rectangular cross section. Note that  $V_{cu}$ , given by Eq. (4) includes, in addition to the compression chord contribution given by Eq. (6), the contributions of the shear actions  $V_w$  and  $V_1$ .

TABLE 1.

Summary of the CCCM equations for beam with rectangular cross section .

Equations	Expressions
Shear strength	$V_{Rd} = V_{cu} + V_{su} \leq V_{Rd,max}$ (2)
Strut crushing	$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z v_1 f_c \frac{\cot\theta + \cot\theta}{1 + \cot^2\theta}$ (3)
Concrete contribution	$V_{cu} = \zeta \frac{x}{d} f_c^{2/3} b d \nless V_{cu,min} = 0.25(\zeta K_c \frac{20}{d_0}) f_c^{2/3} b d$ (4)
Shear reinforcement	$V_{su} = 1.4 \frac{A_{sw}}{s_t} f_{yw} (d-x) \sin\alpha (\cot\theta + \cot\alpha)$ (5)
Factors	Expressions
Size and slenderness effect	$\zeta = \frac{2}{\sqrt{1 + \frac{d_0}{200}}} \left(\frac{d}{a}\right)^{0.2} \nless 0.45$ (6)
Relative neutral axis depth	$\frac{x}{d} = \alpha_E \rho_l \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha_E \rho_l}}\right) \approx 0.75(\alpha_E \rho_l)^{1/3}$ (7)
Crack inclination	$\cot\theta = \frac{0.85 d}{d-x} \leq 2.5$ (8)

Equations included in Table 1 are intended for design purposes, so they are expressed in terms of the design values of the materials strengths ( $f_{cd}$ ,  $f_{ywd}$ ), which incorporate the materials safety coefficients. However, when studying the structural behavior or when predicting tests results, mean values of the materials should be used. Furthermore, it must be pointed out that in the particular case of  $V_{cu}$ , Eq (4),  $V_{cu}$  was originally expressed in terms of the concrete mean tensile strength,  $f_{ctm}$ , (see reference [3] and section 5.8), as follows

$$V_{cu} = \zeta \frac{x}{d} f_{ctm} b d \nless V_{cu,min} = 0.83(\zeta K_c + \frac{20}{d_0}) f_{ctm} b d \quad (9)$$

In the rest of the article, behavioral aspects will be addressed, so the written equations will not include safety coefficients.

The shear directly resisted by the shear reinforcement, given by Eq. (5), was derived considering the summation of the vertical force provided by the stirrups intersected by the first branch of the critical crack. The constant 1.4 in Eq. 5 is not a calibration factor, but a term to take into account the confinement of the concrete in the compression chord caused by the stirrups [3].

It should be noted that no iterations are needed to apply the model both for design or for assessment, since Eq. (4) is the linear solution adjusted to the actual solution of Eq. (1), once solved iteratively.

An example of shear design of a 2-span continuous shoring beam subjected to two concentrated loads at midspan is presented in Annex A1, which can help to better understand the method and the answers given to the questions raised below.

## 5. SOME QUESTIONS ON SHEAR BEHAVIOR OR DESIGN AND ANSWERS PROVIDED BY THE CCCM MECHANICAL MODEL

### 5.1. Why and how much the flexural reinforcement influences the shear strength?

According to CCCM, the shear strength contribution of the concrete chord is the result of the shear stresses in it, which depends on the depth of the compressed block, whose value is given by equation (7) of Table 1. It can be seen that  $x/d$  depends on the  $\alpha_E \rho_l$  term, where  $\rho = A_s/(bd)$  is the geometric

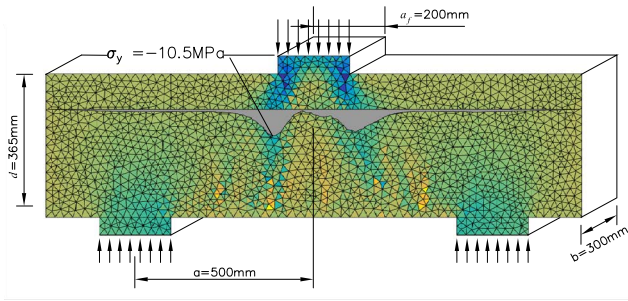


Figure 5. Vertical confining stresses in beams with loads applied near the supports [36].

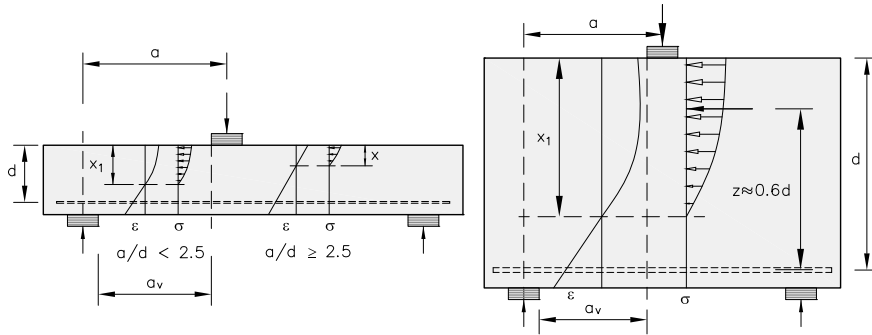
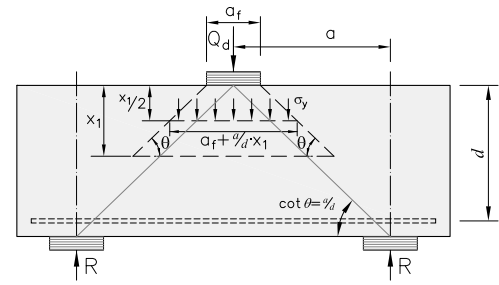


Figure 6. Distributions of stresses and strains in a slender and non-slender beam [36].

amount of longitudinal reinforcement and  $a_E = E_s/E_c$  is the ratio between the Moduli of elasticity of steel,  $E_s$ , and concrete,  $E_c$ . In addition to  $V_c$ , both  $V_l$  and  $V_w$  increase as the amount of longitudinal reinforcement increases, reducing the crack opening and incrementing the dowel action.

In addition, the angle of inclination of the cracks, given by the expression (8) depends also on  $x/d$  and, therefore on  $a_E \rho_l$ . As can be seen, the greater the amount of reinforcement, the greater the  $\cot \theta$ , so the greater the number of stirrups cut by the critical crack and the greater the  $V_{su}$ , as indicated by equation (5). The same conclusion is drawn from the MCFT, and from the simplified equations adopted by the Canadian Standard for the angle of inclination of the cracks.

### 5.2. Why the shear slenderness “ $a/d$ ” influences the shear strength?

The shear slenderness  $a/d$  is a relevant parameter because it influences the stress state of the concrete in the area where shear failure usually occurs

Non-slender beams are considered those in which  $a/d$  is less than 2.5. This situation takes place 1) in deep beams, where arch effect takes place due to the inclination of the compressed chord, 2) in slender beams when there are point loads applied near the supports and confining stresses under the loading plate may enhance the strength of the compression chord. As a consequence, non-slender beams show higher shear strength than slender beams.

How does the CCCM account for these effects?. The following differential aspects of the observed structural behavior are taken in consideration:

- the influence of the vertical stresses produced by the loading plate, on the stress state in the critical point of the uncracked concrete chord. Such confining stresses, in the case of loads close to the supports, affect the state of stresses at

the critical section) and increment the shear capacity of the compression chord, Figure 5, Bairán *et al.* [36]

- the different position and inclination of the critical crack, which due to be located in a disturbed (D) region, runs straight from the inner ends of the bearing and loading plates, resulting in a value  $\cot \theta = a/d$ , see Figure 6. Such value increments the size effect factor of the model (Eq. 6), which is proportional to  $(d/a)^{0.2}$ ;

Solving the fundamental equation (1) for some estimated average value of the vertical stresses,  $\sigma_y$ , see Figure 5, [32], the following expression for the contribution of the uncracked chord under point loads applied near the supports, is obtained as a function of  $\sigma_y$ :

$$V_c = \zeta \frac{x}{d} f_{ct} b d \left( 1 + 0.5 \frac{\sigma_y}{f_{ct}} \right) \quad (10)$$

- the effects of the disturbed distribution of strains and stresses in deep beams or in beams subjected to concentrated loads applied close to the support, which are not planar and modifies the neutral axis depth compared to a slender beam, see Figure 6.

In order to account for the increment of the neutral axis depth as the considered section approaches the support, a parabolic variation of  $c$  is assumed between  $a/d = 2.5$  ( $x_1 = x$ , B-region) and  $a/d = 0$  ( $x_1 = d$ ) as follows:

$$\frac{x_1}{d} = \frac{x}{d} + \left( 1 - \frac{x}{d} \right) \left( 1 - 0.4 \frac{a}{d} \right)^2 \leq 1 \quad (11)$$

As a consequence of these assumptions, the concrete contribution of the uncracked chord,  $V_{cu}$  increases and can be expressed as

$$V_{cu} = \zeta \frac{x}{d} K_{ad} f_{ct} b d \cong 0.3 \zeta K_{ad} f_c^{2/3} b d \quad (12)$$

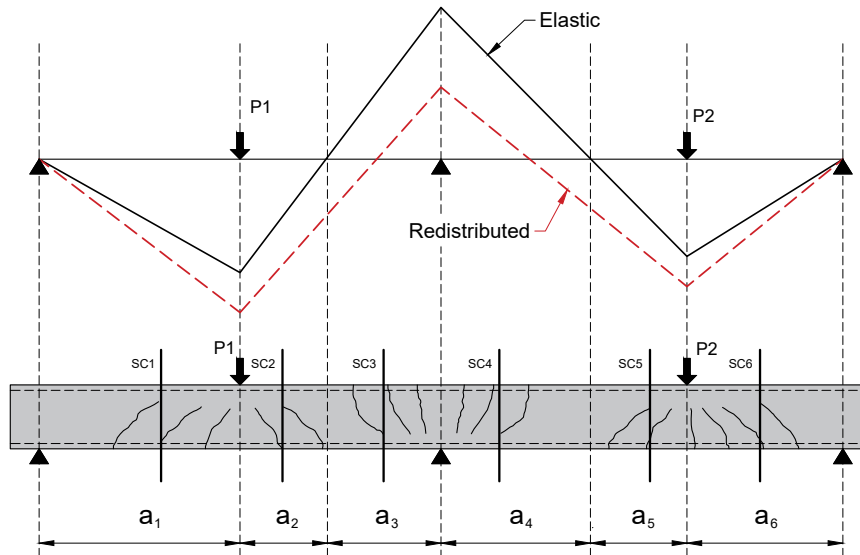


Figure 7. Bending moments law and crack patterns in a two-span RC continuous beam.

Where  $K_{ad}$  is the factor enhancing the concrete contribution:

$$K_{ad} = 1 + \left(2.5 - \frac{a}{d}\right)^2 ; \quad 1 \leq \frac{a}{d} \leq 2.5 \quad (13)$$

### 5.3. Do we distinguish between end supports and intermediate supports when designing a continuous beam for shear?

In continuous beams, the same equations are used for shear design of the zones near the exterior supports (where very low bending moment exists) and near interior supports (with high load bending moments). Therefore, the presence of a bending moment concomitant with the shear force is not explicitly considered.

However, there are aspects of the structural behavior of continuous beams, usually not included in the codes of practice, that may justify such procedure

#### 5.3.1. Effects of the different shear spans in the various shear critical regions

Figure 7 shows the law of bending moments and an approximate diagram of cracking in a continuous beam with two unequal spans, subjected to a point load in the respective spans.

It can be seen that there are three pairs of critical zones with similar behavior, where shear failure can occur: zones  $a_1$  and  $a_6$ , near the end supports, zones  $a_2$  and  $a_5$  between the applied load and the zero bending moment point, and zones  $a_3$  and  $a_4$  around the central support.

As the respective shear spans (the distances from the point of application of the load or reaction to the point of zero moment), at each region the shear strength will also be different. In general, regions  $a_3$  and  $a_4$  have the shorter shear span, and the closer is the applied concentrated load to the support, the smaller is the shear span in such region. Therefore, it is expected that in the central support the shear span is lower than in the zone of positive bending moments and be even  $a/d < 2.5$ .

#### 5.3.2. Effect of yielding of the longitudinal flexural reinforcement on the shear strength

If the longitudinal flexural reinforcement yields in the zones of maximum negative moment, plastic hinges are formed and

redistributions of bending moments and shear forces take place, as shown in Figure 7. Then, the point of zero bending moment becomes closer to the intermediate support, reducing the shear span and even increasing the arch effect (and the shear strength) in that area. Thus, since the design shear force decreases and the shear strength increases, the risk of shear-flexural failure around the central support diminishes.

Does the yielding of the flexural reinforcement reduce the shear capacity in the plastic hinge?. Once the reinforcement yields, its tensile force is limited to  $T = A_s f_{yd}$  and so is the compression force. Therefore, as the load and the plastic rotation increase, the depth of the compressed block decreases, because it is necessary to increment the lever arm, and the width of the critical crack increases, so the contribution of the concrete decreases. Therefore, it is possible that in beams with very ductile sections, shear failure occurs inside the plastic hinge, before a collapse mechanism is formed. This type of shear-bending interaction has been experimentally studied by Vaz *et al.* [37] for simply supported beams and by Montserrat *et al.* [38], [39] for continuous beams.

#### 5.3.3. Effect of local stresses due to point loads or reactions

In zones  $a_1$  and  $a_6$  of Figure 7, subjected to positive moments, the critical crack usually occurs at a sufficiently long distance from the load so that the vertical stresses produced by the load do not affect the state of stresses in the compression chord of the critical section.

However, in the hogging zones of Figure 7 ( $a_2$ ,  $a_3$ ,  $a_4$  and  $a_5$ ), the critical cracks develop near the application of the load or the support reaction, and compression stresses both in the longitudinal and the vertical directions take place in the compression chord, produced by the bending moment and by the applied load or reaction, respectively. These vertical stresses increase the shear strength in this zone, (see section 6.2), similarly to what occurs in punching shear around a column, Mari *et al.* [40]

In order to quantify such confining stresses, a two-span continuous beam loaded with two equal concentrated loads at midspan tested by Bagge *et al.* [41], Figure 8, has been studied, by means of a nonlinear analysis performed with software Diana [42].



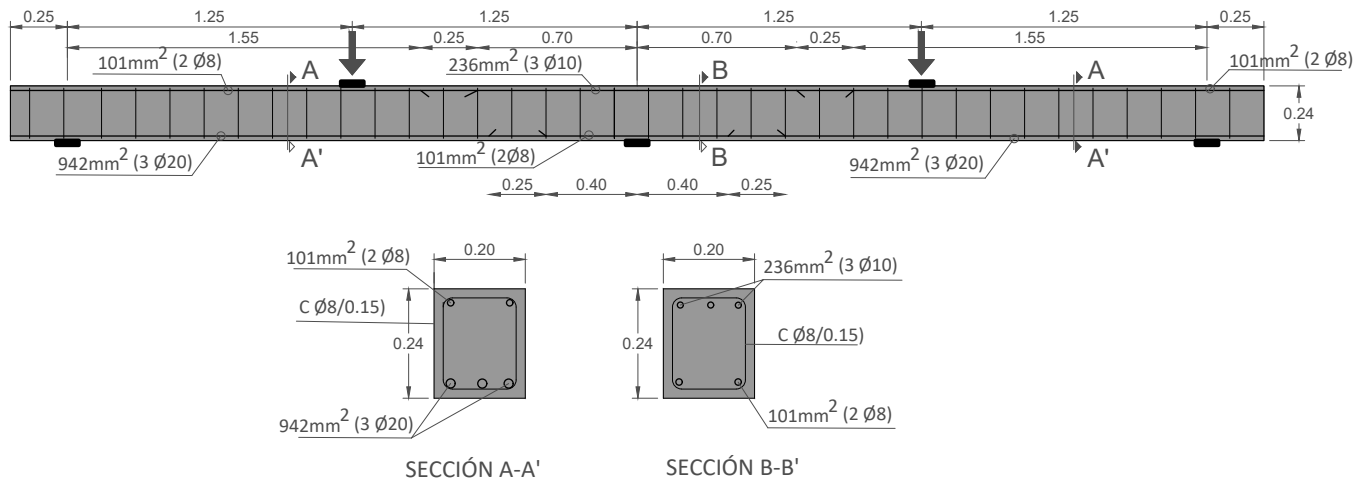


Figure 8. Scheme of the beams tested by Bagge *et al.* [41].

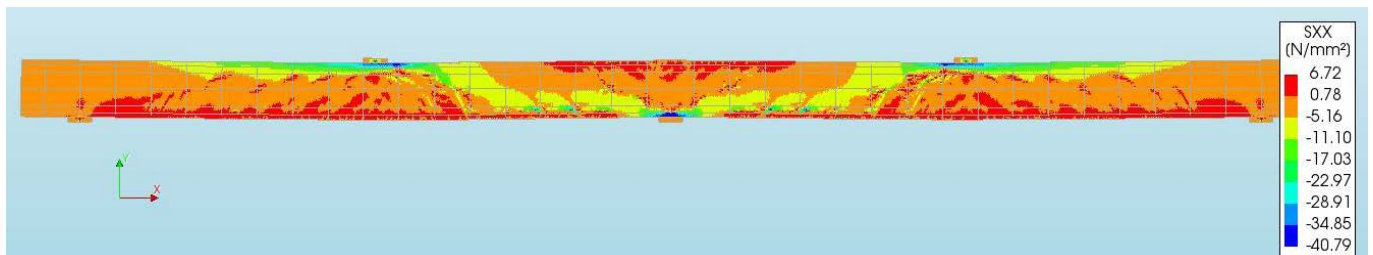


Figure 9a. Normal longitudinal stresses around the central support, near failure.

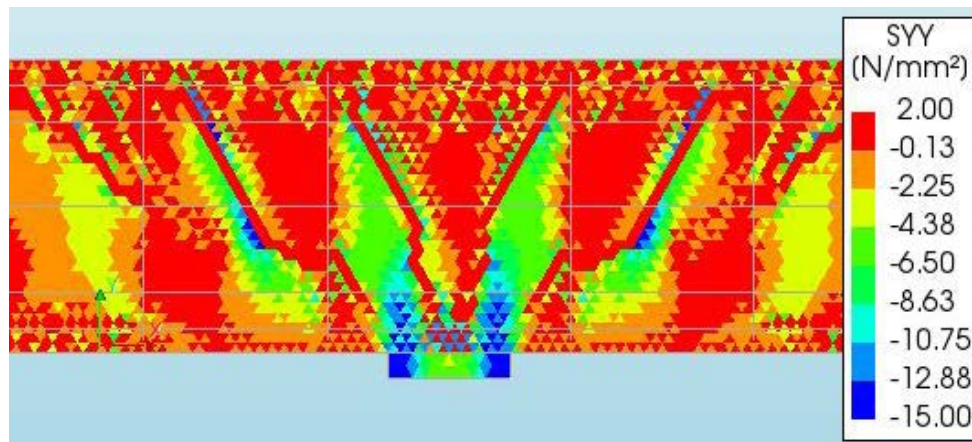


Figure 9b. Normal vertical stresses around the central support, near failure.

The reinforcement and the materials properties of the analyzed beam are:  $A_{s1}=339\text{mm}^2$  ( $3\phi 12$ );  $A_{s2}=A_{s3}=101\text{mm}^2$  ( $2\phi 8$ );  $A_{s4}=942\text{mm}^2$  ( $3\phi 20$ );  $A_{sw}=0.67\text{mm}^2/\text{mm}$  ( $\phi 8$ ,  $st=150\text{mm}$ ).  $f_{cm}=36.4\text{MPa}$ ,  $f_{yt}=536\text{MPa}$ ;  $f_{yw}=657\text{MPa}$ .

Figures 9a and 9b show the normal longitudinal stresses along the whole beam and the vertical normal stresses localized around the central support, respectively.

It can be observed that near the position of the critical point (around mid-height of the compression chord) vertical stresses between 6 and 8 MPa and horizontal stresses in compression chord up to 12-25 MPa take place. According to equation 13, being  $f_c=34.6\text{MPa}$  and  $f_{ct}=3.2\text{MPa}$ , the increment of shear resisted by the concrete in the bottom of the section, due to confinement stresses, around the central support is 93%. The ultimate load experimentally measured was 164 kN while the theoretical studies according to CCCM is 171 kN,

which is 4.2% higher. This could explain why, in usual practice, the transverse reinforcement in the areas of intermediate supports, where negative moments are combined with shear forces, is designed in the same way as in extreme supports, where there is almost no bending moment, without shear resistance problems being revealed.

#### 5.4. Why cantilevers resist more shear than identical simply supported beams? Why cantilevers subjected to distributed load resist more shear than cantilevers subjected to point loads

Perez Caldentey *et al.* [43] tested reinforced concrete slender cantilevers with prismatic and tapered shapes, subjected to point loading, uniform loading, and triangular loading. They concluded that the behavior and shear strength of cantilevers

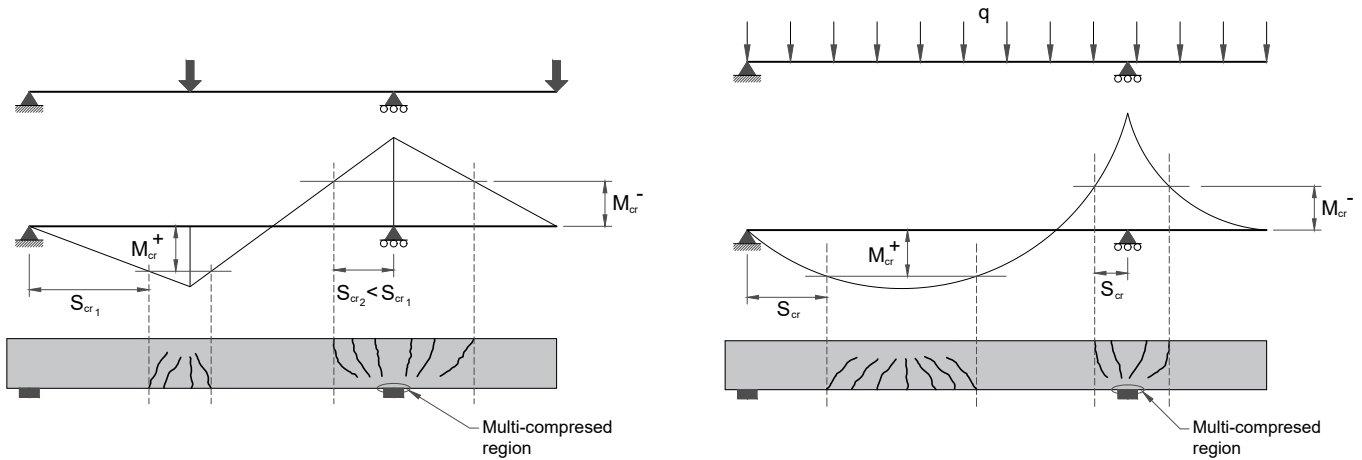


Figure 10. Location of critical section in cantilevers and in simply supported regions.

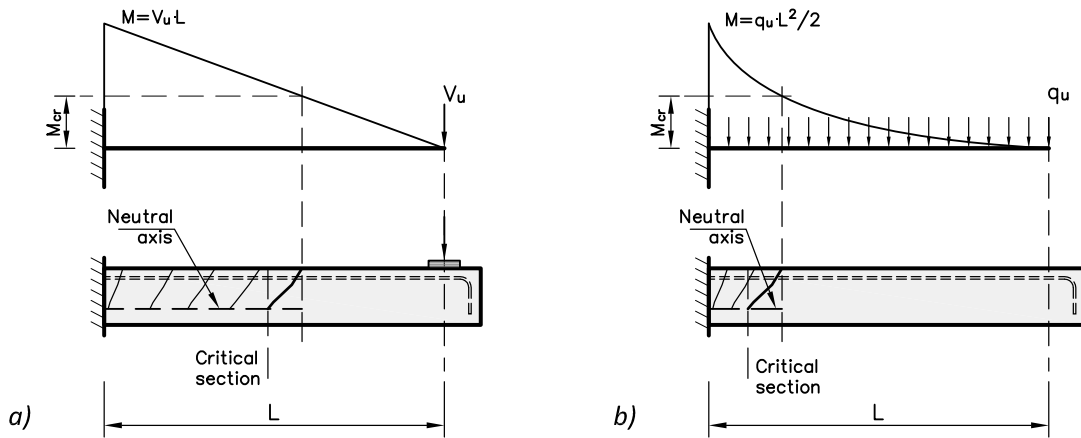


Figure 11. Location of critical section in a cantilever, under concentrated and distributed loading.

are very different from that of simply supported beams subjected to distributed loading, and the type of loading significantly affects the shear strength. For the constant-depth cantilevers tested, the same elements carried 27% more load for uniformly distributed loading than for point loading, and more than 100% for triangular loading than for point loading.

According to the CCCM, the critical shear crack starts from a flexural crack, at a section where the bending moment at shear failure is equal to the cracking moment of the cross section. Then, in the case of cantilevers, the distance from the initiation of the critical shear crack to the support is much lower than in the sagging region, as shown in Figure 10. Therefore, a multi-compression state of stresses is generated around the support and an enhancement of shear strength similar that taking place in continuous beams, occurs.

Similarly, in cantilevers subjected to distributed loading, the critical shear crack starts closer to the support than in the case of a concentrated load (see figure 11), resulting in the same effect.

### 5.5. Why the position of critical shear crack depends on the amount of longitudinal and transverse reinforcements? Which is the importance of such position?

As already mentioned, the higher is the reinforcement ratio, the higher are the shear and flexural strengths. Thus, as

the cracking moment is almost independent of the amount of longitudinal reinforcement, the point where the bending moment law at shear failure equals the cracking moment  $x_{cr}=M(x)/V_u=M_{cr}/V_u$  (where the critical crack starts, according to CCCM), will be closer to the support as the higher is the longitudinal reinforcement because the shear strength is higher.

Furthermore, beams with shear reinforcement have a higher shear capacity than beams without shear reinforcement. Following the same reasoning as before, the critical shear crack in beams with shear reinforcement will be closer to the support than for the same type of beams without shear reinforcement.

The position of the critical crack may be determinant in cases where the anchorage of the longitudinal reinforcement is exclusively provided by bond, as it is the case of prestressed pre-tensioned concrete beams. This is especially relevant in the case that bond strength between the strand and the concrete is low or is reduced by corrosion. In addition, the position of the critical crack indicates the position where, according to CCCM, should be verified the shear strength (control section), placed at a distance  $0.85d$  of the crack initiation in the direction of increasing bending moments. Therefore, it results that in the case of prestressed concrete members, the satisfaction of the shear strength in cracked zones must be done at a higher distance from the support than in the case of reinforced concrete beams.

**5.6. Do a rectangular RC beam and a T beam with the same effective depth and web width resist the same shear?**

According to the linear elastic methods, historically used in structural design, bending is resisted by the tension and compression chords, while shear is taken by the web. However, experimental studies [44–50] have shown that a significant increment in the shear strength of slender RC beams with T-shaped section takes place with respect to beams with equal height, web width and reinforcements amounts, see Figure 12, [44].

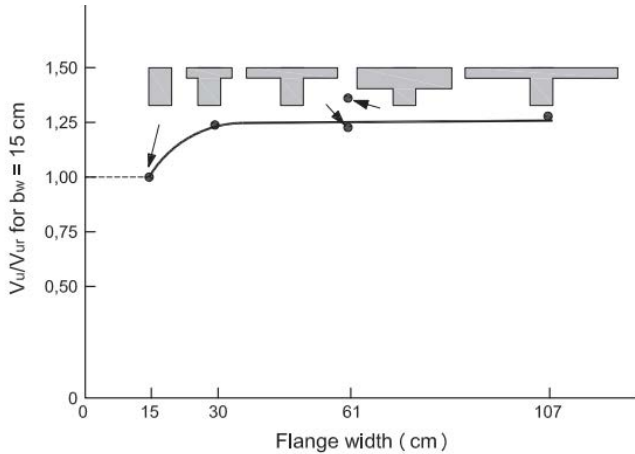


Figure 12. Effects of flanges on shear strength in beams with T-shaped cross section.

In addition, rigorous theoretical and numerical studies [51–52] have confirmed such concentration of shear stresses towards the neighborhood of the crack tip and towards the concrete compression chord, which in T beams is usually located in the flanges. Such stresses extend inside the flanges diminishing its intensity with the distance to the web (see Figure 13), [51].

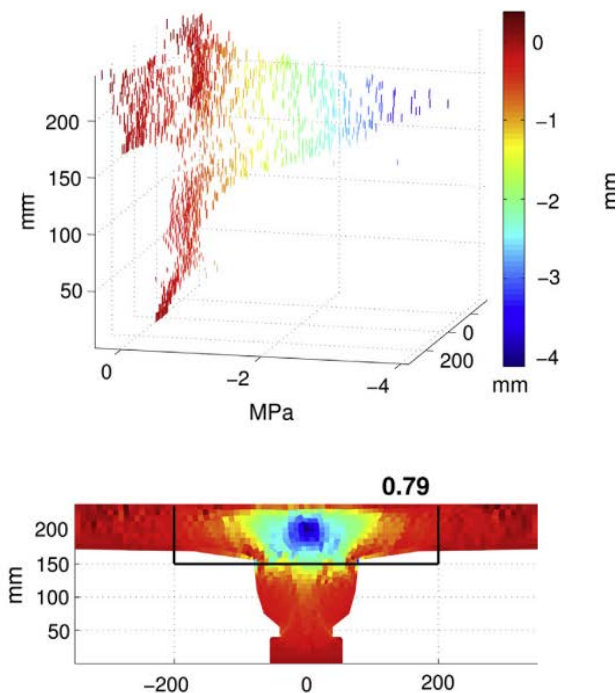


Figure 13. Concentration of shear stresses in the compression chord extending to the flanges [51].

To account for this phenomena in a simplified way, a “Shear effective flanges width” was defined as a flange width that, assuming a constant shear stresses distribution in the transverse direction, would provide the same shear force in the flanges than the actual shear stresses distribution (Figure 14).

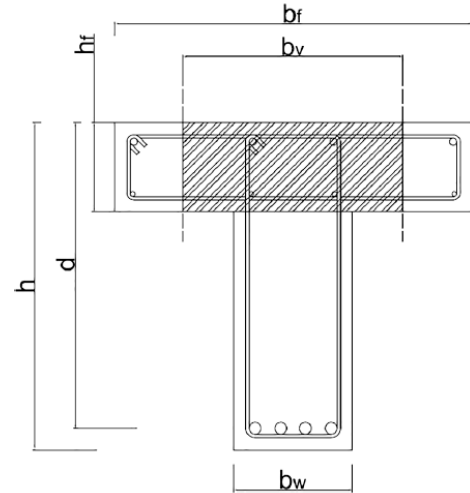


Figure 14. The “shear effective flanges width” in T shaped beams, adopted by the CCCM [49].

Such concept, previously developed [47], was incorporated into MASM and CCCM models by Cladera *et al.* [53]. The proposed value of the flanges effective shear width was obtained by considering that the flow of shear stresses  $f(z) = \tau(z) \cdot b(z)$  has a parabolic profile (section 4), and that the widths of the zones where the shear stresses are integrated depend on the position of the neutral axis with respect to the depth of the flanges, as indicated by Eq. 14a and 14b below:

$$\text{if } x \leq h_f \rightarrow b_{v,eff} = b_w + 2h_f \leq b \tag{14a}$$

$$\text{if } x \leq h_f \rightarrow b_{v,eff} \approx b_w + (b_v - b_w) \left(\frac{h_f}{x}\right)^{3/2} \tag{14b}$$

Other beneficial effects of the T or I sections is the confinement of the concrete in the core between the flanges and the web, provided both by the concrete flanges and by the transverse reinforcement, if present. Such enhancement can be taken into account by the MASM and the CCCM through the normal transverse stress  $\sigma_z$ , as it occurs with the stresses produced by moments tangential to the perimeter of a column in the case of punching shear of flat slabs [40].

Since an accurate assessment of existing bridges and other transportation infrastructures, which are often being built with T-shaped cross section members, requires a realistic evaluation of the structure strength, models that account for the flanges contribution provide a more realistic approach and can be very useful in the assessment of existing structures.

**5.7. Does an axial compression force influence the shear strength to the same extent as a tensile force?. How does prestressing eccentricity influence the shear strength?**

Moderate compressive axial stress increases the depth of the compression block for equilibrium reasons, delays cracking due to the reduction of the principal tensile stresses, and reduces

crack width, and the inclination of the concrete struts (higher  $\cot\theta$ ). Consequently, the contributions  $V_c$ ,  $V_w$  and  $V_s$  increase. This effect is accounted for in the MASM and CCCM models through  $x/d$ , which in turn influences the angle of the cracks, since  $\cot\theta=0.85/(1-x/d)$ . Therefore, the higher the compression axial force, the larger  $x/d$  and larger  $\cot\theta$ . According to Mari *et al* [54], the neutral axis depth in members subjected to an external axial compression “ $N_E$ ” may be obtained by:

$$N_E \geq 0 \rightarrow x = x_0 + 0.80(h-x_0)\left(\frac{d}{h}\right) \frac{\sigma_{cp}}{\sigma_{cp}+f_{cm}} \leq h \quad (15)$$

where  $x_0$  is the neutral axis depth of the element assuming  $N=0$  and  $\sigma_{cp}=N/A$  is the mean compression stress. It is important to note that the ratio  $\sigma_{cp}/f_{ct}$  is decisive in the calculation of  $x/d$  and, therefore, in the shear strength of prestressed concrete members.

In addition, the eccentricity of prestressing increases the shear strength, because the prestressing moment  $P \cdot e$ , is contrary to the moment generated by external loads and, additionally, increments the cracking moment. These effects are accounted for by the MASM and CCCM models, including the prestressing force  $P$  and its eccentricity into the equilibrium equations, in which the cracking moment of the prestressed section is included [54].

Under axial tensile stress, the depth of the compression block is reduced, the cracks are widened, and the angle of inclination of the struts is increased, thus decreasing  $\cot\theta$ . Consequently, the shear strength decreases, as concluded by D. Fernandez *et al.* [55], and Mari *et al.* [56] for beams and by P. Fernandez *et al.* [57] for punching in slabs subjected to in plane tension forces. According to MASM and CCCM models the depth of the neutral axis can be estimated as:

$$N_E < 0 \rightarrow x = x_0 \left(1 + 0.1 \frac{N_E d}{M_E}\right) \geq 0 \quad (16)$$

In addition, under severe axial load, tensile flexural reinforcement may prematurely yield, causing a further reduction of the shear strength, Fernandez *et al.* [57]

### 5.8. How the compressive and tensile concrete strengths influence the shear strength of reinforced and prestressed concrete beams?

Some shear strength equations are expressed in terms of  $f_{cd}$ , others in terms of  $(f_{ck})^{1/3}$  and some in terms of  $(f_{ck})^{1/2}$ , what may

generate confusion. As already mentioned, concrete is subjected to a multi-axial stress state, so its strength in one direction is affected by the stress in the orthogonal direction. For example, according to EC2, in the struts, a reduction factor 0.6 of the uniaxial compressive strength in the struts direction, is used to account for the orthogonal tensile stresses.

In the compression chord, concrete is subjected to a bi-axial compression-tension state of principal stresses and failure starts when at any point the biaxial failure envelope, is reached. The MASM and CCCM adopts the Kupfer and Gerstle failure envelope [35], see Figure 15, assuming the following linear equation for the tension-compression branch.

$$\frac{\sigma_1}{f_{ct}} + 0.8 \frac{\sigma_2}{f_{cc}} = 1 \quad (17)$$

Therefore, according to Eq. (17), both compression and tension concrete strengths influences the strength of the compression chord.

From Eq. (17), the principal tensile and compression stresses can be expressed as indicates Eq. (18), where the terms inside the parenthesis are the reduction factors due to the orthogonal stresses:

$$\sigma_1 = \left(1 - 0.8 \frac{\sigma_2}{f_{cc}}\right) f_{cc} ; \quad \sigma_2 = 1.25 \left(1 - \frac{\sigma_1}{f_{ct}}\right) f_{cc} \quad (18)$$

Therefore, the MASM/CCCM fundamental equation (1) could be expressed indistinctly in terms of the tensile strength  $f_{ct}$  or in terms of the compressive strength  $f_{cc}$ , accounting for the respective reduction factor due to the orthogonal stresses.

### 5.9. Why mechanical shear models that consider different dominant shear transfer actions provide similar shear strength?

Figure 16, [54] shows the typical experimentally obtained load-displacement curve of a beam subjected to shear. In multiple tests, it has been observed that after the second branch of the critical crack develops, the load capacity generally does not significantly increase further, as softening of the concrete in the compression zone, which is subjected to both compressive and shear stresses, begins. This behavior has also been reported by other researchers in tests of notched specimens designed to study mixed-mode crack propagation through reinforced concrete, [59] shown in Figure 16. In fact, the last phase of crack propagation, when the crack changes its trajectory and gets

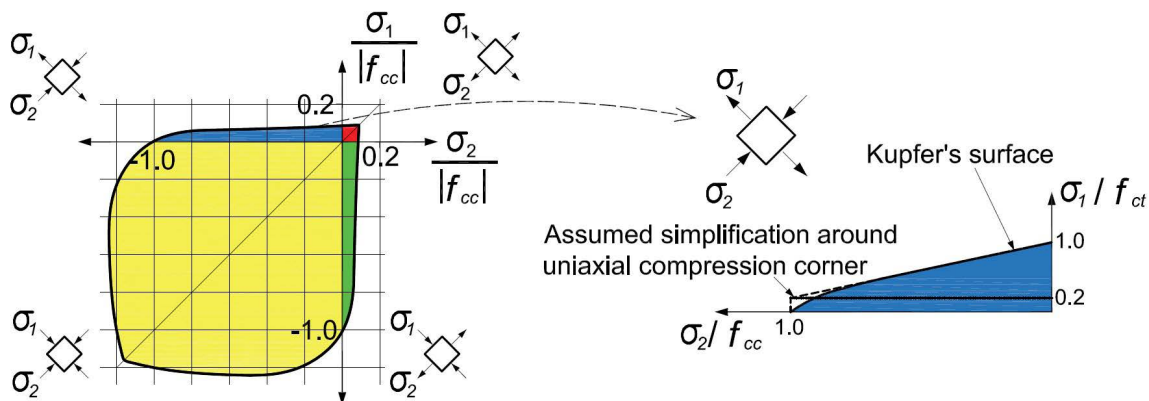


Figure 15. Kupfer and Gerstle biaxial failure envelope adopted.

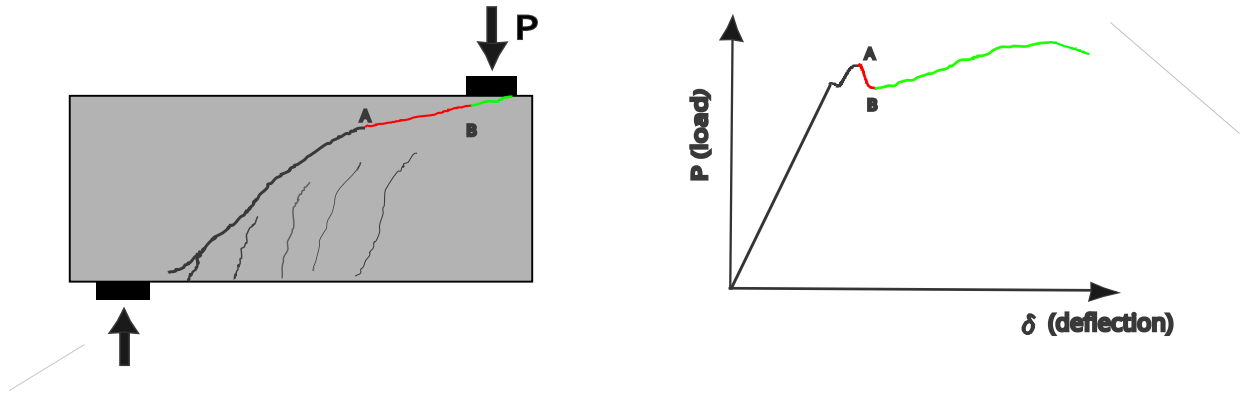


Figure 16. Load-displacement curve, crack propagation, and shear capacity models.

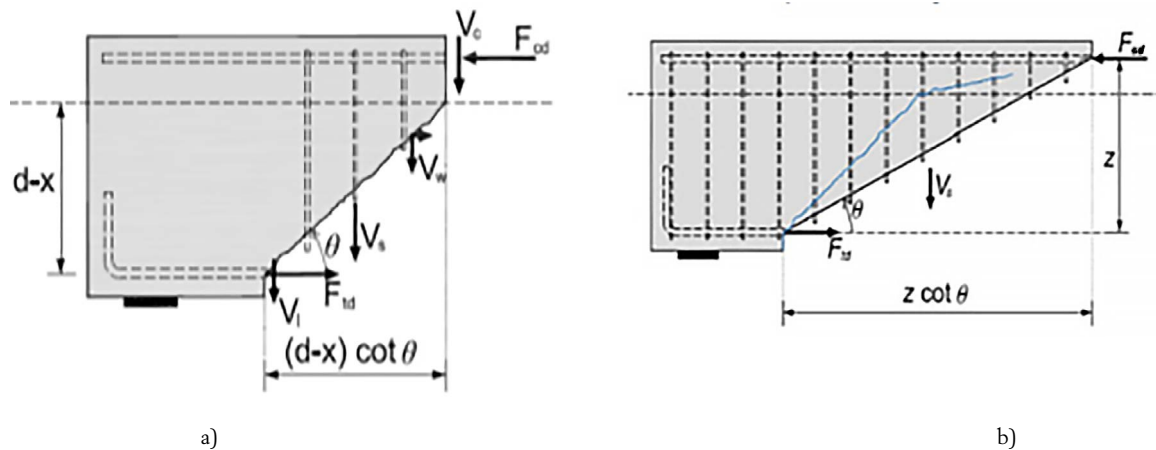


Figure 17. Schematic critical crack and forces in a) MASM and CCM b) Shear friction models.

more inclined, is typically unstable, in the sense that it is due to an energy release rate that equals the energy needed for the propagation. This is clear in Figure 16 since almost no external energy is provided from point A to point B according to the load-deflection.

According to the load-deflection curve of Figure 16 right, a redistribution of internal forces may occur between load stages A and B and that while the shear resisted by the uncracked chord diminishes, the aggregate interlock in the compression chord increases (red branch, between A and B), until crushing of the compressed chord or loss of anchorage of the longitudinal reinforcement occurs. As the difference in values of the resisted load between points A and B is usually small, there are models that are proposed to capture the load at point A, while other models that try to capture the situation at failure (point B).

The models that try to obtain point A, incorporate the strength of the uncracked chord just before the crack propagates inside it. For this reason, the neutral axis depth and  $V_c$  are high. In turn, since the crack in the tension zone is very open, and the compressed zone above the tip prevents any meaningful contribution of shear slip along the crack interface, the contributions of aggregate interlock and dowel action are considered small compared to  $V_c$  (Figure 17a)

On the contrary, the models that seek to find point "B", consider the critical crack fully develops and the depth of the compressed block at the end of the crack is very small, re-

sulting in a very low value of  $V_c$ . However, they incorporate the friction force along the second branch of the critical shear crack as a part of the aggregate interlock, whose vertical component is considered to be incorporated as  $V_w$ , Figure 17b. This has been observed in numerous tests, thanks to today's capacity to measure displacements using Digital Image Correlation, Cavagnis [60], and Montoya-Coronado *et al.* [61]. The next step is to show, through theoretical approaches, that the sum of the shear transfer actions in points A and B are very close.

MASM and CCCM models are among those based on the contribution of the compression chord as dominant shear transfer action, so the shear strength predicted corresponds to point A in Figure 16. Thus, it is relevant to show the accuracy and robustness of these methods when predicting the shear strength in multiple situations.

In fact, the MASM, and subsequently the CCCM, were originally developed for reinforced concrete slender members with and without shear reinforcement made of steel, and rectangular cross section [3-4]. Subsequently it was extended to reinforced concrete beams with T and I sections [53], prestressed concrete members [54], members subjected to tension axial loads [56], beams reinforced with FRP longitudinal [62] and shear reinforcements [63], to steel fiber reinforced concrete beams (SFRC) [64], to non-slender beams [36], to punching of slabs under symmetrical loading [40] and to punching of slabs subjected also to in-plane axial tensile forces

TABLA 2.

Verification of the proposed model: mean value, COV and 5% percentile for  $V_{test}/V_{pred}$  ratio.

Type of member tested	No. Tests	Mean	CoV	Percentile 5%
RC slender beams, rect. section w/o shear reinf.	784	1.170	0.185	0.800
RC slender beams, rect. section with shear reinf.	170	1.160	0.141	0.800
RC slender Beams , T/I section w/o shear reinf.	188	1.020	0.192	0.790
RC slender Beams , T/I section with shear reinf.	70	1.140	0.149	0.870
PC slender beams, w/o shear reinforcement	214	1.180	0.165	0.818
PC slender beams, with shear reinforcement	117	1.170	0.186	0.775
FRP reinforced concrete beams w/o shear reinf.	144	1.090	0.148	0.830
FRP reinforced concrete beams with shear reinf.	112	1.080	0.195	0.750
RC non-slender beams without web reinf.	153	1.350	0.267	0.752
RC non-slender beams with vertical web reinf.	171	1.250	0.193	0.898
RC-non slender beams with vert. and horiz. web reinf.	86	1.280	0.223	0.935
SFRC slender and non-slender beams w/o shear reinf.	488	1.150	0.220	0.780
Symmetric punching in slabs w/o shear reinf.	328	1.188	0.151	0.905
Symmetric punching in slabs with shear reinf.	232	1.173	0.149	0.774
Punching and tensile force in slabs w/o shear reinf.	38	1.11	0.093	0.975

[57]. Further extension of these models is currently being carried out, i.e. to punching of eccentrically loaded slabs, to slabs strengthened with post-installed studs and to SFRC slabs, to prestressed concrete beams using FRP tendons including the loss of bond strength in pre-tensioned beams, to composite members made of reinforced or prestressed concrete beams and cast-in-place slabs.

A comparison between the shear strength predicted by the CCCM ( $V_{u,theo}$ ) and the experimental shear strength ( $V_{u,exp}$ ), measured in 3295 tested members, included in 16 different previously published shear-databases, has been made, updating the work previously done by Cladera *et al* [65].

The statistical results show that the theoretical predictions are reasonably safe, precise and with low scatter. The mean value of the ratio  $V_{u,exp}/V_{u,pred}$ , ranges between 1.02 and 1.35, the minimum value of the 5% percentile is 0.75, indicating that the 95% of the data have a ratio  $V_{u,exp}/V_{u,pred}$  greater than 0.75. Finally, the CoV ranges between 0.093 and 0.267, which is considerably low, despite the complexity of the shear behavior, the uncertainties associated to the tensile concrete strength and the variety of cases studied, among many other factors.

## 6. CONCLUSIONS

- In this paper, some questions on shear behavior and strength, that arise from a limited understanding of the shear resisting mechanisms when using empirical models are raised. Answers to these questions have been provided according to mechanical shear models, based on the contribution of the uncracked concrete zone as main shear transfer action.
- The following aspects have been addressed and clarified:
  - The influence of the longitudinal reinforcement, the shear slenderness, the axial tension or compression forces and the local stresses near applied concentrated loads or reactions on the shear strength.

- The reasons for the differences existing between the shear strength of simply supported, continuous beams and cantilevers
- The contribution of the flanges in T or I shaped beams to the shear strength
- How the location of the critical crack can be determined based on the hypothesis of the CCCM, and its relevance to identify the position of the control section and to quantify the strength of a bond anchorage.
- A rational explanation to why models that consider different dominant shear transfer actions drive to quite similar results, has been provided, based on the redistributions between shear transfer actions, along the incremental loading process. A way to develop a unified theory, which would ease performance-based shear design remains open.
- The answers provided to the questions raised, show the capacity of the mechanical models, and in particular the MASM and CCCM, to provide an insight into the shear behavior. This fact, together with the simplicity of the proposed equations and the accuracy obtained in the comparisons with 3295 experimental results, including a large variety of situations, prove these models to be adequate for carrying out performance-based shear design, as well as for assessment and strengthening of existing structures

## Acknowledgements

This article collects some of the results obtained and lessons learned during the development of the MASM and CCCM in the framework of the coordinated research project BIA2015-64672-C4-1-R, financed by the Ministry of Science and Innovation of Spain, and ERDF Funds. The author wishes to express his gratitude to the direct participants in this collective work, Drs. Jesús M. Bairán, Eva Oller, Noemi Duarte, Raúl Menduina, Tomás García, from UPC and to Antoni Cladera, Carlos Ribas, Joaquín Pinilla and Luis Montoya from UIB. Likewise, I would like to also thank Profs. Fernando Martínez,

Manuel Herrador and Fernando Varela Puga, from UdC, Pedro Miguel, Jose L Bonet and Miguel A. Fernández from UPV, for their contributions as members of the coordinated project. Finally, special thanks are given to Profs. Juan Carlos Arroyo (Univ. Nebrija/CALTER), Juan Navarro Gregori (UPV), Gonzalo Ruiz (UCLM), David Fernández (UPM), and Juan Murcia-Delso (UPC), for their wise suggestions and constructive criticism, so useful to continue advancing.

## References

- [1] Ritter, W. (1899). Die Bauweise Hennebique. *Shweizerische Bauzeitung*, 33(7), 59-61
- [2] Morsch E. *Concrete-Steel Construction (Der Eisenbetonbau)*, English translation of the 3rd German edition. New York: McGraw-Hill Book Co.; 1909.
- [3] A. Mari, J.M. Bairán, A. Cladera, E. Oller, C. Ribas, Shear-flexural strength mechanical model for the design and assessment of reinforced concrete beams, *Structure and Infrastructure Engineering* 11 (2015) 1399–1419.
- [4] A. Mari, A. Cladera, JM. Bairán, J., E. Oller, E., C. Ribas, Un modelo unificado de resistencia a flexión y cortante de vigas esbeltas de hormigón armado bajo caras puntuales y repartidas. *Hormigón y Acero* 65 (2014) no.274 247-265.
- [5] A. A. Cladera Mari, J.M. Bairán, C. Ribas, E. Oller, N. Duarte, The compression chord capacity model for the shear design and assessment of reinforced and prestressed concrete beams, *Structural Concrete* 17 (2016) 1017–1032.
- [6] ACI-ASCE Committee 445, Recent approaches to shear design of structural concrete, *J. Struct. Eng.* 124 (1998), no 12 1375–1417.
- [7] J.M. Bairán, A. Mari, Coupled model for the nonlinear analysis of anisotropic sections subjected to general 3D loading. Part 2: Implementation and validation, *Computer and Structures* 84 (2006) nos 31-32 2254-2276.
- [8] F. Cavagnis, M. Fernández, A. Muttoni, An analysis of the shear-transfer actions in reinforced concrete members without transverse reinforcement based on refined experimental measurements, *Structural Concrete* 19 (2018) 49-64.
- [9] J. Bairán, A. Mari, A. Cladera, Analysis of shear resisting actions by means of optimization of strut and tie models taking into account crack pattern, *Hormigón y Acero*. 69 (2017) no. 286 197-206.
- [10] D. Fernandez, Mecanismos de respuesta frente al esfuerzo cortante en vigas prefabricadas, Doctoral Thesis. Supervisor A. Aparicio, Polytechnic University of Madrid . (2001).
- [11] F. J. Vecchio, M.P. Collins, The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear, *ACI Journal Proceedings*, 83 (1986) no. 2 219-231.
- [12] CSA Committee A23.3, *Design of Concrete Structures*, CSA Group, Toronto, Canada (2004).
- [13] AASHTO, LRFD Bridge Design Specifications, eighth edition, American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington, DC, (2017).
- [14] E. C. Bentz, M. P. Collins, Updating the ACI Shear Design Provisions, *Concrete International* 39, (2017), No. 9 33-38.
- [15] A. Muttoni, M. F. Ruiz, Shear strength of members without transverse reinforcement as function of critical shear crack width, *ACI Structural Journal* 105 (2008) 163–172.
- [16] M. F. Ruiz, A. Muttoni, J. Sagaseta, Shear strength of concrete members without transverse reinforcement: A mechanical approach to consistently account for size and strain effects, *Eng. Structures*, 99 (2015) 360–372.
- [17] *Fib Model Code 2010, Final Draft, Volume 1 fib Bulletins N° 65*. Lausanne, Switzerland, 2012.
- [18] Y. Yang, J. Walraven, Den Uijl, J. Shear Behavior of Reinforced Concrete Beams without Transverse Reinforcement Based on Critical Shear Displacement. *Journal of Structural Engineering*, 143 (2017) no. 1. [04016146]. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0001608](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0001608).
- [19] J.C. Walraven. Fundamental analysis of aggregate interlock, *Journal of the Structural Division, Proceedings of the ASCE*, 107 (1981), no 11 2245-2270.
- [20] M.P. Nielsen, *Limit analysis and concrete plasticity*, London: Prentice-Hall, (1984).
- [21] J. Schlaich, K., Schafer, M. Jennewein, Toward a consistent design of structural concrete, *PCI Journal*, 32 (1987). No. 3. 74-150.
- [22] CEN. EN 1992, Eurocode 2: Design of concrete structures- Part 1-1: General rules and rules for buildings, Brussels: Comité Européen de Normalisation, (2005).
- [23] K.H. Reineck, Ultimate shear force of structural concrete members without transverse reinforcement derived from a mechanical model, *ACI Structural Journal* 88 (1991) no.5 592-602.
- [24] ZP. Bazant, JK. Kim, Size effect in shear failure of longitudinally reinforced beams, *ACI Structural Journal*, 85 (1984) no. 5 456-468.
- [25] ACI Committee 318, *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-19)*, American Concrete Institute (2019).
- [26] Daniel A. Kuchma, Sihang Wei, David H. Sanders, Abdeldjelil Belarbi, and Lawrence C. Novak, Development of the One-Way Shear Design Provisions of ACI 318-19 for Reinforced Concrete. *ACI Structural Journal* 116 (2019) no. 4 285-295.
- [27] A. Hillerborg, Analysis of a single crack. *Fracture Mechanics on Concrete, Development in Civil Engineering*. Elsevier Science Publishers, Amsterdam (1983).
- [28] JR. Carmona, G. Ruiz, Bond and size effects on the shear capacity of RC beams without stirrups”, *Engineering Structures* 66 (2014) 45-56.
- [29] MD. Kostovos, J. Bobrowsky, J. Eibl, Behavior of reinforced concrete T-beams in shear, *Structural Engineer, Part B: R&D Quarterly*, 65 (1987), B1 1-10.
- [30] PD. Zazaris, G.CH. Papadakis, Diagonal shear failure and size effect in RC beams without web reinforcement, *Journal of Structural Engineering* 127 (2001) no.7 733-741.
- [31] AK. Tureyen, RJ. Frosch, Concrete Shear Strength: Another Perspective,” *ACI Structural Journal*, V. 100 (2003) no. 5 609-615.
- [32] HG. Park, KK. Choi, JK, Wight. Strain-based shear strength model for slender beams without web reinforcement, *ACI Structural Journal* 103 (2006) no. 6 783–793.
- [33] YA Li, TC Hsu, SJ Hwang, Shear Strength of Prestressed and Non-prestressed Concrete Beams, *Concrete International*, 39 (2017) no. 9 53-57.
- [34] A. Cladera, JL Pérez-Ordóñez, F. Martínez-Abella, Shear strength of RC beams. Precision, accuracy, safety and simplicity using genetic programming. *Comput Concr.* 14 (2014) 479–501.
- [35] HB Kupfer, KH. Gerstle, Behavior of concrete under biaxial stresses, *J Eng Mech Div* 99 (1973) 853–866.
- [36] J.M. Bairán, R. Mendiña, R., A. Mari, A. Cladera, Shear Strength of Non-Slender Reinforced Concrete Beams, *ACI Structural Journal*, 117 (2020) no. 2 277-279. <https://doi.org/10.14359/51721369>.
- [37] R. Vaz Rodrigues, A. Muttoni, and M. Fernández Ruiz, Influence of shear on rotation capacity of reinforced concrete members without shear reinforcement, *ACI Struct. J.* 107 (2010) no. 5 516–525.
- [38] A. Montserrat, P. Miguel, JL. Bonet, MA. Fernandez, Influence of the plastic hinge rotations on shear strength in continuous reinforced concrete beams with shear reinforcement, *Engineering Structures* 207, (2020) 110242. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020>.
- [39] A. Montserrat, P. Miguel, JL. Bonet, MA. Fernandez, Experimental study of shear strength in continuous reinforced concrete beams with and without shear reinforcement, *Engineering Structures* 220 (2020) 110967. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020>.
- [40] A. Mari, A. Cladera, E. Oller, JM. Bairán. A punching shear mechanical model for reinforced concrete flat slabs with and without shear reinforcement, *Engineering Structures* 166 (2018) 413-426.
- [41] N. Bagge N., A. O’Connor, L. Elfgrén, C. Pedersen, Moment redistribution in RC beams – A study of the influence of longitudinal and transverse reinforcement ratios and concrete strength. *Engineering Structures* 80 (2014) 11-23.
- [42] DIANA User’s Manual. Release 10.5. (2021). DIANA FEA. BV.
- [43] A. Perez, P. Padilla, A. Muttoni, M. Fernández, Effect of Load Distribution and Variable Depth on Shear Resistance of Slender Beams without Stirrups, *ACI Struct. J.* 5 (2012) no 5 595-604.
- [44] Leonhardt, F. Walther R, *The Stuttgart Shear Tests*, (1961). C&CA Translation, No. 111, Cement and Concrete Association, 1964, London.
- [45] PM. Ferguson, JN. Thompson, Diagonal Tension in T-Beams Without Stirrups, *ACI J Proc.* 49 (1953) 665–675.
- [46] MW. Kani, MW. Huggins MW, RR. Wittkopp, Kani on shear in reinforced concrete, Dept. of Civil Engineering, University of Toronto (1979).

- [47] Placas A, Regan PE, Shear failure of reinforced concrete beams. J American Concrete Institute 68 (1971) no. 7 63–73.
- [48] C. Giaccio R. Al-Mahaidi R, G.Taplin, Experimental study on the effect of flange geometry on the shear strength of reinforced concrete T-beams subjected to concentrated loads. Can J Civ Eng. 29 (2011) no. 6 911–918. <https://doi.org/10.1139/l02-099>.
- [49] C. Ribas, A. Cladera, Experimental study on shear strength of beam-and-block floors. Eng Struct. 57 (2013) 428–42. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2013.10.001>.
- [50] ACI-ASCE Committee 426, The Shear Strength of Reinforced Concrete Members, ACI J. Proc. 70 (1973) 1091–187.
- [51] C. Ribas Gonzalez. Resistencia a cortante de los forjados de vigueta pretensada y bovedilla. Doctoral Thesis. Universitat Politècnica de Catalunya. Department of Construction Engineering (2013).
- [52] A. Ayensa, E. Oller, B. Beltrán, A. Mari, L. Gracia, Influence of the flanges width and thickness on the shear strength of reinforced concrete beams with T-shaped cross section, Engineering Structures 188, (2019) 506-518.
- [53] A. Cladera, A. Mari, J.M Bairán, C. Ribas, Predicting the shear–flexural strength of slender reinforced concrete T and I shaped beams, Eng. Struct. 101 (2015) 386–398.
- [54] A. Mari, J.M. Bairán A. Cladera and E. Oller, Shear design and assessment of reinforced and prestressed concrete members based on a mechanical model, ASCE Journal of Structural Engineering 142 (2016) no.10 1-17.
- [55] D. Fernández, E. Gonzalez, E. Diaz, Influence of axial tension on the shear strength of floor joists without transverse reinforcement, Structural Concrete 16 (2015) no. 2 207-220.
- [56] A. Mari, J. M. Bairán, A. Cladera, Effects of axial forces and prestressing on the shear strength of structural concrete members, Hormigón y Acero, 68 (2017). Proceedings International Congress of Structures, ACHE, A Coruna, June 2017.
- [57] P.G. Fernández, A. Mari, E. Oller, Theoretical prediction of the punching shear strength of concrete flat slabs under in-plane tensile forces, Engineering Structures 229 (2021) 111632.
- [58] A. Cladera, A. Mari, J.M. Bairán, E. Oller, C. Ribas, One-Way Shear Design Method Based on a Multi-Action Model, Concrete International, 39 (2017) no. 9 1-8.
- [59] J.R. Carmona, G. Ruiz, and J.R. del Viso, Mixed-Mode Crack Propagation through Reinforced Concrete, Engineering Fracture Mechanics 74 (2007) no.17 2788-2809.
- [60] F. Cavagnis, M. Fernandez, A. Muttoni, An analysis of the shear-transfer actions in reinforced concrete members without transverse reinforcement based on refined experimental measurements, Structural Concrete 19 (2017) no.10 <https://doi.org/10.1002/suco.201700145>.
- [61] L. Montoya-Coronado, C. Ribas, J. Ruiz-Pinilla, A. Cladera, Time-History Analysis of Aggregate Interlock in Reinforced Concrete Beams without Stirrups, Engineering Structures 283 (2023) 115912, <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2023.115912>
- [62] A. Mari; A. Cladera; Oller, E.; J.M. Bairán, Shear design of FRP reinforced concrete beams without transverse reinforcement, Composites Part B: Engineering 57 (2014). 228-241 <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2013.10.005>.
- [63] E. Oller, A. Mari, J.M. Bairán, A. Cladera, Shear design of reinforced concrete beams with FRP longitudinal and transverse reinforcement, Composites Part B: Engineering 74 (2015) 104 - 122.
- [64] A. Mari, N. Spinella, A. Recupero, A. Cladera, Mechanical model for the shear strength of steel fiber reinforced concrete (SFRC) beams without stirrups, Materials and Structures 53 (2020) no. 28 <https://doi.org/10.1617/s11527-020-01461-4>.
- [65] A. Cladera, A. Mari, C. Ribas, E. Oller, J. M. Bairán, N. Duarte, R. Mendiña, A simplified model for the shear strength in RC and PC beams, and for punching shear in slabs, without or with shear reinforcement, including steel, FRP and SMA. SMAR 2019- 5th conference on Smart monitoring, assessment and rehabilitation of structures.

## APPENDIX 1.

### SHEAR DESIGN OF A REINFORCED CONCRETE SHORING BEAM BY MEANS OF THE CCCM

#### A1.1 Definition of the structure

Consider a continuous reinforced concrete shoring beam of two equal spans of 6 m, that must resist two concentrated variable loads of  $Q_d=300$  kN each, fixed at midspan. The self-weight is ignored for the sake of simplicity. The cross section is rectangular of dimensions  $b=400$ mm,  $h=550$ mm, and an effective depth  $d=500$  mm is assumed. Figure A1.1 shows the structural scheme and the design bending moments and shear forces laws. The longitudinal reinforcement in the bottom consists of a basic reinforcement of  $3\phi 20$  along the whole beam and an additional reinforcement of  $2\phi 20+2\phi 16$  placed in a length of 4.5m from the end supports. At the top, the basic reinforcement consists of  $4\phi 16$  bars and the additional reinforcement consists of  $3\phi 20$  extended to 3 m length at both sides of the intermediate support axis, as shown in Figure A1.2

Concrete characteristic strength is 25 MPa ( $\gamma_c = 1.50$ ), Yield strength of both longitudinal and transverse reinforcements is 500 MPa ( $\gamma_s = 1.15$ ), but the design strength of the transverse reinforcement is limited to  $f_{ywd}=400$  MPa, for cracking control reasons.

#### A1.2. Design of the reinforcement near the end supports

According to the CCCM, the section where the shear reinforcement should be designed is where at shear failure the bending moment equals the cracking moment,  $M(\text{scr})=M_{cr}$ . For a point load, the bending moment is linear,  $M(x)=Vd \cdot x$ , so being the cracking moment of the beam  $M_{cr}=51.6$  kNm, and  $Vd = 121.8$  kN the design shear force corresponding to the end supports zones, the position of the section where the critical crack starts is  $\text{scr}=M_{cr}/Vd=51.6/121.8=0.42$ m. For design purposes, since the shear force is constant  $Vd=121.8$  kN, no matter the section considered. In the case that the shear force law is not constant, the section where the critical crack starts should be obtained equaling the bending moment to the cracking moment. Assuming a uniformly distributed load “g”, where the design shear force is  $Vd=Rd= \alpha gL$  the design section would be:

$$s_{cr} = \alpha L \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{M_{cr}}{M_{max}}} \right) \quad (A1.1)$$

For two equal spans,  $\alpha=0.375$  and  $M_{max}=0.0703 qL^2$ .



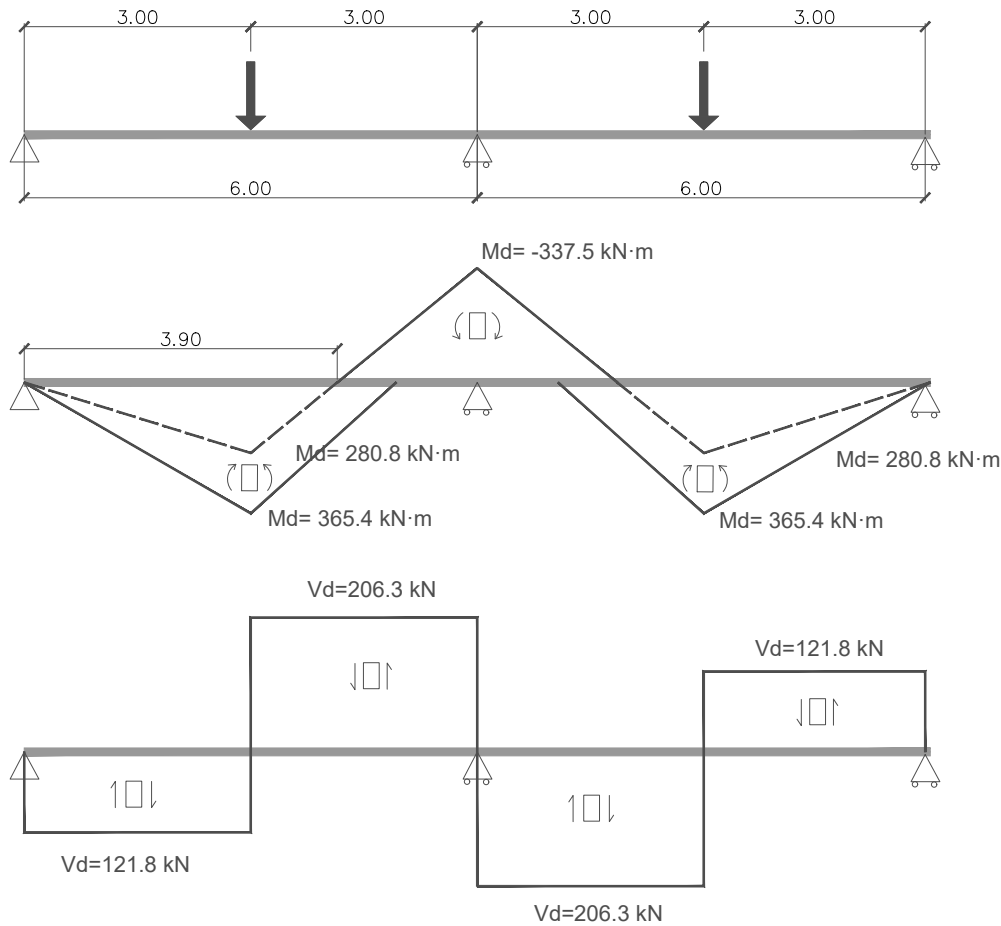


Figure A1.1. Structure scheme and design bending moments and shear forces laws.

Longitudinal reinforcement area:  $5 \phi 20 + 2 \phi 16 = 1972 \text{ mm}^2$

Concrete properties and neutral axis depth:

$$F_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 16.67 \text{ MPa} ; f_{ctm} = 0.30 \sqrt[3]{f_{ck}^2} = 2.56 \text{ MPa}$$

$$E_{cm} = 22000 \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^{0.3} = 22000 \left( \frac{33}{10} \right)^{0.3} = 31475 \text{ MPa};$$

$$\alpha_E = \frac{E_s}{E_{cm}} = 6.35$$

$$\rho_l = \frac{A_s}{bd} = \frac{1972}{400 \cdot 500} = 0.000986;$$

$$\frac{x}{d} = n \rho_l \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2}{n \rho_l}} \right) = 0.296; \quad x = 148 \text{ mm}$$

The shear span to effective depth ratio,  $a/d$ , at each region, should be calculated for the load combination that produces maximum shear, and its concomitant bending moment. For the case of the shear near the end supports, such combinations correspond to a single point load applied, for which  $V_d=121.8 \text{ kN}$  and  $M_d=365.4 \text{ kNm}$ .

Which is less than the minimum shear reinforcement

$$\text{Size effect: } \frac{a}{d} = \frac{M_d}{V_d d} = \frac{365}{121.8 \cdot 0.5} = 5.99$$

$$\zeta = \frac{2}{(5.99)^{0.2} \sqrt{1 + \frac{500}{200}}} = 0.747$$

$$V_{cu} = 0.3 \zeta \frac{x}{d} f_{cd}^{2/3} b_{v,eff} d = 0.3 \cdot 0.747 \cdot 0.296 \cdot 16.67^{2/3} \cdot 400 \cdot 500 = 86.5 \text{ kN} \neq V_{cu, min}$$

$$V_{cu, min} = 0.25 \left( \zeta K_c + \frac{20}{d_0} \right) f_{cd}^{2/3} b_w d = 0.25 \left( 0.709 \cdot 0.20 + \frac{20}{500} \right) 16.67^{2/3} 400 \cdot 500 = 59.2 \text{ kN}$$

$$\cot \theta = \frac{0.85d}{d-x} = \frac{0.85 \cdot 500}{500-148} = 1.20 \leq 2.50 ; \quad \theta = 39.7^\circ$$

Design of the shear reinforcement

$$f_{ywd} = \frac{500}{1.15} = 435 ; \quad \sin \alpha = 1 ; \quad \cot \alpha = 0$$

$$V_{su} = V_d - V_{cu} = 121.8 - 86.5 = 35.3 \text{ kN}$$

$$V_{su} = 1.4 \frac{A_{sw}}{s_t} f_{ywd} (d-x) \sin \alpha (\cot \theta + \cot \alpha) = 238000 \frac{A_{sw}}{s_t} = 35300 \text{ N}$$

$$\frac{A_{sw}}{s_t} = \frac{35300}{238000} = 0.148 \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}^2}$$

area per unit length:

$$\frac{A_{sw,min}}{s_r} = 0.08 b_w \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} = 0.03 \cdot 400 \frac{\sqrt{25}}{500} = 0.35 \text{ mm}^2 / \text{mm} (\phi 8 \text{ mm}, s=300 \text{ mm})$$

Verification of the struts strength  $V_{Ed} < V_{Rd,max}$

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} \frac{\cot\theta + \cot\alpha}{1 + \cot^2\theta} = 1 \cdot 400 \cdot 500 \cdot 0.9 \cdot 16.67 \frac{1.20}{1 + 1.20^2} = 885.3 \text{ kN} > V_{Ed} = 121.8 \text{ kN}$$

Then, minimum reinforcement, consisting of closed stirrups of  $\phi 8$  mm, spaced 300 mm is placed.

### A1.3. Design of the shear reinforcement near the intermediate support

Longitudinal reinforcement area:  $3 \phi 20 + 4 \phi 16 = 1746 \text{ mm}^2$

$$\rho_l = \frac{A_s}{bd} = \frac{1746}{400 \cdot 500} = 0.0008732;$$

$$\frac{x}{d} n \rho_l \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{2}{n \rho_l}} \right) = 0.282; \quad x = 141 \text{ mm}$$

In this case, the maximum shear force near the central supports takes place under two loads applied, so  $M_d = -337.5 \text{ kNm}$  and  $V_d = 206.3 \text{ kN}$ .

Size effect:  $\frac{a}{d} = \frac{M_d}{V_d d} = \frac{337.5}{206.3 \cdot 0.5} = 3.27$

$$\zeta = \frac{2}{(3.27)^{0.2} \sqrt{1 + \frac{500}{200}}} = 0.843$$

$$V_{cu} = 0.3 \zeta \frac{x}{d} f_{cd}^{2/3} b_{v,eff} d = 0.3 \cdot 0.843 \cdot 0.282 \cdot 16.67^{2/3} \cdot 400 \cdot 500 = 92.9 \text{ kN} < V_{cu,min}$$

$$V_{cu,min} = 0.25 \left( \zeta K_c + \frac{20}{d_0} \right) f_{cd}^{2/3} b_w d = 0.25 \left( 0.843 \cdot 0.20 + \frac{20}{500} \right) 16.67^{2/3} 400 \cdot 500 = 67.9 \text{ kN}$$

$$\cot\theta = \frac{0.85d}{d-x} = \frac{0.85 \cdot 500}{500-141} = 1.18 \leq 2.50; \quad \theta = 40.2^\circ$$

Then, closed stirrups of  $\phi 8$  spaced 200 mm are placed.

Design of the shear reinforcement

$$f_{ywd} = 400 \text{ MPa}; \quad \sin\alpha = 1; \quad \cot\alpha = 0$$

$$V_{su} = V_d - V_{cu} = 206.3 - 92.9 = 113.4 \text{ kN}$$

$$V_{su} = 1.4 \frac{A_{sw}}{s} f_{ywd} (d_s - x) \sin\alpha (\cot\theta + \cot\alpha) = 240000 \frac{A_{sw}}{s} = 113400 \text{ N}$$

$$\frac{A_{sw}}{s_r} = \frac{113400}{240000} = 0.472 \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}^2}$$

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} \frac{\cot\theta + \cot\alpha}{1 + \cot^2\theta} = 1 \cdot 400 \cdot 500 \cdot 0.9 \cdot 0.6 \cdot 16.67 \frac{1.18}{1 + 1.18^2} = 887.5 \text{ kN} > V_{Ed} = 206.3 \text{ kN}$$

### A1.4. Verification of the shear strength in the region of positive bending moment, between the load and the central support

The maximum shear in this region is 206.3 kN, produced when there are two point loads. For this load combination, the positive bending moment is 280.8 kNm. Then, the values  $a/d$  and  $\zeta$  are:  
Size effect:

The values of  $x/d = 0.296$  and  $\cot\theta = 1.207$  as in the first case.

$$\frac{a}{d} = \frac{M_d}{V_d d} = \frac{280.8}{206.3 \cdot 0.5} = 2.72;$$

$$\frac{x}{d} n \rho_l \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{2}{n \rho_l}} \right) = 0.282; \quad x = 141 \text{ mm}$$

$$\zeta = \frac{2}{(2.72)^{0.2} \sqrt{1 + \frac{500}{200}}} = 0.87$$

$$V_{cu} = 0.3 \zeta \frac{x}{d} f_{cd}^{2/3} b_{v,eff} d = 0.3 \cdot 0.875 \cdot 0.296 \cdot 16.67^{2/3} \cdot 400 \cdot 500 = 101.2 \text{ kN} < V_{cu,min}$$

The shear reinforcement amount is  $\frac{A_{sw}}{s_r} = \frac{100}{200} = 0.5 \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}^2}$

then the contribution of the stirrups is:

$$V_{su} = 1.4 \frac{A_{sw}}{s} f_{ywd} (d_s - x) \sin\alpha (\cot\theta + \cot\alpha) = 1.4 \cdot 0.5 \cdot 400 \cdot 0.352 = 119 \text{ kN}$$

The total shear resisted is, then

$$V_{Rd} = V_{cu} + V_{su} = 101.2 + 119.0 = 220.2 \text{ kN} > V_{Ed} = 206.3 \text{ kN}, \text{ OK}$$

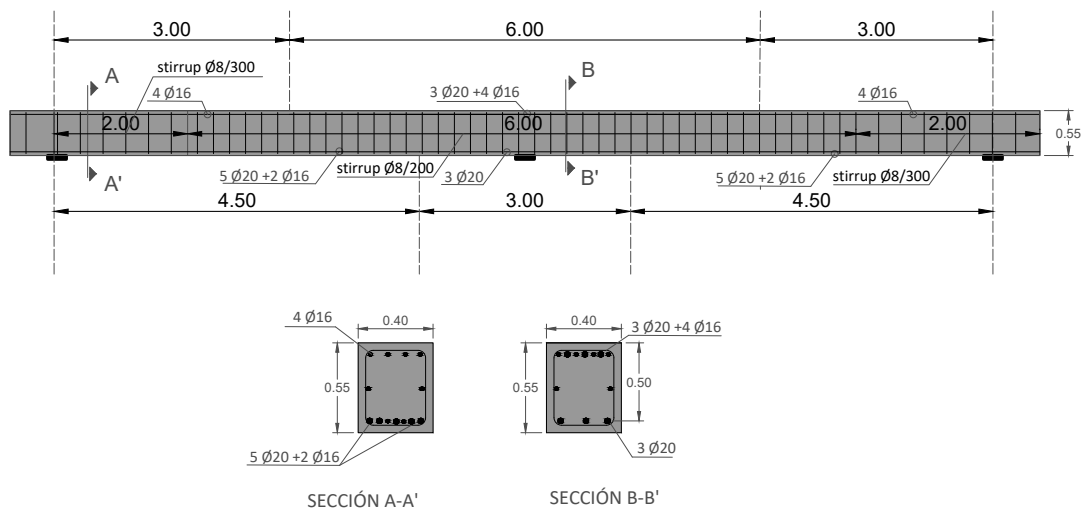


Figure A1.2 Reinforcement arrangement

# De la evidencia experimental al modelado mecánico y las expresiones de diseño: la Teoría de la Fisura Crítica de Cortante para el diseño frente a cortante

## *From Experimental Evidence to Mechanical Modeling and Design Expressions: The Critical Shear Crack Theory for Shear Design*

Aurelio Muttoni<sup>a</sup> y Miguel Fernández Ruiz<sup>a,\*</sup>

<sup>a</sup> Escuela de Arquitectura, Ingeniería Civil y Ambiental, Escuela Politécnica Federal de Laussane, Laussane, Suiza.

Recibido el 23 de enero de 2024; aceptado el 29 de enero de 2024.

### RESUMEN

Desde los inicios del hormigón estructural hasta la fecha se han dedicado muchos esfuerzos de investigación a la cuestión del diseño a cortante de elementos sin armadura transversal. Esto ha permitido una serie de avances notables en la comprensión del fenómeno, que en la actualidad se admite como dependiente de un número de mecanismos de transferencia de cortante en el hormigón fisurado, tales como el engranamiento entre los áridos, relacionado con la abertura de fisura y su deslizamiento, la capacidad remanente a tracción del hormigón tras la fisuración, el efecto pasador de las armaduras y la inclinación de la biela comprimida.

En los últimos años, equipos independientes de investigadores han confirmado esto a través de medidas detalladas llevadas a cabo con Correlación de Imagen Digital (Digital Image Correlation) sobre los ensayos realizados, y mediante la integración de las leyes constitutivas que gobiernan la transferencia del cortante. De acuerdo a la realidad física contemplada, se han desarrollado teorías claras y basadas en la ciencia permitiendo a los investigadores, por un lado replicar la respuesta ante el cortante de una manera realista, y por el otro llevar a cabo predicciones más exactas sobre la capacidad resistente de los elementos.

Una de estas teorías, cimentada en datos experimentales y respaldada por la modelización mecánica, es la Teoría de la Fisura Crítica de Cortante (Critical Shear Crack Theory, CSCT por sus siglas en inglés). En este artículo, se reseñan las leyes fundamentales de la teoría, y se relacionan con la respuesta experimental de vigas sometidas a cortante. Basándose en estos principios, se presenta un modelo físico-mecánico con objeto de implementar los conceptos básicos del CSCT. En función de estos resultados, se justifica la pertinencia de definir un criterio para evaluar los fallos de cortante, que se pueda formular de una manera simplificada y adecuada para el diseño. El objetivo de este criterio es conducir a expresiones de diseño coherentes, lo suficientemente simples como para ser utilizadas en la práctica.

Es especialmente interesante mencionar que el fundamento mecánico del modelo permite reproducir naturalmente fenómenos físicos, tales como los efectos debidos a la deformación del acero pasivo o el efecto de escala, que pueden ser evaluados de una forma exacta teniendo en cuenta la respuesta no lineal de un elemento de hormigón armado posiblemente fisurado. Este planteamiento es coherente con la física subyacente y es considerablemente más general que los llevados a cabo en el pasado, donde las fórmulas empíricas se corregían con un término debido al efecto de escala, para considerar este fenómeno (teniendo como consecuencia que la fórmula no fuera necesariamente consistente o válida fuera de sus rangos de calibración). En base a la evidencia referida, este artículo responde de una manera científica, detallada y transparente a las críticas realizadas por A. A. Dönmez and Z. P. Bažant en relación a las hipótesis de CSCT.

**PALABRAS CLAVE:** Teoría de la Fisura Crítica de Cortante, Códigos de diseño, evidencia experimental, esfuerzo cortante, acciones susceptibles de transferir cortante, efecto de escala.

©2024 Hormigón y Acero, la revista de la Asociación Española de Ingeniería Estructural (ACHE). Publicado por Cinter Divulgación Técnica S.L. Este es un artículo de acceso abierto distribuido bajo los términos de la licencia de uso Creative Commons (CC BY-NC-ND 4.0)

Traducido por Víctor Alvaro del artículo original publicado por Wiley en la revista *Structural Concrete*: Muttoni A, Fernández Ruiz M. From experimental evidence to mechanical modeling and design expressions: The Critical Shear Crack Theory for shear design. *Structural Concrete*. 2019;20:1464–1480.

<https://doi.org/10.1002/suco.201900193>

### ABSTRACT

Many research efforts have so far been devoted to the topic of shear design of members without transverse reinforcement since the first development in structural concrete. This has allowed a number of significant advances in the understanding of the phenomenon, which is currently acknowledged to depend upon a number of shear-transfer actions in cracked concrete such as aggregate interlocking related to crack opening and sliding, the residual tensile strength of concrete after cracking, dowelling of the reinforcement and the inclination of the compression chord.

In the last years, independent teams of researchers have confirmed this by means of detailed measurements on tests performed with Digital Image Correlation and by integrating constitutive laws governing the transfer of shear. In agreement to the observed physical reality, clear and scientifically based

\* Persona de contacto / Corresponding author:  
Correo-e / e-mail: [miguel.fernandezruiz@epfl.ch](mailto:miguel.fernandezruiz@epfl.ch) (Miguel Fernández Ruiz)

theories have been developed allowing researchers to reproduce the shear response in a realistic manner and to perform more accurate predictions on the strength of members. One of these theories, grounded on experimental facts and supported by mechanical modeling, is the Critical Shear Crack Theory (CSCT). In this paper, the fundamentals of the theory are reviewed, linking them to the experimental response of beams in shear. Based upon these fundamentals, a general physical-mechanical model is presented to implement the CSCT basic ideas. On the basis of these results, the aptness of defining a criterion to assess failures in shear is justified, which can be formulated in a simplified manner and is suitable for design. The aim of this criterion is to lead to consistent design expressions, sufficiently simple to be used in practice.

It is particularly interesting that the mechanical basis of the model allows natural reproduction of physical phenomena, such as size and reinforcement strain effects, that can be assessed in an accurate manner considering the nonlinear response of a potentially cracked reinforced concrete member. This approach is consistent with the underlying physics and is significantly more general than approaches followed in the past, where empirical formulas were corrected with a size effect term to account for this phenomenon (imposing an effect on a formula which is not necessarily consistent or valid outside its ranges of calibration). Based on the evidence reviewed, this article replies in a scientific, detailed, and transparent manner to a number of criticisms by A. A. Dönmez and Z. P. Bažant on the assumptions of the CSCT.

KEYWORDS: critical shear crack theory, design codes, experimental evidence, shear strength, shear-transfer actions, size effect.

©2024 Hormigón y Acero, the journal of the Spanish Association of Structural Engineering (ACHE). Published by Cinter Divulgación Técnica S.L. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons (CC BY-NC-ND 4.0) License

Translated by Víctor Alvaro from the original article published in the Journal Structural Concrete, published by Wiley. Muttoni A, Fernández Ruiz M. From experimental evidence to mechanical modeling and design expressions: The Critical Shear Crack Theory for shear design. Structural Concrete. 2019;20:1464–1480. <https://doi.org/10.1002/suco.201900193>

## 1. INTRODUCCIÓN

La cuestión de la resistencia a cortante de vigas y forjados unidireccionales sin armadura de cortante ha sido polémica y estado sujeta a debate científico durante más de un siglo.

La importancia práctica del asunto está relacionada con la amplia variedad de casos prácticos donde la resistencia a cortante del hormigón fisurado sin armadura transversal puede regir el diseño de estructuras de hormigón armado.

Es el caso no solo para estructuras sencillas como muros de contención o zapatas (figura 1a,b), sino también de estructuras complejas y redundantes como forjados unidireccionales o vigas, láminas y forjados bidireccionales con cargas concentradas en las inmediaciones de los apoyos (figura 1c-f).

A diferencia de la complejidad y el amplio número de casos prácticos donde la resistencia a cortante puede regir la capacidad de transmisión de carga, en el pasado la mayor parte de la investigación ha sido realizada sobre los llamados "ensayos académicos", correspondientes en su mayoría a vigas simplemente apoyadas bajo cargas concentradas (piezas isotáticas, véase la figura 1g) [1].

Dada la complejidad del fenómeno, las disposiciones para el diseño frente a esfuerzo cortante en la normativa han estado fundamentadas durante muchos años en expresiones empíricas calibradas a partir de los datos de ensayos disponibles (ACI 318[2], EC-2:2004[3]).

Este enfoque ha resultado ser problemático ya que el uso de una fórmula empírica fuera de su rango de calibración puede conllevar a resultados inseguros [4,5], que podrían producirse teniendo en cuenta la amplia variedad de tipologías estructurales y parámetros geométricos usados en la práctica (raramente cubiertos por ensayos académicos realizados en un laboratorio, figura 1g).

Desde la introducción de dichas fórmulas empíricas, se han realizado esfuerzos para incluir cada vez más factores de corrección en aras de ampliar su validez (por ejemplo, en ACI 318, mediante la inclusión de la influencia de la cuantía de armadura, hormigones ligeros [2] o más recientemente, el efecto de escala [6]).

Sin embargo, este enfoque aún hereda los mismos problemas; las estructuras reales son muy distintas de los ensayos académicos (véase la figura 1) y la inclusión de factores de

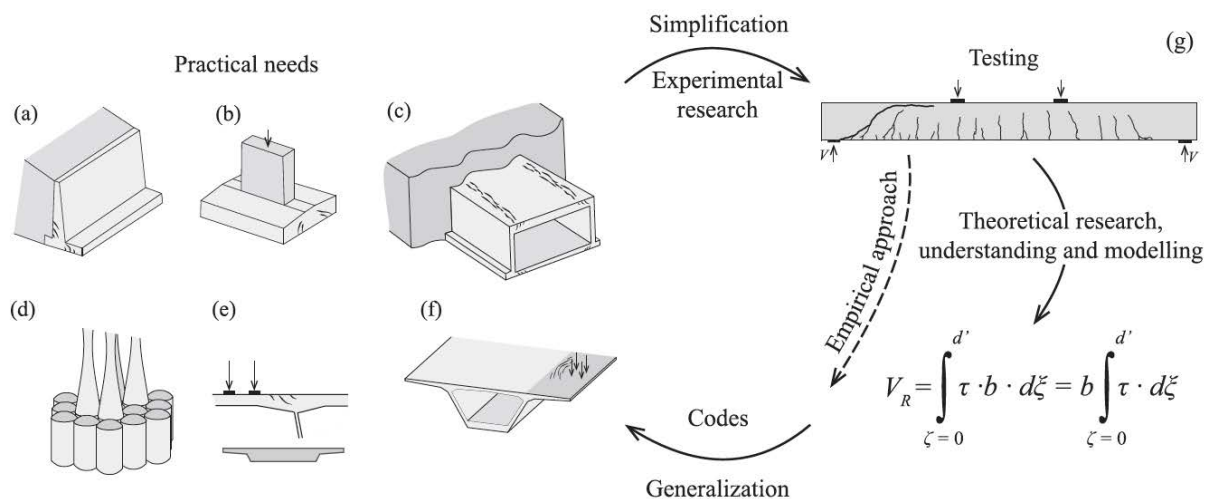


Figura 1. Casos típicos de elementos sin armadura transversal donde el diseño frente a cortante puede ser dimensionante: (a) Muros de contención; (b) Zapatas; (c) Túneles "cut-and-cover"; (d) elementos lámina; (e) puentes losa; (f) tableros de puente sometidos a cargas concentradas; y (g) ensayos académicos típicos para investigar fallos por cortante.

corrección no garantiza una aplicabilidad segura de las fórmulas de diseño más allá de los límites de calibración (en parámetros y esquema estático) o permite una comprensión del comportamiento mecánico para proyectar.

Como consecuencia de esta situación poco convincente, los esfuerzos destinados a la investigación han abandonado de forma significativa el planteamiento tradicional, con objeto de corregir las fórmulas empíricas, y se han orientado hacia una comprensión física de los resultados de los ensayos, con la intención de proponer modelos mecánicos del fenómeno, que sean adecuados y aplicables a los casos prácticos.

Por consiguiente, un gran número de códigos de diseño actuales o sus futuras generaciones (incluyendo el MC 2010 [7] y su próxima revisión, AASHTO-LRFD [8], CSA A23.3 [9], SIA 262 [10], AS3600:2018 [11] así como la nueva versión del Eurocódigo 2 [12]) reconocen que el diseño ha de estar basado en modelos mecánicos que describan la física del problema, de forma que puedan ser adaptados a cualquier posible caso práctico, incluso incluyendo aquellos para los que no se dispone actualmente de validación experimental.

En dicho contexto, se han propuesto en las últimas décadas modelos mecánicos tanto para cortante como para punzonamiento (una reseña pormenorizada del estado de su arte puede consultarse en otras publicaciones [13,14]).

Los modelos mecánicos para el diseño frente a cortante en elementos sin armadura transversal pueden presentar algunas diferencias conceptuales en el tratamiento del fenómeno. Una posible explicación para dichas diferencias puede justificarse en el hecho de que puede suponerse que varios mecanismos de transferencia de cortante rigen la respuesta frente a cortante del hormigón fisurado y que, hasta la fecha, no hay consenso claro de si un mecanismo de transferencia de cortante podría ser más relevante que los otros (o bajo qué circunstancias), y en dicho caso, cuál es el preponderante [13].

Entre los posibles mecanismos de transferencia de cortante, los más significativos en elementos esbeltos han sido identificados, como se menciona en las referencias [15,16]: engranamiento de áridos (rozamiento entre los labios de la fisura debido a su deslizamiento relativo  $V_a$  en la figura 2), resistencia residual a tracción tras la fisuración (capacidad del hormigón de transferir esfuerzos de tracción durante el proceso de desarrollo de fisuras,  $V_t$  en la figura 2), efecto pasador (relacionado con la cizalladura de la armadura por flexión que atraviesa la fisura crítica de cortante,  $V_d$  en la figura 2) y la contribución debida a la inclinación de la biela comprimida (efecto de voladizo debido a la flexión de viga y apuntalamiento directo capaz de resistir el cortante debido al efecto arco,  $V_c$  según figura 2). Una descripción minuciosa de dichos mecanismos puede encontrarse en la literatura científica [13,15-17].

Con objeto de proporcionar una respuesta coherente y completa a la cuestión relacionada con la importancia de los mecanismos de transferencia de cortante, se han obtenido recientemente grandes avances en el conocimiento, con la introducción de sistemas avanzados de medida óptica (tal y como la Correlación Digital de Imágenes DIC) Esta técnica permite el seguimiento del desarrollo de las fisuras y sus campos de desplazamientos asociados, en particular para la fisura crítica de cortante que conduce al fallo. Dichos avances han permitido un fructuoso debate científico sobre los mecanismos que conducen al fallo por cortante, el papel

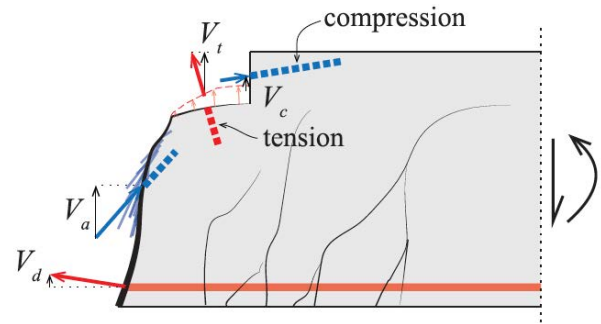


Figura 2. Posibles mecanismos de transferencia de cortante en forjados unidireccionales y vigas sin armadura transversal: engranamiento de áridos (rozamiento entre los labios de la fisura debido a su deslizamiento relativo ( $V_a$ ), resistencia residual a tracción tras la fisuración ( $V_t$ ), contribución debida a la inclinación de la biela comprimida ( $V_c$ ), efecto pasador de la armadura longitudinal ( $V_d$ )

de los distintos mecanismos de transferencia de cortante y la conveniencia de los supuestos mecánicos adoptados en los modelos de diseño frente a cortante [15].

En el presente artículo, se expone una reseña del papel de los distintos mecanismos de transferencia de cortante, fundamentada en los resultados a partir de técnicas de medición sofisticadas. Sobre esta base se examina y analiza el modelo propuesto por la Teoría de la Fisura Crítica (CSCT) para describir la respuesta mecánica frente al fallo por cortante de elementos esbeltos fisurados en flexión [19-21]. Este análisis va seguido de una descripción de varias simplificaciones utilizadas para la aplicación del método en el diseño de casos prácticos

Basándose en una descripción plena de la teoría, se presenta un análisis de cómo el efecto de escala y la deformación de la armadura afectan a la resistencia a cortante del elemento y cómo dichos efectos pueden ser cuantificados directamente mediante el uso de las ecuaciones de la CSCT. Estas consideraciones son finalmente utilizadas en el apéndice para proporcionar una respuesta pormenorizada a ciertas críticas hacia la CSCT planteadas por A. A. Dönmez y Z. P. Bažant [6].

## 2. HALLAZGOS EXPERIMENTALES RECIENTES Y CONFIRMACIONES DE LA RESPUESTA FRENTE A CORTANTE Y EL PAPEL DE LOS MECANISMOS DE TRANSFERENCIA DE CORTANTE

Aunque se desarrolla hace décadas, la introducción de la técnica de Correlación Digital de Imágenes para obtener mediciones detalladas en ensayos ha sido utilizada de manera exhaustiva recientemente [16, 17, 22].

Con esta técnica, pueden obtenerse errores de medición análogos a los de los métodos de medición tradicionales [23], pero con la posibilidad de obtener lecturas continuas durante el ensayo (sin necesidad de realizar etapas de medición) y con resultados registrados a altas frecuencias (superiores a 1 Hz) [17].

Para el cortante, dicha técnica permite el seguimiento del desarrollo de la fisuración y las cinemáticas instantes antes y después de que se alcance la máxima carga, así como comprender las causas que desencadenan el fallo.

Cavagnis *et al.* [15] han estudiado recientemente mediante esta técnica un amplio programa experimental que comprende

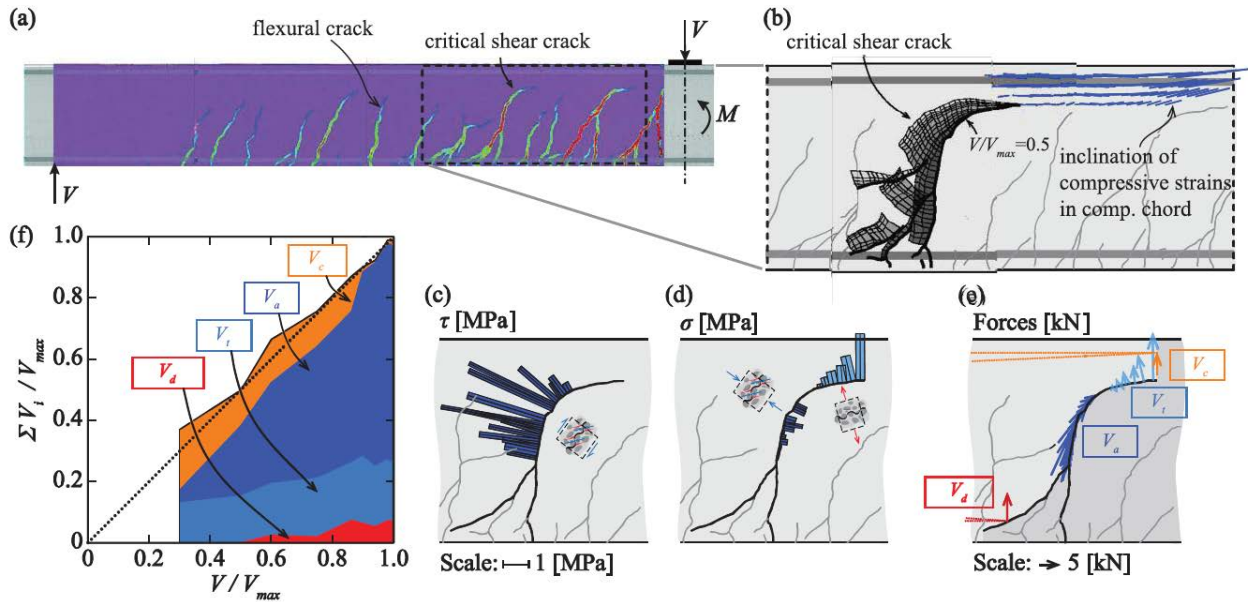


Figura 3. Deformaciones y cinemáticas medidas y esfuerzos internos calculados mediante leyes constitutivas (especimen SC70, figura adaptada de la referencia [15]): (a) área de ensayo y medidas por Correlación Digital de Imágenes, DIC; (b) análisis de las cinemáticas de la fisura crítica de cortante y deformaciones principales en la biela de compresión; (c-e) cálculo de las tensiones en la fisura y fuerzas en la interfaz partiendo de las cinemáticas medidas y las leyes constitutivas; y (f) contribución de los mecanismos de transferencia de cortante durante el proceso de carga.

17 ensayos (incluyendo vigas simplemente apoyadas bajo cargas concentradas, ménsulas bajo cargas distribuidas y vigas con continuidad a momentos sobre apoyos).

La figura 3 muestra un caso de los resultados obtenidos por medio de Correlación Digital de Imágenes para un ensayo seleccionado (especimen SC70[15]), incluyendo detalles del patrón de fisuración (figura 3a) y sus cinemáticas correspondientes (figura 3b).

Algunas conclusiones interesantes de dicha serie de ensayos se resumen a continuación (pueden consultarse los pormenores en otras referencias [15,17]):

- El fallo está controlado por el desarrollo de una fisura crítica de cortante. Dicha fisura se origina normalmente por flexión, y progresa de forma casi-perpendicular al eje de la pieza hasta la fibra neutra. A partir de entonces, la fisura crítica de cortante se desarrolla de manera casi-paralela al eje de la pieza (figura 3b).
- El fallo puede desencadenarse por la unión de fisuras secundarias en la fisura crítica de cortante (de manera estable o inestable) o por el desarrollo de una nueva fisura inclinada debido a la participación local del engranamiento de áridos producida por el deslizamiento de la fisura [15,17].
- La superficie de fallo coincide con la fisura original de cortante total o parcialmente (dependiendo de la causa final que produce el fallo) y requiere asimismo del desarrollo de una fisura de delaminación[15] a lo largo de la armadura longitudinal (para permitir el desplazamiento relativo de los dos cuerpos separados por la fisura crítica de cortante).
- El centro instantáneo de rotación medido que describe los desplazamientos relativos entre los dos cuerpos separados por la fisura crítica de cortante se encuentra aproximadamente en el frente de la fisura crítica de cortante (figura 3b). Por lo tanto, la apertura y deslizamiento de la fisura crítica de cortante cambia a lo largo del canto de la pieza. Puede observarse que las trayectorias curvas de los desplazamientos entre las caras de la fisura (más evidentes en la

parte inferior de la misma) son una consecuencia del desarrollo gradual de la fisura crítica de cortante, desplazándose la posición del centro de rotación en dirección casi horizontal antes del fallo.

- Teniendo en cuenta la apertura acumulada de las fisuras tributarias por flexión (aquellas que no avanzan como posibles fisuras de cortante), el perfil de la componente horizontal es aproximadamente lineal. Esto se muestra en la figura 4 para un espécimen del mismo programa de ensayo indicando la región donde se desarrollan las fisuras tributarias de flexión. La figura 4a muestra las cinemáticas de la fisura crítica de cortante medidas (coherentes con la figura 3b) y la ubicación de las fisuras tributarias por flexión. Su componente horizontal de la apertura se resume en la figura 4b, produciendo un perfil aproximadamente lineal. Puede observarse que, si se considera únicamente la fisura crítica de cortante, la linealidad sigue estando garantizada hasta una distancia de aproximadamente  $0.6d$  desde la fibra comprimida más exterior.
- En el régimen elástico de la armadura, la relación entre el momento flector actuante y la apertura horizontal total de la fisura crítica de cortante a nivel de la armadura ( $u_A$  en la figura 4b, parámetro que puede asumirse para describir la totalidad de las cinemáticas de la fisura crítica de cortante) es asimismo aproximadamente lineal. Este hecho se demuestra en la figura 4c para los especímenes del programa de ensayos de la Referencia [15]. Como muestran Cavagnis *et al.*[21], una buena aproximación de dicho valor puede ser obtenida a través de la siguiente expresión:

$$u_A = \varepsilon_s \ell_B, \quad (1)$$

donde  $\ell_B$  se refiere a la longitud donde se desarrollan las fisuras tributarias por flexión de la fisura crítica por cortante (figura 4a, aproximadamente igual al canto útil menos el espesor del bloque comprimido [21]) y  $\varepsilon_s$  se refiere a

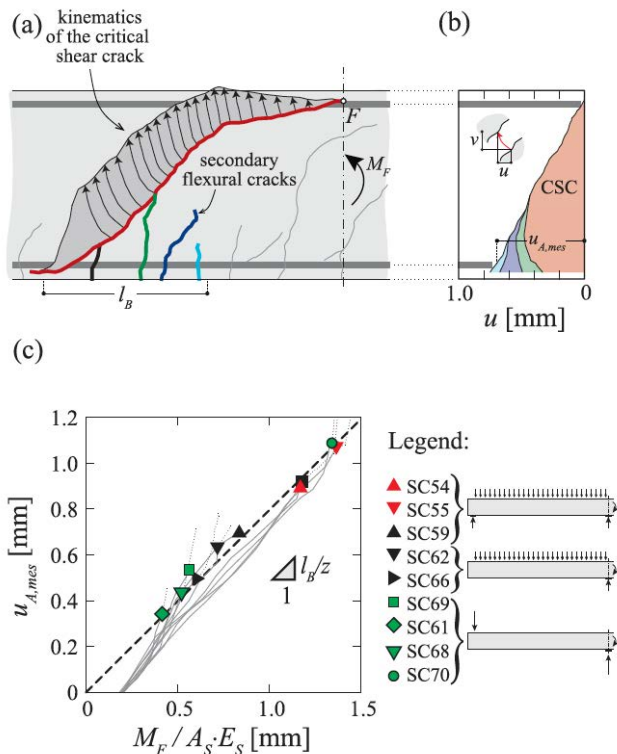


Figura 4. Mediciones de las cinemáticas de la fisura para el espécimen SC59 (figura adaptada de la referencia [24]): (a) geometría de la fisura y desplazamientos relativos medidos entre los labios de la fisura; (b) componente horizontal de la apertura de la fisura; y (c) componente horizontal de la apertura acumulada de fisura a la altura de la armadura, en función del momento aplicado para distintos especímenes.

la deformación de la armadura (en la posición de su intersección con la fisura) calculada por mera consideración del equilibrio y asumiendo un comportamiento elástico de la armadura.

Es interesante señalar que, partiendo de las medidas del campo de desplazamientos (geometría de la fisura y cinemáticas asociadas), la contribución de los distintos mecanismos de transferencia de cortante puede ser obtenida mediante integración de las leyes constitutivas fundamentales de los materiales y garantizando las condiciones de equilibrio (vertical, horizontal y de momentos flectores).

Cavagnis *et al.* [15] han presentado una metodología detallada a tal efecto teniendo en consideración los postulados del modelo bifásico de Walraven [25] respecto al engranamiento de áridos relativo al deslizamiento de la fisura, las formulaciones de Hordjik ( $u$  u otras alternativas) para la resistencia residual a tracción tras la fisuración del hormigón [26,27], la respuesta de la armadura y la resistencia del recubrimiento del hormigón (teniendo en cuenta el efecto de la deformación de la armadura de acuerdo con las referencias [28,29]) para el efecto pasador así como la inclinación medida de las deformaciones principales de compresión para evaluar la contribución de la biela comprimida [20].

Un ejemplo de las tensiones calculadas en la fisura crítica de cortante según este procedimiento puede verse en la figura 3c,d (especímen SC70 [15]). Se obtiene por consiguiente una descripción plena de las fuerzas actuantes en el diagrama

de cuerpo libre delimitado por la fisura crítica de cortante, así como el desarrollo de las contribuciones de los distintos mecanismos de transferencia de cortante durante el proceso de carga (figura 3f).

Resulta interesante observar en dichos resultados que el engranamiento de los áridos y las tensiones residuales de tracción transmitidas a través de la fisura crítica de cortante se concentran en el área donde la apertura de la fisura crítica de cortante continúa siendo escasa. Habitualmente, se trata de la zona de la fisura inalterada por la presencia de las fisuras secundarias de flexión (zona por encima de una distancia aproximadamente igual a  $0.6d$  desde la fibra más comprimida, véanse las figuras 3e y 4b).

Asimismo, puede verse que algunas acciones pueden dimensionar en ciertos escalones de carga, aunque pueda disminuir su contribución relativa posteriormente (por ejemplo, en el caso de la figura 3f, la contribución de la biela inclinada se reduce paulatinamente y en última instancia el fallo es ocasionado en gran medida por el engranamiento de los áridos relacionado con el deslizamiento de la fisura).

La reseña de dichos enfoques así como la comparación con resultados de ensayos pueden consultarse en otras referencias [15].

La validez del planteamiento ha sido constatada reiteradamente para distintos esquemas estáticos, condiciones de carga y zonas de fallo [15,16].

Este hecho puede constatarse en la figura 5 para la serie completa de ensayos de Cavagnis *et al.* [15], donde se muestra una buena congruencia para los distintos parámetros mecánicos, en particular para los distintos mecanismos de transferencia de cortante preponderantes (la acción de la biela comprimida rige cuando el frente de la fisura crítica de cortante se encuentra próximo a la zona cargada, prevaleciendo la transferencia de esfuerzos a través de la fisura crítica en caso contrario).

Las diferencias entre los esfuerzos cortantes medidos y calculados pueden ser explicadas en parte al reparar en que el análisis depende del perfil de la fisura medido en la superficie y que este no es necesariamente constante a lo largo del ancho de la pieza. Sin embargo, como muestran Cavagnis *et al.* [15] tras analizar los resultados de varios perfiles internos de fisuras (medidos una vez que los dos cuerpos divididos por la fisura crítica de cortante se desprenden tras el ensayo), dichas diferencias son razonablemente comidas.

De igual modo, otros grupos de investigadores [16,22,30] han realizado análisis independientes de la contribución de los mecanismos de transferencia de cortante siguiendo una metodología similar, obteniendo resultados igualmente coherentes.

### 3. EL MODELO MECÁNICO DEL CSCT

Como se ha constatado en pruebas experimentales y ha sido analizado anteriormente, el fallo por cortante en piezas sin armadura transversal se produce por el desarrollo de una fisura crítica de cortante. Los criterios de la teoría de la fisura crítica de cortante se establecen en los años noventa [32], basándose en dicha observación y de forma coherente con la

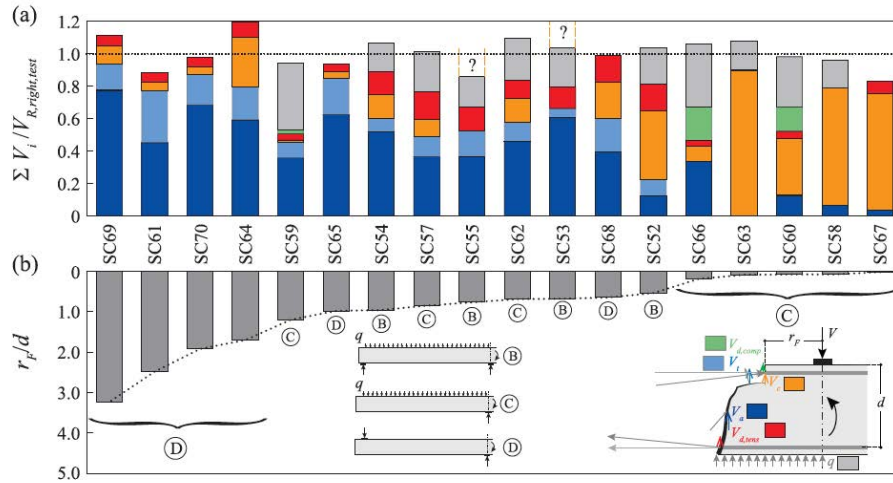


Figura 5. Análisis de los mecanismos de transferencia de cortante para distintos elementos y tipos de carga: (a) detalles de la serie de ensayos de Cavagnis *et al.*[15] basadas en el patrón real (medido) de fisuración, cinemáticas y leyes constitutivas para el engranamiento de áridos relativo al deslizamiento de la fisura, capacidad a tracción residual del hormigón tras la fisuración, efecto pasador relativo a la armadura transversal e inclinación de la biela comprimida y (b) posiciones correspondientes (medidas) de la posición del frente de la fisura crítica de cortante durante el fallo.

labor precursora de Kinnunen y Nylander en la descripción de los fallos por punzonamiento [31].

La teoría experimentó a partir de entonces un número de avances y se ha formulado para resolver tanto los fallos por corte puro como por punzonamiento. Las hipótesis principales de la teoría son sencillas y pueden resumirse como sigue (una reseña pormenorizada de las hipótesis puede consultarse en otro lugar [20,34,35]):

1. La capacidad a cortante se rige por el desarrollo (forma, posición y cinemáticas) de una fisura crítica de cortante.
2. La distribución del deslizamiento y la apertura de la fisura varían a lo largo de la altura de la fisura y se rige por las cinemáticas de la fisura, teniendo en cuenta que el centro de rotación que describe los desplazamientos relativos entre los cuerpos separados por la fisura crítica de cortante se encuentra en el frente de la fisura.
3. Varios mecanismos de transferencia de cortante pueden resistir esfuerzos cortantes: engranamiento de áridos debido al deslizamiento de la fisura, capacidad a tracción residual del hormigón fisurado, efecto pasador de la armadura interceptada por la fisura, y la inclinación de la biela comprimida.
4. La cantidad de esfuerzo cortante transferida por cada acción susceptible de transmitir cortante puede ser calculada bajo las condiciones de equilibrio, compatibilidad y las leyes constitutivas de los materiales.
5. El fallo ocurre cuando la demanda de cortante iguala la capacidad de un cuerpo libre definido por la fisura crítica de cortante (suma de todas las acciones susceptibles de transferir cortante, véanse las definiciones en la figura 2) para transferir esfuerzos cortantes, esto es:

$$V_R = V_a + V_t + V_d + V_c \quad (2)$$

Para fallos por cortante, puede asumirse que la fisura crítica por cortante se desarrolla en cualquier sección dada y se caracteriza por un perfil bilinear [20] (véase la figura 6a). Los

ángulos y las distancias adoptadas por la CSCT para describir la fisura crítica de cortante (figura 6b) se describen y justifican exhaustivamente en otra parte [15,21] y han sido ratificadas sistemáticamente mediante comparación con los resultados de los ensayos.

Basándose en la forma y cinemáticas asumidas (con una posición del centro de rotación en el frente de la fisura, véase la figura 6a,b) y teniendo en cuenta dos sólidos rígidos divididos por la fisura crítica de cortante, véanse las figuras 6a,b y los resultados experimentales de la figura 4a) y suponiendo que el giro relativo puede ser descrito como una función de la deformación en la armadura de flexión (en la posición donde la fisura de cortante intercepta la armadura por flexión [15,21], véase la figura 6c y la ecuación (1)), pueden calcularse el perfil íntegro de la apertura y del deslizamiento de la fisura a lo largo de la altura de la fisura (figura 6c-e).

La integración de las tensiones a lo largo del perfil simplificado de la fisura por cortante (consecuentemente con la metodología seguida para la interpretación de las mediciones por Correlación Digital de Imágenes), permite en última instancia calcular las distintas contribuciones de transferencia de cortante. La posición real de la fisura crítica de cortante se determina por tanto en la sección transversal más débil posible. Los pormenores de este enfoque pueden encontrarse en otro lugar [24].

Un ejemplo de la aplicación de los principios del CSCT para calcular la resistencia a cortante se muestra en la figura 7, donde las contribuciones de la resistencia residual a tracción del hormigón fisurado y del engranamiento de áridos relacionado con el deslizamiento de la fisura se integran (de acuerdo con las correspondientes leyes constitutivas, figura 7a-d) así como la contribución del efecto pasador y de la inclinación de la biela comprimida (figura 7e-h).

Sumando la contribución de todos los efectos posibles, se puede obtener también la resistencia a cortante total como la cantidad de cortante resistida por cada efecto. La figura 8 muestra para los casos investigados previamente (figura 5) una comparación de las fuerzas integradas a lo largo de la geometría



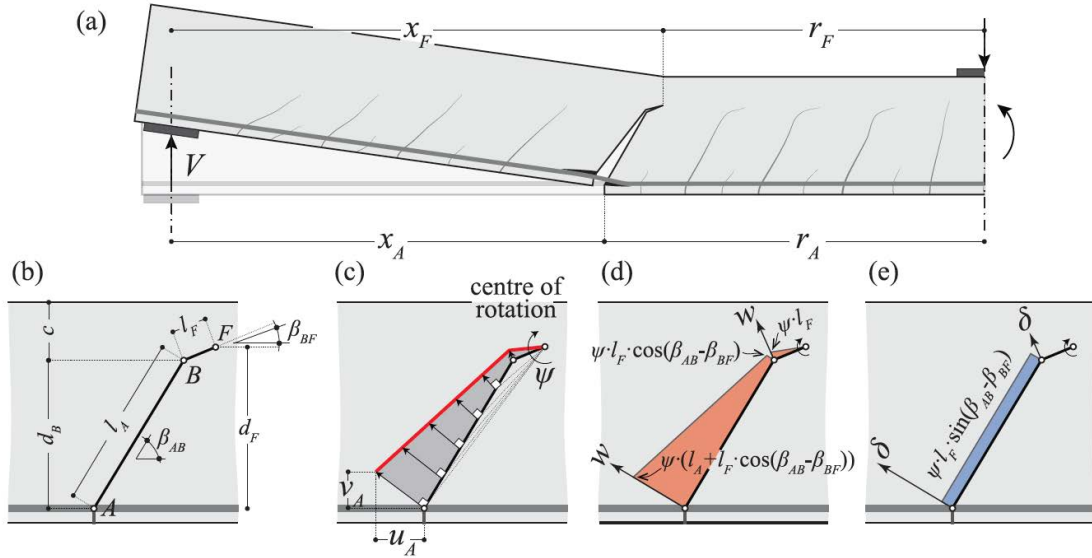


Figura 6. Hipótesis geométricas y cinemáticas del modelo físico de la fisura crítica de cortante: (a) forma de la fisura crítica; (b) parámetros que definen la forma de la fisura; (c) cinemáticas supuestas; distribuciones asociadas de (d) apertura de fisura (e) deslizamiento de la fisura.

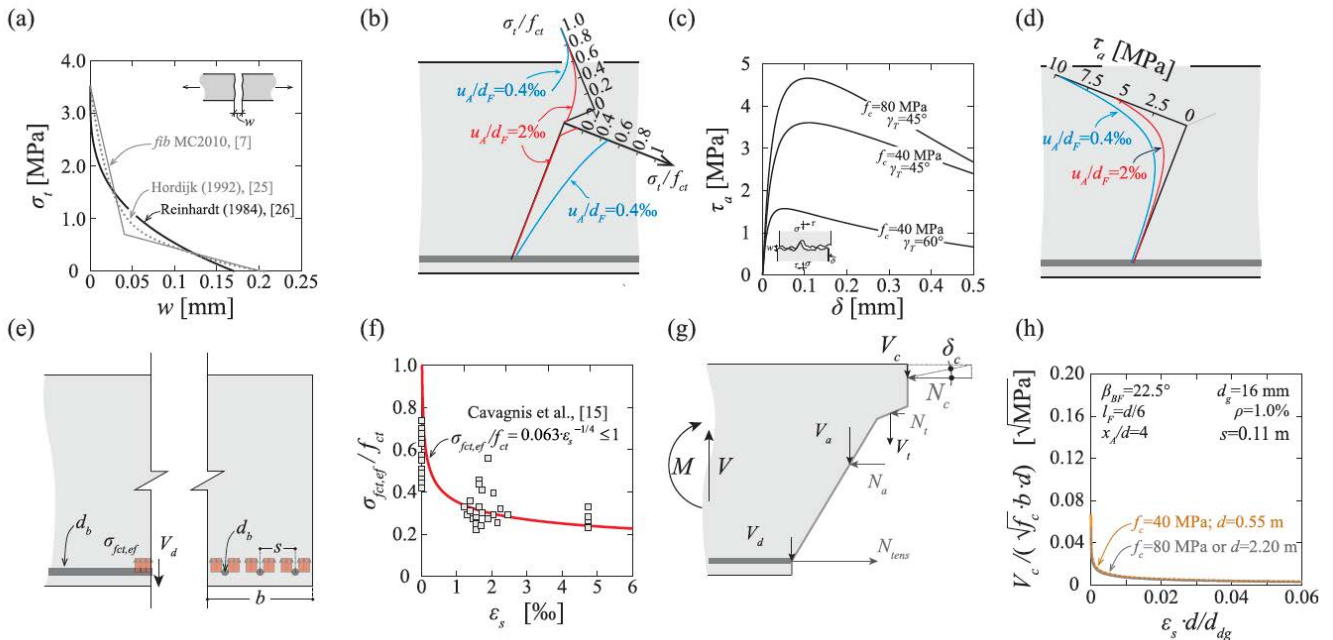


Figura 7. Integración de las leyes constitutivas teniendo en cuenta el perfil variable de la apertura de fisura y del deslizamiento de fisura (análisis de acuerdo a la referencia [24]): (a,b) leyes constitutivas supuestas de la resistencia a tracción en función de la apertura de fisura y distribución a lo largo de la fisura crítica de cortante; (c, d) leyes constitutivas supuestas para el engranamiento de éridos relativo al deslizamiento de la fisura y distribución a lo largo de la fisura crítica; (e, f) principio de efecto pasador e influencia de la deformación de la armadura; y (g, h) inclinación de la biela comprimida y contribución a la resistencia a cortante.

tría medida de la fisura (columnas a la izquierda) y a lo largo de la geometría simplificada de la fisura (columna derecha). Como puede observarse, se obtiene una buena concordancia en términos tanto de resistencia total, de contribución de los distintos efectos, y del efecto principal.

Es interesante señalar las siguientes cuestiones en el modelo general de CSCT:

- El modelo considera una geometría y posición variables de la fisura crítica de cortante.
- El modelo considera una apertura y deslizamiento variables a lo largo de la fisura crítica de cortante.

- Dado que la resistencia a cortante depende de la apertura de la fisura, el modelo tiene en cuenta directamente los efectos de escala y de la deformación de la armadura [20,36].
- La integración de las tensiones permite determinar no solo la resistencia sino también la cantidad de cortante transmitida por cada acción.

Basándose en este modelo general y los principios de CSCT [20], puede demostrarse que una manera muy conveniente de representar la capacidad de una pieza para transferir esfuerzos

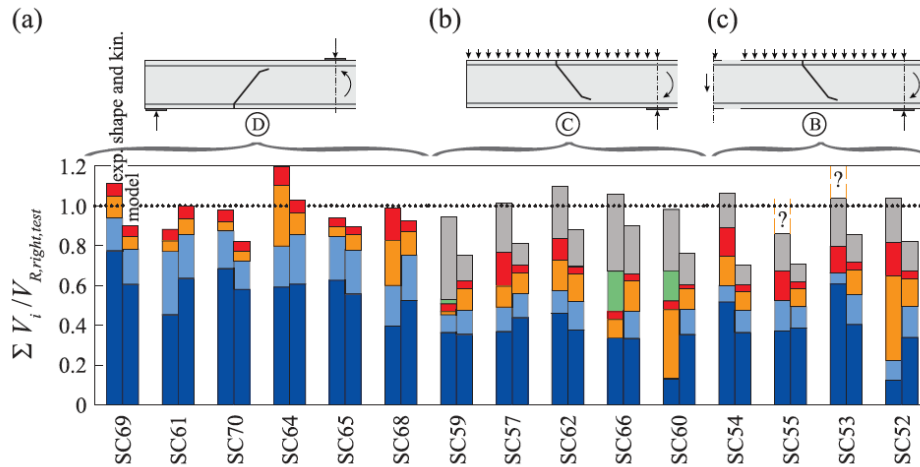


Figura 8. Comparación de los mecanismos de transferencia de cortante en vigas para la serie de ensayos de Cavagnis *et al.* [15] basada en leyes constitutivas y la geometría medida de la fisura (columna izquierda) y la geometría simplificada adoptada así como las cinemáticas de la fisura crítica de cortante (columna derecha), figura adaptada de la referencia [24].

cortantes es por medio de un criterio de fallo. Este criterio establece la cantidad de cortante que puede transmitirse para un nivel de deformación dado en la pieza (asociado a un perfil de apertura de fisura y de deslizamiento en la fisura crítica de cortante) y para las propiedades de los materiales dadas (acero, hormigón fisurado y no fisurado).

Por razones de sencillez, la información a nivel de deformación (perfil de apertura y deslizamiento de la fisura) puede expresarse de forma condensada por medio del producto de la deformación de la armadura y el canto útil de la pieza de forma análoga a la ecuación (1) (al despreciar el tamaño del bloque de compresiones con respecto al canto útil de la pieza y asumiendo que la longitud  $l_b$  en la ecuación (1) es proporcional al canto útil  $d$ ).

Asimismo, la influencia del tamaño del árido en la capacidad de transferencia de esfuerzos cortantes a través del hormigón fisurado se considera por medio de una rugosidad equivalente (normalmente denominada como  $d_{ig} = d_{g0} + d_g$ , donde  $d_{g0}$  es un valor constante de 16 mm de acuerdo con Muttoni y Fernández Ruiz [19],  $d_g$  se refiere al tamaño máximo del árido y el valor  $d_{ig}$  está habitualmente limitado a 40 mm [21]), y las propiedades del hormigón fisurado.

En la figura 9a se muestra un ejemplo del cálculo numérico del criterio de fallo por integración de tensiones (usando los parámetros de normalización descritos previamente en el eje horizontal). Esta figura proporciona detalles adicionales en tres etapas distintas (denominadas A, B y C) asociadas a aperturas relativamente bajas, moderadas y elevadas de la fisura crítica de cortante.

Como se muestra en la figura 9b, para aperturas de fisura crecientes, las tensiones transmitidas a través de la fisura crítica de cortante se concentran en áreas menores (más cercanas al frente de la fisura), disminuyendo por consiguiente su contribución total a la transferencia de esfuerzos cortantes. En consecuencia, la fuerza transmitida por dichos mecanismos de transferencia de cortante se reduce para valores crecientes de la apertura de la fisura crítica de cortante, véase también [20].

Se observa una respuesta similar en cuanto al efecto pasador y la contribución de la biela comprimida. Respecto al efecto pasador, la capacidad de transferencia de esfuerzo cor-

tante se reduce para aperturas de fisura crecientes ya que la resistencia del recubrimiento al desconchamiento disminuye asimismo para niveles elevados de deformación en la armadura [15]. En cuanto a la inclinación de la biela comprimida, su contribución a la transmisión de esfuerzo cortante también se reduce en tanto que el apoyo directo no domine (vigas esbeltas) debido a las condiciones de equilibrio de los componentes anteriores (véase las referencias [20,21]).

La forma prácticamente hiperbólica del criterio de fallo (figura 9a), con tensiones decrecientes para niveles crecientes de deformación, se reproduce sistemáticamente para piezas que fallan a cortante, independientemente de los parámetros mecánicos y el esquema estático [21].

A este respecto, es interesante señalar que los criterios de fallo muestran una dispersión reducida incluso para variaciones relativamente grandes en los parámetros mecánicos (véase la figura 9c) y pueden ser aproximados razonablemente mediante una expresión simplificada (como se explica en la siguiente sección).

#### 4. SIMPLIFICACIONES DE LA FORMULACIÓN GENERAL DE LA CSCT PARA EL DISEÑO

Habitualmente la integración numérica de los mecanismos de transferencia de cortante suele requerir de mucho tiempo y es necesario un procedimiento simplificado a efectos de diseño. Para aplicaciones prácticas, y basándose en la dispersión relativamente limitada de la integración numérica del criterio de fallo (véase la figura 9c), puede adoptarse una expresión simplificada para definir el criterio de fallo. Una expresión adecuada del criterio de fallo ha sido propuesta por Muttoni y Fernández Ruiz [19] (basándose en trabajos previos [31]), adoptando las siguientes simplificaciones en el modelo general de CSCT:

- Se considera que la resistencia a cortante (como se refleja en ensayos meticulosamente detallados) depende de:
  - Las propiedades del hormigón, expresadas mediante la

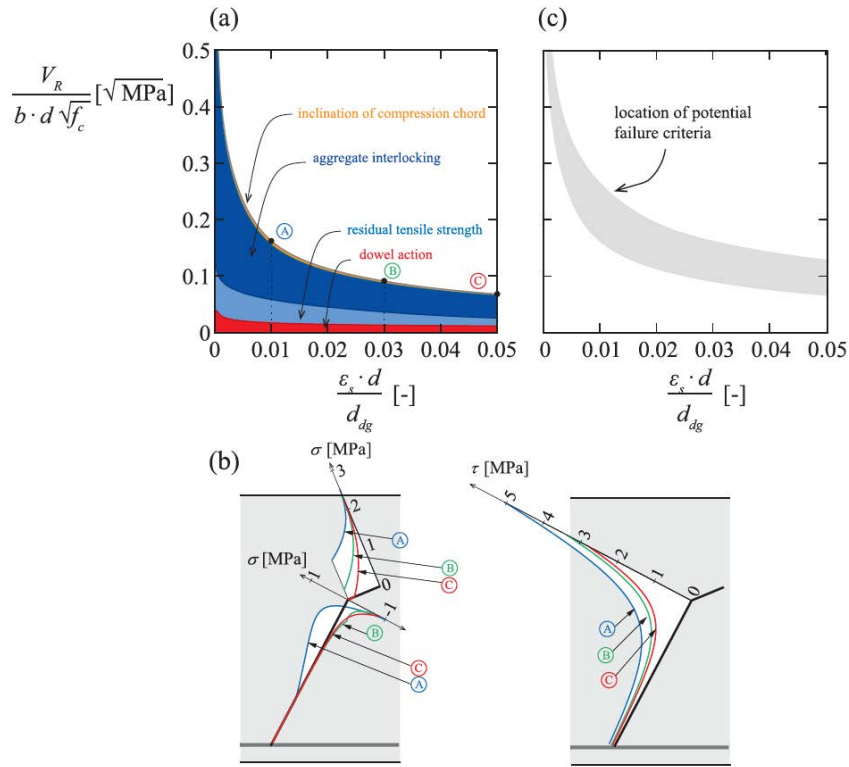


Figura 9. Cálculo numérico del criterio de fallo que determina la capacidad de transferencia de esfuerzos cortantes para distintos niveles de deformación: (a) criterio de fallo (análisis de acuerdo a la Referencia [24] con  $f_c = 30$  MPa,  $d_g = 16$  mm,  $d = 500$  mm,  $b = 250$  mm,  $\rho = 1\%$ ,  $a/d = 3.0$ , parámetro  $ddg = 16\text{mm} + dg \leq 40$  mm, de acuerdo con la Referencia [21]); (b) tensiones normales y tangenciales en la fisura crítica de cortante para el caso anterior y distintos niveles de apertura de fisura; y (c) posición del criterio de fallo para distintos parámetros ( $f_c = 20\text{--}100$  MPa,  $d_g = 8\text{--}32$  mm,  $\rho = 0.5\text{--}3\%$ ,  $d = 200\text{--}2000$  mm,  $a/d = 3\text{--}8$ , análisis de acuerdo con la Referencia [24]).

raíz cuadrada de la resistencia a compresión ( $f_c$ ) y el tamaño del árido ( $d_g$ , relacionado con la rugosidad de una superficie fisurada y que influye en las propiedades del hormigón fisurado [20])

- La apertura y deslizamiento que se desarrollan localmente a lo largo de la fisura crítica de cortante. Estos parámetros varían a lo largo de la altura de la pieza, pero pueden ser caracterizados por un valor de referencia ( $w$ ) que sintetiza las cinemáticas consideradas (véase la sección anterior).

La resistencia a cortante puede por tanto ser expresada como:

$$\frac{V_R}{b \cdot d} \sqrt{f_c} f(w, d_g), \quad (3)$$

donde  $V_r$  se refiere a la resistencia a cortante,  $b$  al ancho de la pieza y  $d$  a su canto útil.

- Se asume que el valor de referencia de la apertura de la fisura crítica de cortante es proporcional al producto de una deformación de referencia por el canto útil de la pieza:

$$w \propto \epsilon \cdot d \quad (4)$$

De acuerdo con Muttoni y Fernández Ruiz [19], la deformación de referencia puede evaluarse debidamente a nivel de armadura como se ha mostrado anteriormente (véase asimismo la referencia [21]) o con resultados similares a una

distancia de  $0.6d$  desde la fibra más comprimida (región no perturbada por las fisuras secundarias de flexión) en una sección de control dada. Esta hipótesis fue justificada en la ecuación (1). Bajo estas consideraciones, se propuso la siguiente expresión como formulación simplificada del criterio de fallo:

$$\frac{V_R}{b \cdot d \sqrt{f_c}} = \frac{1}{3} \frac{1}{1 + 120 \frac{\epsilon \cdot d}{d_{g0} + d_g}} \quad (\text{Unidades SI : MPa, mm}) \quad (5)$$

Estas hipótesis constituyen simplificaciones del modelo CSCT completo descrito en la sección anterior a fin de proporcionar una formulación analítica sencilla. Se considera que el descenso en la capacidad de transferencia de cortante (teniendo en cuenta la suma de todos los posibles mecanismos de transferencia de cortante) se rige por el término  $\epsilon d / (d_{g0} + d_g)$  relativo a la apertura de fisura de cortante de referencia y a las propiedades del hormigón (rugosidad de los labios de la fisura y respuesta del hormigón fisurado). Esta hipótesis proporciona una concordancia muy razonable con el modelo mecánico de CSCT y con los resultados de ensayos disponibles (véase la figura 10).

Además del criterio de fallo, a fin de calcular la resistencia a cortante, es necesario determinar la relación entre la demanda de cortante (esfuerzo cortante aplicado) y el valor de referencia de la apertura de fisura. A tal efecto, puede adoptarse como hipótesis simplificada una respuesta lineal entre el momento flector actuante en el frente de la fisura y las

deformaciones horizontales de la pieza (véase la figura 4c). Lo cual puede llevarse a cabo, según Muttoni y Fernández Ruiz [19], suponiendo por ejemplo una respuesta lineal-fisurada del hormigón armado en flexión (distribución lineal de tensiones en el hormigón sin capacidad a tracción)[37,38]. En ese caso, suponiendo un comportamiento elástico de la armadura de acuerdo con [19]:

$$\varepsilon = \frac{M}{b d \rho E_s (d-c/3)} \frac{0.6d d-c}{d-c} \quad (6)$$

donde  $M$  es el momento flector actuante en la sección de control,  $\rho$  es la cuantía geométrica de la armadura longitudinal,  $E_s$  el módulo de elasticidad de la armadura y  $c$  es la profundidad del bloque comprimido (supuesto con una distribución lineal de tensiones) [19].

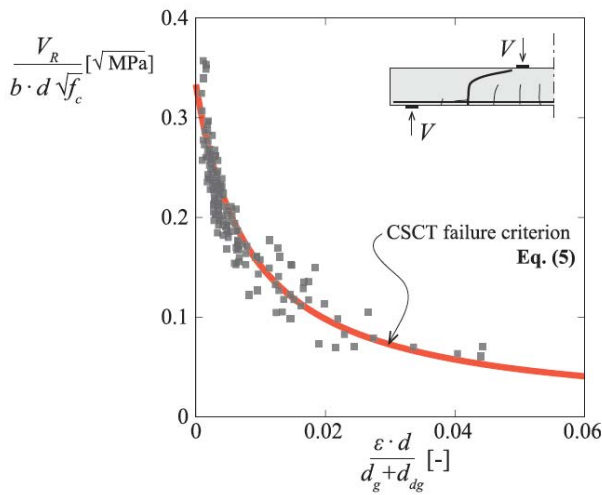


Figura 10. Comparativa de la simplificación analítica del criterio de fallo de la CSCT con resultados de 269 ensayos (base de datos de acuerdo con la Referencia [19]).

La ecuación (6) puede ser introducida directamente en el criterio de fallo (ecuación (5)) para calcular la resistencia al fallo, lo que conduce a la siguiente forma cuadrática cerrada de la resistencia a cortante (véase deducción pormenorizada en la referencia [20]):

$$V_R \frac{3}{b d \sqrt{f_c}} \left( \frac{1+V_R}{a/d} \frac{120}{d_{g0} + d_g} \frac{(a-d/2)}{b d \rho E_s (d-c/3)} \frac{0.6d d-c}{d-c} \right) = 1 \quad (7)$$

La ecuación (7) puede expresarse como [20]:

$$\frac{V_R}{b d \sqrt{f_c}} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4 \frac{\beta d}{\alpha}}}{6 \frac{\beta d}{\alpha}} \quad (8)$$

Esta ecuación permite un cálculo directo de la resistencia a cortante y ha sido obtenida de manera coherente con las hipótesis de CSCT introduciendo una serie de simplificaciones razonables.

Otras simplificaciones en el contexto de CSCT han sido propuestas por Cavagnis *et al* [21,24,39]. Siguiendo una me-

todología similar (aprovechando y corroborando ampliamente el minucioso modelo numérico de CSCT presentado en este artículo), se propuso una expresión alternativa del criterio de fallo, conduciendo a una expresión de diseño de forma cerrada más sencilla [39]:

$$\frac{V_R}{b d} = \frac{0.6}{\gamma_c} \left( 100 \rho f_{ck} \frac{d_{dg}}{\sqrt{a d/4}} \right)^{1/3} \quad (9)$$

donde  $\gamma_c$  se refiere al coeficiente parcial de seguridad (habitualmente  $\gamma_c=1.5$  en diseño),  $f_{ck}$  a la resistencia característica de compresión del hormigón,  $a$  a la luz de cortante y  $d_{dg} = 16 \text{ mm} + d_g (\leq 40 \text{ mm})$ , de acuerdo con la Referencia [21].

Todos los particulares del criterio de fallo y de la obtención analítica de las expresiones puede consultarse en otro lugar [24,39].

Esta expresión es de aplicación directa en la práctica, ha mostrado buena concordancia con los resultados de ensayos disponibles (véanse las referencias [13,24,39]) y está incluida actualmente en el borrador del futuro Eurocódigo 2 [12] para estructuras de hormigón. Es interesante observar que la expresión propuesta, aunque obtenida analíticamente del modelo mecánico, muestra ciertas similitudes de forma con la expresión empírica propuesta por Zsutty [40] y adoptada por la versión actual del Eurocódigo 2 (EN1992-1-1:2004 [3]).

## 5. CONSIDERACIÓN DEL EFECTO ESCALA Y LA DEFORMACIÓN DE LA ARMADURA

Una de las ventajas más significativas de una teoría física es que, si se formula adecuadamente y se basa en premisas sólidas, es capaz de reproducir los fenómenos observados sin necesidad de introducir factores de corrección. Este es el caso en particular de la CSCT con respecto a la consideración del efecto escala (reducción de la resistencia al corte unitaria normalizada para especímenes idénticos pero de tamaño creciente). Dos estudios pormenorizados al respecto, que proporcionan la formulación matemática necesaria y su implementación, han sido publicados en otro lugar [20,36]. En esta sección, se abordarán brevemente las consideraciones más interesantes:

- La CSCT no necesita de ninguna corrección para tener en cuenta el efecto escala o los efectos de la deformación de la armadura ya que dichos fenómenos son capturados automáticamente a partir de sus hipótesis. Las piezas con mayor canto muestran mayores aperturas de fisura en la zona sin armar para el mismo nivel de deformación de la armadura, y por tanto menores resistencias unitarias (efecto de escala).
- Cuando puede asumirse una respuesta lineal de la armadura (y por tanto en términos de respuesta carga-deformación [20,36], véase también la figura 4c), la ley completa del efecto de escala [41] puede ser obtenida directamente bajo la ecuación (8), que muestra la transición desde el análisis límite (para piezas de tamaño reducido) hasta la mecánica de fractura lineal (MFL para piezas de gran tamaño). La pendiente para tamaños elevados ( $d \rightarrow \infty$ ) puede ser calculada a través de la ecuación (8) y resulta igual a  $-1/2$  en escala logarítmica (de acuerdo con MFL):

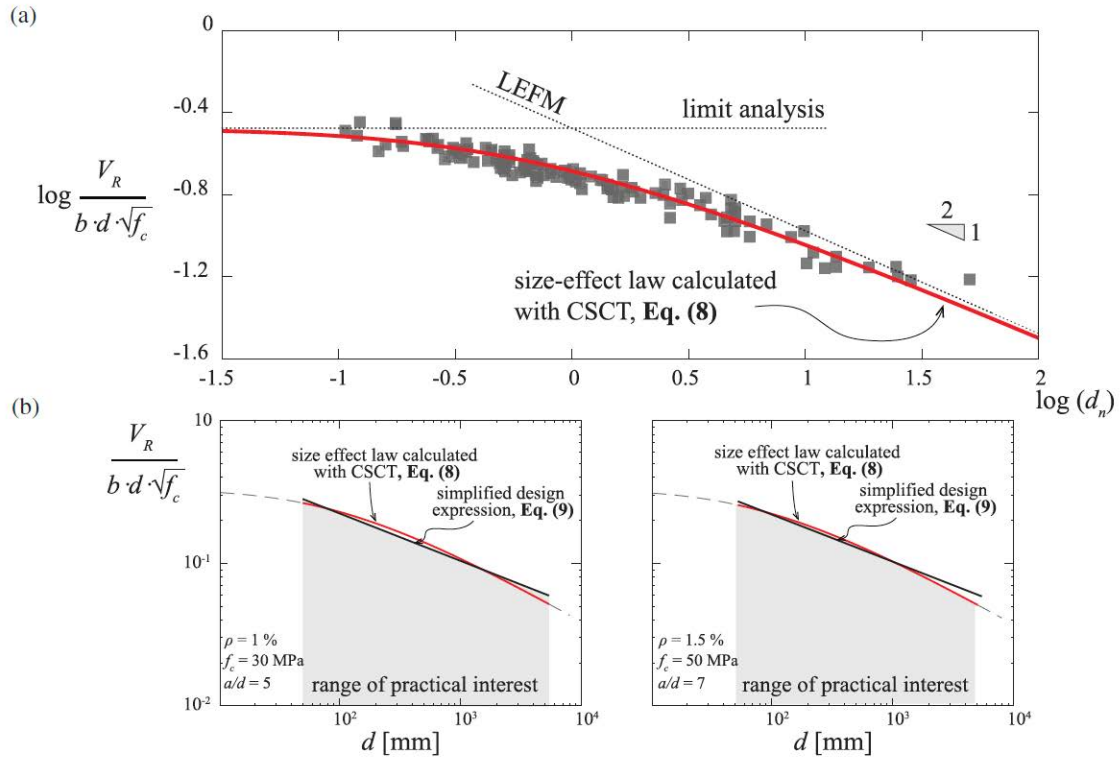


Figura 11. Influencia del efecto de escala: (a) comparativa del cálculo de la carga última de la Teoría de la Fisura Crítica de Cortante (CSCT) (ecuación (8)) con resultados de 269 ensayos (base de datos de acuerdo con la Referencia [19]) y (b) comparativa de la ley del efecto de escala calculada de acuerdo a la CSCT (ecuación (8)) y la expresión simplificada de diseño (ecuación (9)) para dos casos representativos.

Estos resultados (véase la figura 11a, normalizados en el eje de abscisas por el parámetro  $d_n = \beta d/a$ ) son coherentes con los valores observados para la ley de efecto de escala.

- Además de la congruencia para respuestas lineales (comportamiento típico de vigas isostáticas y forjados unidireccionales), el modelo también proporciona una respuesta adecuada cuando cabe esperar un comportamiento no lineal. Este tema ha sido estudiado exhaustivamente por Fernández Ruiz y Muttoni [36] para piezas con continuidad estructural y posibles redistribuciones de esfuerzos internos durante el proceso de carga (lo que conduce a cambios en la ratio entre el cortante actuante y el flector en la sección de control). En estos casos, el efecto de escala calculado con la CSCT es más leve (de acuerdo con la respuesta teórica de la mecánica de fractura para dichos casos [42] y puede ser obtenido para cada caso particular dando lugar a pendientes asintóticas típicas en representación logarítmica de aproximadamente  $-1/3$ ).
- Los planteamientos sobre la congruencia de la teoría para respuestas lineales y no lineales también son válidas en todo su alcance en el caso de punzonamiento de forjados bidireccionales [20]. En este caso, la respuesta carga-deformación es altamente no lineal ya que la redistribución de esfuerzos internos (momentos radiales/tangenciales) ocurre debido a la fisuración paulatina y la plastificación de la armadura de negativos. En caso de que pudiese suponerse una respuesta lineal [20], la pendiente asintótica obtenida con el CSCT sería correcta ( $-1/2$ , [20] de acuerdo con la mecánica de fractura lineal). Si se considera una respuesta no lineal realista de la estructura (asumiendo en

cualquier caso que la pieza se encuentra fisurada debido a acciones externas o estados de autotensión), la pendiente asintótica es de nuevo sistemáticamente más moderada (aproximadamente entre  $-1/2.5$  y  $-1/3$  en representación logarítmica, como reconocen otros autores [43,44]). [20]

Estos resultados demuestran la generalidad y coherencia del planteamiento, así como la solidez de sus hipótesis, reproduciendo automáticamente los fenómenos. Este enfoque garantiza la obtención de respuestas adecuadas y adaptadas respecto al efecto de escala para casos prácticos. Los autores señalan que Dönmez y Bazant [6] han planteado recientemente algunas críticas sobre este tema. En el apéndice se ofrece una respuesta amplia y clara a las opiniones planteadas en la referencia [6], basada en el contenido del presente manuscrito.

Con respecto a la expresión de forma cerrada simplificada para diseño (ecuación (9)), puede observarse que aproxima el efecto de escala de manera lineal con una pendiente de  $-1/3$  en escala doblemente logarítmica. Esta pendiente es razonable para piezas que muestran cierto nivel de redistribución de esfuerzos internos (como los elementos con continuidad estructural [36]) pero es en teoría más comedida que la pendiente asintótica para piezas isostáticas con respuesta lineal. Sin embargo, incluso para este último caso, la expresión de forma cerrada simplificada para diseño (ecuación (9)) proporciona una estimación razonable de la ley de efecto de escala completa de la CSCT para el ámbito de interés práctico (véanse los dos casos representativos en la figura 11b, con un canto útil variable entre 55 y 5500 mm).

Además del efecto de escala, pueden realizarse consideraciones similares respecto a la influencia del nivel de defor-

mación de la armadura. Este tema presenta similitudes con el efecto de escala dado que deformaciones mayores en la armadura conllevan aperturas de la fisura crítica mayores y, por lo tanto, una capacidad menor para especímenes idénticos geométrica y mecánicamente. Nuevamente, esta respuesta puede deducirse directamente de las ecuaciones básicas del CSCT, tanto en régimen elástico como plástico de la armadura (estando la capacidad de giro de una rótula posiblemente rígida en este último caso por la capacidad de transferir esfuerzos cortantes a través de la fisura crítica [45]). En otro lugar pueden consultarse discusiones más exhaustivas y validaciones experimentales del CSCT para este tema en casos de fallo por punzonamiento [46-48].

## 6. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS FUTURAS

Este artículo presenta una sinopsis del CSCT, con atención particular a sus aplicaciones en el diseño frente a cortante. Durante los últimos 30 años, los aspectos fundamentales de la teoría han sido formulados e implementados en modelos mecánicos permitiendo a investigadores y diseñadores calcular el criterio de fallo en el caso de cortante y punzonamiento. Durante este tiempo, innovaciones profundas en los sistemas de medida han permitido investigar el fenómeno con un nivel de detalle que no estaba disponible en el momento en que sus ideas básicas fueron desarrolladas. Esto ha permitido contrastar sus hipótesis principales de manera precisa.

Este artículo proporciona una visión estructurada de la teoría clarificando sus hipótesis fundamentales, las posibles maneras de puesta en práctica de las hipótesis por medio de un modelo mecánico y cómo, sobre esta base, pueden establecerse formulaciones analíticas simplificadas para la práctica.

La solidez de las conjeturas es confirmada sistemáticamente con ensayos y observaciones minuciosamente pormenorizadas. Asimismo, se justifica que, ya que la teoría se basa en un modelo mecánico congruente, es capaz de reproducir adecuadamente fenómenos físicos tales como la influencia del efecto de escala en la resistencia a cortante (coherentemente con la mecánica de fractura lineal y no lineal) o los efectos debidos a la deformación de la armadura.

Como aspecto de importancia en lo tocante al futuro de los códigos de diseño, es opinión de los autores que los próximos códigos se fundamentarán en mayor medida en enfoques mecánicos, comprensibles para los diseñadores, cuyos resultados e hipótesis sean confirmados por minuciosas medidas experimentales y que sean suficientemente sencillos para ser usados en la práctica. Esto permitirá superar los problemas manifestados por los anteriores enfoques de diseño, basados en la rectificación de fórmulas empíricas mediante la inclusión de un creciente número de factores de corrección (como por ejemplo para tener en cuenta el efecto de escala). Dichos enfoques empíricos no pueden abarcar toda la rica variedad de tipologías estructurales, acciones y parámetros mecánicos y limitan la comprensión de los fenómenos y la creatividad de los diseñadores para pensar en soluciones optimizadas a la hora de construir.

### Notación

$a$	luz de cortante
$b$	ancho del elemento
$c$	profundidad del bloque de compresiones
$d$	canto $\sqrt{}$ til
$d_B$	profundidad de la parte cuasi-vertical de la fisura crítica de cortante
$d_F$	profundidad de la fisura crítica de cortante
$d_{dg}$	rugosidad equivalente superficial
$d_g$	tamaño máximo de árido
$d_{g0}$	tamaño de referencia
$d_n$	parámetro de dimensión de referencia
$f_c$	resistencia a compresión cilíndrica
$f_{ck}$	resistencia característica a compresión del hormigón
$f_{ct}$	resistencia a tracción del hormigón
$\ell_A, \ell_F$	distancias que caracterizan la fisura crítica de cortante
$\ell_B$	distancia a la cual se desarrollan las fisuras tributarias de flexión de la fisura crítica de cortante
$q$	carga distribuida
$r_A$	distancia desde el eje de aplicación de la carga a la intersección con la fisura crítica de cortante y la armadura por flexión
$r_F$	distancia desde el eje de aplicación de la carga al frente de la fisura crítica de cortante
$u$	apertura horizontal de la fisura crítica de cortante
$u_A$	apertura horizontal de la fisura crítica de cortante a nivel de la armadura
$w$	valor de referencia de la apertura de la fisura crítica de cortante

$x_A, x_F$	distancias que caracterizan la posición de la fisura crítica de cortante
$A_s$	área de la armadura
$E_s$	módulo de elasticidad de la armadura
$M$	momento flector actuante en la sección de control
$M_F$	momento flector actuante en la sección donde se encuentra el frente de la fisura crítica de cortante
$N_i$	esfuerzo axil
$V$	esfuerzo cortante
$V_a$	esfuerzo cortante transferido por engranamiento de áridos (rozamiento entre los labios de la fisura debido a su desplazamiento relativo)
$V_c$	esfuerzo cortante transferido por inclinación de la biela comprimida
$V_d$	esfuerzo cortante transferido por efecto pasador de la armadura de flexión
$V_R$	resistencia a cortante
$V_t$	esfuerzo cortante transferido por la capacidad residual a tracción del hormigón tras fisurarse (capacidad del hormigón para transferir tensiones de tracción durante el proceso de desarrollo de fisuras)
$V_{max}$	esfuerzo cortante último
$\alpha, \beta$	constantes
$\beta_i$	constantes (véase Apéndice)
$\beta_B, \beta_{BF}$	ángulos que caracterizan la forma de la fisura crítica de cortante
$\varepsilon$	deformación de referencia
$\varepsilon_s$	deformación de la armadura
$\gamma_c$	coeficiente parcial de seguridad del hormigón

$\rho$	cuantía mecánica de armadura
$\sigma$	esfuerzo normal
$\sigma_r$	esfuerzo residual (normal) de tracción
$\tau$	esfuerzo tangencial
$\tau_a$	tensión de engranamiento de áridos

$v_A$	apertura vertical de la fisura crítica de cortante a nivel de armadura
$v_u$	capacidad media a cortante (véase Apéndice)
$\xi$	dimensión
$\psi$	giro

## ORCID

Aurelio Muttoni <https://orcid.org/0000-0001-8418-5556>

Miguel Fernández Ruiz <https://orcid.org/0000-0001-6720-8162>

## Referencias

- Reineck K-H, Bentz E, Fitik B, Kuchma DA, Bayrak O. ACIDAFStb databases for shear tests on slender reinforced concrete beams with stirrups (with appendix). *ACI Struct J*. 2014;111(5):1147–1156.
- American Concrete Institute. ACI Committee 318, 318-14: Building code requirements for structural concrete and commentary. Farmington Hills, MI: American Concrete Institute, 2014; 520 pp.
- CEN European Committee for Standardization. EN1992-1-1:2004: Design of concrete structures—Part 1-1: General rules and rules for buildings. CEN, 2004; 225 pp.
- Collins MP, Kuchma D. How safe are our large, lightly reinforced concrete beams, slabs, and footings? *ACI Struct J*. 1999;96(4):482–490.
- Muttoni A. Punching shear strength of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement. *ACI Struct J*. 2008;105(4): 440–450.
- Dönmez A, Bažant ZP. Critique of Critical Shear Crack Theory (CSCT) for fib model code articles on shear strength and size effect of RC beams. *Struct Concrete*. 2019 (in Press).
- International Federation for Structural Concrete. fib model code for concrete structures 2010. Berlin: Ernst & Sohn, 2013; 434 pp.
- AASHTO. AASHTO LRFD bridge design specifications, Parts I and II. 8th ed. Washington: AASHTO, 2017; 438 pp.
- CSA Committee A23.3. Design of concrete structures (CSA A23.3-14). Canadian Standards Association. Ontario, Canada: 2014; 297 pp.
- Swiss Society of Engineers and Architects. Code 262 for concrete structures. Zürich: Swiss Society of Engineers and Architects, 2013; 102 pp. 1476 MUTTONI AND FERNÁNDEZ RUIZ 17517648, 2019, 4. Downloaded from <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/suco.201900193> by Bibliothèque De L'Epfl-, Wiley Online Library on [04/09/2023]. See the Terms and Conditions (<https://onlinelibrary.wiley.com/terms-and-conditions>) on Wiley Online Library for rules of use; OA articles are governed by the applicable Creative Commons License
- Standards Australia. AS 3600:2018, Concrete structures, Committee BD-002, 2018; 263 pp.
- CEN European Committee for Standardization. prEN1992-1-1: 2018, Draft of Eurocode 2: Design of concrete structures Part 1-1: General rules and rules for buildings, bridges and civil engineering structures, CEN, 2018; 293 pp.
- International Federation for Structural Concrete. fib, Towards a rational understanding of shear in beams and slabs, fib Bulletin 85, 2018; 338 pp.
- International Federation for Structural Concrete. fib, Punching shear of structural concrete slabs: Honoring Neil M Hawkins, Bulletin 81, 2017; 378 pp.
- Cavagnis F, Fernández Ruiz M, Muttoni A. An analysis of the shear transfer actions in reinforced concrete members without transverse reinforcement based on refined experimental measurements. *Struct Concrete*. 2018;19(1):49–64.
- Huber P, Huber T, Kollegger J. Investigation of the shear behavior of RC beams on the basis of measured crack kinematics. *Eng Struct*. 2016;113:41–58.
- Cavagnis F, Fernández Ruiz M, Muttoni A. Shear failures in reinforced concrete members without transverse reinforcement: A critical analysis on the basis of test results. *Eng Struct*. 2015;103:157–173.
- Muttoni A. Shear design and assessment: The coming steps forward for fib Model Code 2020. *Struct Concrete*. 2018;19(1):3–4.
- Muttoni A, Fernández Ruiz M. Shear strength of members without transverse reinforcement as function of critical shear crack width. *ACI Struct J*. 2008;105(2):163–172.
- Fernández Ruiz M, Muttoni A, Sagaseta J. Shear strength of concrete members without transverse reinforcement: A mechanical approach to consistently account for size and strain effects. *Eng Struct*. 2015;99:360–372.
- Cavagnis F, Fernández Ruiz M, Muttoni A. A mechanical model for failures in shear of members without transverse reinforcement based on development of a critical shear crack. *Eng Struct*. 2018; 157:300–315.
- Huber T, Huber P, Kollegger J. Influence of aggregate interlock on the shear resistance of reinforced concrete beams without stirrups. *Eng Struct*. 2019;186:26–42.
- Campana S, Fernández Ruiz M, Anastasi A, Muttoni A. Analysis of shear-transfer actions on one-way RC members based on measured cracking pattern and failure kinematics. *Mag Concrete Res*. 2013;65(6):386–404.
- Cavagnis F. Shear in reinforced concrete without transverse reinforcement: From refined experimental measurements to mechanical models, EPFL No. 8216 [PhD thesis]. Lausanne: Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne; 2017, 223 pp.
- Walraven JC. Fundamental analysis of aggregate interlock. *ASCE J Struct Eng*. 1981;107(11):2245–2270.
- Hordijk DA. Tensile and tensile fatigue behaviour of concrete, experiments, modelling and analyses. *Heron*. 1992;37(1), 1–79.
- Reinhardt HW. Fracture mechanics of an elastic softening material like concrete. *Heron*. 1984;29:42.
- Fernández Ruiz M, Mirzaei Y, Muttoni A. Post-punching behavior of flat slabs. *ACI Struct J*. 2013;110(5):801–812.
- Fernández Ruiz M, Plumey S, Muttoni A. Interaction between bond and deviation forces in spalling failures of arch-shaped members without transverse reinforcement. *ACI Struct J*. 2010;107(3):346–354.
- Belbachir A, Alam S-Y, Matallah M, Loukili A. Size effect on the contribution of the aggregate interlock mechanism in reinforced concrete beams without shear reinforcement. *Eur J Environ Civ Eng*. 2018;1–18. <https://doi.org/10.1080/19648189.2018.1471007>.
- Kinnunen S, Nylander H. Punching of concrete slabs without shear reinforcement. *Trans Roy Inst Technol*. 1960;158:1–112.
- Muttoni A, Schwartz J. Behaviour of beams and punching in slabs without shear reinforcement, IABSE Colloquium, Vol. 62, Zurich, Switzerland; 1991, p. 703–708.
- Muttoni A. Shear and punching shear strength of slabs without transverse reinforcement [Schubfestigkeit und Durchstanzen von Platten ohne Querkraftbewehrung]. *Beton- und Stahlbetonbau*. 2003;98(2):74–84. German.
- Muttoni A, Fernández Ruiz M, Simões JT. The theoretical principles of the critical shear crack theory for punching shear failures and derivation of consistent closed-form design expressions. *Struct Concrete*. 2018;19(1):174–190.
- Simões JT, Fernández Ruiz M, Muttoni A. Validation of the Critical Shear Crack Theory for punching of slabs without transverse reinforcement by means of a refined mechanical model. *Struct Concrete*. 2018;19(1):191–216.
- Fernández Ruiz M, Muttoni A. Size effect in shear and punching shear failures of reinforced concrete members without transverse reinforcement: Differences between statically determinate members and redundant structures. *Struct Concrete*. 2018;19 (1):65–75.
- Ghali A, Favre R, Elbadry M. Concrete structures: Stresses and deformations: Analysis and design for sustainability. 4th ed. Florida: CRC Press, 2011, 646 pp.

- [38] Collins MP, Mitchell D. Prestressed concrete structures. Response Publications, 1997, 766 pp.
- [39] Muttoni A, Fernández Ruiz M, Cavagnis F, Simões JT. Background document to subsections 8.2.1 and 8.2.2, Second generation of EC2, Report EPFL-IBETON 16-06-R2, June 29, 2018; 16 pp.
- [40] Zsutty T. Beam shear strength prediction by analysis of existing data. ACI J Proc. 1968;65(11):943–951.
- [41] Bažant ZP, Kim J-K. Size effect in shear failure of longitudinally reinforced beams. ACI J Proc. 1984;81(5):456–468.
- [42] Broms CE. Tangential strain theory for punching failure of flat slabs. ACI Struct J. 2016;113(1):95–104.
- [43] Shehata IAEM, Regan PE. Punching in R.C. slabs. ASCE J Struct Eng. 1989;115(7):1726–1740.
- [44] Dönmez AA, Bažant ZP. Size effect on punching shear strength of reinforced concrete slabs without and with shear reinforcement, Report No. 15-12/936s, Northwestern University, 2016; 23 pp.
- [45] Vaz Rodrigues R, Muttoni A, Fernández Ruiz M. Influence of shear on rotation capacity of reinforced concrete members without shear reinforcement. ACI Struct J. 2010;107(5):516–525.
- [46] Clément T, Pinho Ramos A, Fernández Ruiz M, Muttoni A. Influence of prestressing on the punching strength of post-tensioned slabs. Eng Struct. 2014;72:56–69.
- [47] Einpaul J, Ospina CE, Fernández Ruiz M, Muttoni A. Punching shear capacity of continuous slabs. ACI Struct J. 2016;113(4): 861–872.
- [48] Einpaul J, Bujnak J, Fernández Ruiz M, Muttoni A. Study on influence of column size and slab slenderness on punching strength. ACI Struct J. 2016;113(1):135–145. MUTTONI AND FERNÁNDEZ RUIZ 1477 17517648, 2019, 4, Downloaded from https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/suco.201900193 by Bibliothèque De L'Epfl-, Wiley Online Library on [04/09/2023]. See the Terms and Conditions (https://onlinelibrary.wiley.com/terms-and-conditions) on Wiley Online Library for rules of use; OA articles are governed by the applicable Creative Commons License
- [49] Ribas C, Fernández Ruiz M. Influence of flanges on the shear carrying capacity of reinforced concrete beams without transverse reinforcement. Struct Concrete. 2017;18(5):720–732.
- [50] Guandalini S, Burdet O, Muttoni A. Punching tests of slabs with low reinforcement ratios. ACI Struct J. 2009;106(1):87–95.

## APÉNDICE A

### RESPUESTA PORMENORIZADA A LAS CRÍTICAS DE DÖNMEZ Y BAŽANT

El presente apéndice responde a las críticas planteadas por Dönmez y Bažant [6] sobre la CSCT. Seis premisas (denominadas como hipótesis en la referencia [6]) son indicadas y comentadas por Dönmez y Bažant.

Dichas críticas son bordadas respetuosamente en las siguientes respuestas con razonamientos claros y científicos basándose en el contenido introducido en el cuerpo del presente manuscrito.

**Hipótesis 1:** *el esfuerzo cortante,  $V_R$ , transmitido por el hormigón a carga máxima es (tanto en CSCT como en MCFT) se supone controlado por una apertura de fisura característica  $w$  de la fisura dominante que conlleva al fallo.*

*De acuerdo con las simulaciones de elementos finitos, la apertura de fisura  $w$  es sumamente variable a lo largo de la longitud de la fisura. ¿Qué apertura  $w$  y en qué posición y tamaño de viga produciría las tensiones de cohesión que importan para la capacidad última a cortante  $v_u$ ? No hay respuesta*

Como se muestra claramente en el manuscrito, desde su desarrollo más temprano hace 30 años [32], la CSCT considera una distribución variable de la apertura de la fisura crítica de cortante y su deslizamiento. Dichas distribuciones se corresponden con una forma bilineal de la fisura y la posición del centro de rotación (que describe los desplazamientos relativos entre los dos cuerpos separados por la fisura crítica de cortante) en el frente de la fisura, véanse las figuras 4 y 6 de este artículo. A efectos de diseño, esta información queda condensada en un valor nominal de la apertura de fisura, correlacionada con el producto de una deformación de referencia y el canto útil del elemento en una sección de controlada (véase la ecuación (4)).

**Hipótesis 2:** *Para expresar el efecto de escala, se asume que: (eq. 1 en la Referencia [19]):*

$$\frac{v_u}{\sqrt{f_c}} = \frac{1}{1 + \alpha_2 (w/d_{dg})}, \quad \alpha_1 = 1/3 \text{ (in MPa, mm)}, \quad (A1)$$

*donde  $\alpha_2$  es una constante empírica de calibración,  $f_c$  es la resistencia media a compresión del hormigón (se considera que tanto  $f_c$  como  $\sqrt{f_c}$  se expresan en MPa), y  $d_{dg}$  se denomina la rugosidad superficial equivalente, calculada como  $d_{dg} = \min(d_g + 16, 40 \text{ mm})$ , donde  $d_g$  se refiere al tamaño máximo de árido. Un concepto básico del modelo de la fisura cohesiva, que incluye cohesión debido al engranamiento de áridos, es la disminución de la tensión de cohesión a través de la fisura  $\sigma_c$  para aperturas de fisura  $w$  crecientes. Es una propiedad del hormigón estudiada con todo detalle desde 1980. Ya en 1990 era evidente que la ecuación (A1), con  $w$  apareciendo de manera lineal en el denominador, no concuerda ni con los indicios experimentales sobre el reblandecimiento post-pico de las fisuras en el hormigón, ni con las simulaciones de elementos finitos. Hoy en día está generalmente aceptado que la curva cohesiva de reblandecimiento es aproximadamente bilineal, con una caída pronunciada seguida de una cola prolongada.*

Con este comentario, parece que Dönmez y Bažant en realidad no han entendido que la ecuación (A1) refleja el resultado de la integración de tensiones a lo largo del cuerpo libre definido por la fisura crítica de cortante y no una tensión local. Este hecho se explica en la figura 9, con la integración de leyes constitutivas avanzadas (ampliamente refrendadas [25,26]) y teniendo en cuenta la distribución variable de aperturas de fisura y de deslizamiento en la fisura crítica de cortante (figura 6). Como se muestra en la figura 9, la integral de tensiones disminuye con aperturas de fisura crecientes ya



que las tensiones se concentran en zonas más reducidas en las inmediaciones del frente de la fisura. Tan pronto como la apertura de fisura a nivel de la armadura supera el límite para el cual no pueden transmitirse tensiones de tracción, se llega al perfil hiperbólico del criterio de fallo (como se ha demostrado analíticamente [19] para respuestas simples, lineales y con reblandecimiento del material). A efectos prácticos, dicho perfil hiperbólico puede ser directamente adoptado (ecuación (5)) para simplificar la tarea de diseño.

**Hipótesis 3:** La apertura de la fisura diagonal predominante es proporcional a la deformación de referencia,  $\epsilon$ , es decir:

$$w = \alpha_3 \epsilon d, \quad \alpha_3 = 120/\alpha_2, \quad (\text{A2})$$

donde  $\alpha_3$  es un coeficiente empírico que depende de  $\alpha_2$ , y  $\epsilon$  es una deformación de referencia supuesta, definida como la deformación normal en dirección longitudinal,  $x$ , en una determinada posición característica, atravesando la fisura dominante (véase la ecuación en línea sobre la ecuación 1 en la referencia [19])

¿Porqué debería la apertura de fisura, y por consiguiente la carga última y el efecto de escala, estar definido por el producto del canto útil  $d$  y la deformación  $\epsilon$  en una posición específica? Esto es ficticio, e imposible en la mecánica de fractura.

¿Puede identificarse en los resultados obtenidos por elementos finitos alguna deformación característica que controle la carga última? Desde luego que no. Lo que interesa en la fractura es la liberación de energía de deformación almacenada por la estructura y, en el caso de fractura cohesiva (o cuasi-frágil), asimismo la resistencia a tracción del material. Sin duda no cualquier deformación individual.

Como se explica claramente en la figura 6 y ha sido ya señalado en la referencia [20], la apertura de fisura varía a lo largo de la fisura crítica de cortante. La correlación entre el valor de referencia de la apertura de la fisura crítica de cortante (que sintetiza las cinemáticas consideras), la deformación de la armadura y el canto útil del elemento se justifica en la ecuación (1), véase también la figura 4.

Esta suposición está claramente corroborada por los resultados de ensayos (figura 4), medidos con instrumentación de precisión y no solo por resultados de elementos finitos, cuyos resultados dependen de las leyes constitutivas implementadas y son discutibles.

**Hipótesis 4:** La deformación de referencia,  $\epsilon$ , se supone como la deformación normal longitudinal a una distancia  $d/2$  de la carga puntual  $P = V_R$  hacia el apoyo, y a una profundidad de  $0.6d$  desde la cara superior de la viga (eq. 2 en la Referencia [19]).

Esto es un misterio. ¿Porqué debería la deformación de referencia,  $\epsilon$ , ser medida a una distancia  $d/2$  desde la carga puntual, y porqué a una profundidad de  $0.6d$  desde la cara superior?. Estos valores son empíricos, resultantes de un esfuerzo para ajustar parte de los indicios experimentales. Además, estos valores deberían variar seguramente en el caso de vigas continuas y en T, doble T o secciones cajón, para las que las relaciones momento-curvatura son distintas.

Como se explica en la sección 4, dicha posición de la fibra de control permite calcular, de manera sistemática, un valor nominal de la apertura de la fisura crítica de cortante, correlacionada con la información integral del delizamiento y apertura variables en la fisura (véase la figura 4) y por consiguiente, que describe el criterio de fallo (figura 9c). Este enfoque es por tanto una manera práctica de sintetizar la compleja información de la consideración de la forma de la fisura y sus cinemáticas en la CSCT. Una discusión pormenorizada de las implicaciones en vigas en T de la posición de la sección de control en el contexto de la CSCT y su comparación con vastas bases de datos puede consultarse en [49].

**Hipótesis 5:** La deformación de referencia,  $\epsilon$ , supuesta controlando la apertura de fisura, se calcula de acuerdo con la teoría elástica lineal en vigas basada en la hipótesis de Bernoulli-Navier de que las secciones planas permanecen planas (ecuaciones 2 y 3 en la referencia [19]).

¿Porqué debería la deformación de referencia,  $\epsilon$ , ser calculada bajo elasticidad lineal si, en la carga última, el hormigón se comporta de manera sumamente no lineal debido al daño por fisuración? Esto es ficticio.

La pertinencia de asumir una relación lineal entre el momento flector actuante y la apertura de fisura es razonable (siempre y cuando la armadura se comporte elásticamente), aceptada en la mayoría de enfoques de diseño para flexión y cortante y claramente de acuerdo con los indicios experimentales, véase la figura 4. El comportamiento lineal se adopta asimismo para estimar la posición de la resultante en el bloque comprimido para determinar un valor adecuado del brazo de palanca. Esto no es ficción, sino una hipótesis próxima a la realidad y exhaustivamente corroborada con indicios experimentales. Discusiones pormenorizadas al respecto pueden consultarse en [20].

**Hipótesis 6:** Las ecuaciones anteriores, basadas en la teoría elástica lineal de vigas, son supuestas de aplicación a carga máxima (o última) de la viga, es decir, al inicio del fallo por cortante bajo carga controlada.

El espíritu general del cálculo del efecto de grupo en CSCT (así como en MCFT) es evitar la mecánica de fractura y sustituirla por algún tipo de análisis elástico lineal de vigas. Pero este análisis es tan solo un artificio, encaminado a proporcionar una semejanza de lógica.

El objetivo de la CSCT no es reemplazar la mecánica de fractura. Es el de proporcionar un modelo mecánico coherente con las minuciosas observaciones de ensayos y que pueda demostrarse en concordancia con los indicios experimentales y las respuestas físicas de contorno (iguales a las de la mecánica de fractura). Es interesante asimismo señalar que la CSCT fue formulada por primera vez en los noventa [32] y que las expresiones mencionadas en este artículo lo fueron en 2003 [33]. La extensa investigación de los autores de la CSCT en el tema del efecto de escala fue realizada en 2015 [20]. El objetivo principal de la CSCT no era centrarse en el efecto de grupo, sino en la mecánica del fallo por cortante, y proporcionar expresiones sencillas y sólidas para el diseño frente

a cortante. La coherencia física de la CSCT con LEFM [20] y la mecánica de fractura bajo respuestas no lineales [36] (incluyendo respuestas plásticas y la ley de efecto de escala) es una verificación de la solidez de la teoría y sus supuestos.

La misma solidez ha sido asimismo constatada en series de ensayos que fueron diseñados para verificar las predicciones de la teoría con respecto a esbeltez de losas [48], transición de fallos por corte a fallos por flexión [50] o efectos de deformación de la armadura [45,46]. En todos los casos,

las predicciones establecidas por la teoría fueron sistemáticamente confirmadas sin necesidad de introducir ninguna hipótesis adicional (o factor de corrección). Como conclusión general a las críticas de Dönmez y Bažant [6], los autores del presente artículo opinan que son en su mayoría originadas por un incorrecto entendimiento de los fundamentos de la CSCT y por la confusión entre sus postulados básicos (incluyendo el refinado modelo mecánico) y la implementación simplificada de la teoría a efectos de diseño.

# Crítica de la CSCT para los artículos del Código Modelo sobre la resistencia a cortante y su efecto de escala en vigas de hormigón armado

## *Critique of Critical Shear Crack Theory for fib Model Code Articles on Shear Strength and Size Effect of Reinforced Concrete Beams*

Abdullah Dönmez<sup>a,b</sup> & Zdeněk P. Bažant<sup>b,\*</sup>

<sup>a</sup> Istanbul Technical University, Department of Civil Engineering, Istanbul, Turkey

<sup>b</sup> Northwestern University, Department of Civil & Environmental Engineering, Evanston, Illinois

Recibido el 7 de diciembre de 2023; aceptado el 29 de enero de 2024

### RESUMEN

El efecto de escala de la "Teoría de la Fisura Crítica de Cortante" ("Critical Shear Crack Theory", CSCT por sus siglas en inglés) de Muttoni y colaboradores se aproxima bastante (con diferencias de hasta el 15%) y es asintóticamente idéntica a la ley del efecto de escala energético ("Size Effect Law", SEL), que ha sido ampliamente verificada tanto experimentalmente como teóricamente (y ha sido adoptada por el Código ACI 318 de 2019, para cortante y punzonamiento). No obstante, la deducción y el procedimiento de cálculo de la CSCT ofuscan la mecánica del fallo. En este artículo se demuestra que la CSCT se sustenta en seis hipótesis científicamente insostenibles, que tendrían que ser enseñadas a los estudiantes como si fueran dogmas de fe. Dichas hipótesis hacen que la CSCT no sea fiable para tamaños fuera del rango habitual de ensayos; tanto para vigas con secciones transversales en T, I y cajón, o para vigas continuas. Estas conclusiones están respaldadas por simulaciones de elementos finitos, calibradas experimentalmente, del itinerario de la fisura y de su apertura, de las distribuciones y concentraciones de tensiones durante el fallo, y de la liberación de energía de deformación. Las simulaciones también demuestran que la CSCT es incompatible con el modelo de bielas y tirantes, que está actualizado (en el Código ACI 318 de 2019) para incluir el efecto de escala en la biela de compresión. Por último, se indican deficiencias adicionales de la "Teoría Modificada del Campo de Compresiones" ("Modified Compression Field Theory", MCFT), actualmente integrada en el Código Modelo.

**PALABRAS CLAVE:** Fragilidad, fractura de hormigón, códigos de diseño, criterios energéticos, simulaciones por elementos finitos, mecánica de fractura, mecánica del hormigón, efecto de escala, fallo a cortante, resistencia estructural.

©2024 Hormigón y Acero, la revista de la Asociación Española de Ingeniería Estructural (ACHE). Publicado por Cinter Divulgación Técnica S.L. Este es un artículo de acceso abierto distribuido bajo los términos de la licencia de uso Creative Commons (CC BY-NC-ND 4.0)

Traducido por Gonzalo Ruiz del artículo original publicado por Wiley en la revista *Structural Concrete*: A. Dönmez & Z. P. Bažant. Critique of critical shear crack theory for fib Model Code articles on shear strength and size effect of reinforced concrete beams. *Structural Concrete* (2019) 1–13.

<https://doi.org/10.1002/suco.201800315>

### ABSTRACT

The size effect of Muttoni *et al.*'s critical shear crack theory (CSCT) is shown to be quite close (with differences up to 15%) and asymptotically identical to the energetic size effect law (SEL), which has been extensively verified experimentally and theoretically (and is adopted for the 2019 ACI Code, Standard 318, for both beam shear and punching). However, the CSCT derivation and calculation procedure obfuscates the mechanics of failure. It is shown to rest on six scientifically untenable hypotheses, which would have to be taught to students as an article of faith. They make CSCT untrustworthy outside the testing range; ditto for beams with T, I and box cross section, or for continuous beams. The present conclusions are supported by experimentally calibrated finite element simulations of crack path and width, of stress distributions and localizations during failure, and of strain energy release. The simulations also show the CSCT to be incompatible with the "strut-and-tie" model, which is (for 2019 ACI Code) modernized to include the size effect in the compression strut. Finally, further deficiencies are pointed out for the Modified Compression Field Theory (MCFT), currently embedded in the Model Code.

**KEYWORDS:** Brittleness, concrete fracture, design codes, energy criteria, finite elements simulations, fracture mechanics, mechanics of concrete, scaling, shear failure, structural strength.

©2024 Hormigón y Acero, the journal of the Spanish Association of Structural Engineering (ACHE). Published by Cinter Divulgación Técnica S.L. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons (CC BY-NC-ND 4.0) License

Translated by Gonzalo Ruiz from the original article published in the *Journal Structural Concrete*, published by Wiley. A. Dönmez & Z. P. Bažant Critique of critical shear crack theory for fib Model Code articles on shear strength and size effect of reinforced concrete beams. *Structural Concrete* (2019) 1–13.

<https://doi.org/10.1002/suco.201800315>

\* Persona de contacto / Corresponding author:

Correo-e / e-mail: [z-bazant@northwestern.edu](mailto:z-bazant@northwestern.edu) (Zdeněk P. Bažant)

# 1. NATURALEZA Y EVOLUCIÓN DE LAS FÓRMULAS DE EFECTO DE ESCALA EN LOS CÓDIGOS DE DISEÑO

Hace medio siglo, ensayos en Stuttgart [1-3], Toronto [4,5] y Tokio [6] demostraron la existencia de un fuerte efecto de escala en el fallo por cortante de vigas de hormigón armado (HA). La ley potencial estadística de efecto de escala de Weibull [7] ya era bien conocida en esa época, pero también se sabía que solo se adecuaba a estructuras en las que la formación de una pequeña fisura (o elemento de volumen representativo de material fisurado) en cualquier punto de la estructura generaba una propagación dinámica de la fisura y causaba un fallo inmediato. Evidentemente, este no es el caso del fallo por cortante en vigas de HA, las cuales soportan una extensa fisuración y un prolongado crecimiento estable de la fisura antes de alcanzar la carga última.

Adaptando la aproximación energética de la fractura elástica lineal a los materiales cuasifrágiles, se formuló una nueva ley del efecto de escala energético ("Size Effect Law", SEL por sus siglas en inglés) en 1984 [8], destinada a los fallos que se producen tras el crecimiento estable de una fisura larga, como es habitual en el fallo por cortante de vigas de hormigón armado (HA). Inmediatamente después [9], la SEL fue propuesta al ACI para el diseño a cortante de vigas de HA, incluyendo las vigas pretensadas [10]. Más adelante, se comprobó su aplicabilidad a diversos tipos de fallo en materiales cuasifrágiles [11, 12], que no se ajustan a la mecánica de fractura elástica lineal. Esta ley no es sólo aplicable al hormigón, sino también a materiales como cerámicas resistentes, compuestos con fibras, rocas, suelos compactos, hielo marino, madera, espumas rígidas, hueso, etc. La SEL refleja la transición de un comportamiento cuasi dúctil en estructuras de hormigón pequeñas a uno cuasi frágil en estructuras grandes. Esta transición de dúctil a frágil en la respuesta estructural se debe a la heterogeneidad del material, la cual provoca que la zona de proceso de fractura ("Fracture Process Zone", FPZ) sea extensa (aproximadamente 0.5 m en hormigón frente a micras en metales), y significativamente larga en relación al tamaño de la sección transversal.

La teoría del efecto de escala basada en la mecánica de fractura cuasifrágil tuvo que esperar tres décadas para ganar amplia aceptación en la comunidad ingenieril. Esta larga espera fue causada principalmente por diversas controversias generadas por explicaciones alternativas al efecto de escala, por ejemplo, la naturaleza fractal de las superficies de las fisuras o de la microestructura del hormigón, el papel de la capa límite, y los efectos del espaciado inicial de las fisuras, de su apertura, o de los diversos tipos de aleatoriedad en el material.

En la década de los 1980, ninguna teoría sobre los fallos cuasifrágiles era aceptada en general. La Sociedad Japonesa de Ingenieros Civiles ("Japan Society of Civil Engineers", JSCE) y el Comité Europeo del Hormigón ("Comité Européen du Béton", CEB), pensando probablemente que "mejor algo que nada", introdujeron en sus especificaciones de diseño ecuaciones puramente empíricas para el efecto de escala en el cortante último [13] y en el cortante de fisuración [14]. Mientras tanto, los comités del ACI, conscientes de la tendencia al enquistamiento en los códigos de las especificaciones adoptadas por votación democrática en grandes comités, y pensando con cautela que "mejor nada que algo controvertido", pasaron tres décadas

en vibrantes polémicas hasta que finalmente decidieron adoptar la SEL para las especificaciones de cortante en vigas, punzonamiento en losas, y bielas y tirantes (que se han adoptado en la versión 2019 del código ACI 318).

Mientras tanto, la *fib* ("fédération internationale du béton"), sucesora del CEB, realizó un cambio en su Código Modelo del 2010 [15]. Adoptó las ecuaciones del efecto de escala basadas en la llamada "Teoría Modificada del Campo de Compresiones" ("Modified Compression Field Theory", MCFT) para el cortante en vigas y la "Teoría de la Fisura Crítica de Cortante" ("Critical Shear Crack Theory", CSCT) para el cortante por punzonamiento [15-19]. La MCFT utiliza argumentos elementales y supuestamente lógicos, en los cuales se imagina que la apertura crítica de la fisura,  $w$ , y una cierta deformación,  $\epsilon$ , estimados a partir de la teoría clásica elástica de la flexión de vigas, son los indicadores de fallo. El Código Modelo de 2010 [15] especifica en sus Ecuaciones (7.3-19) y (7.3-21) dos aproximaciones para la resistencia a cortante en vigas sin estribos: Nivel I y Nivel II. Este artículo se centra en la aproximación del Nivel II. El Nivel I, que se trata (según la Ecuación 7.3-21 en la Ref. [15]) como una aproximación al Nivel II, solo será examinado brevemente en el Apéndice.

Actualmente, la llamada CSCT [18-20], extendiendo un concepto de 1991 [21], se propone como una mejora del Código Modelo de 2010 para el cortante en vigas (o de una dirección). El Código Suizo [22] ya ha adoptado la CSCT tanto para el cortante en vigas como para el punzonamiento (cortante en dos direcciones), mientras que el Código Modelo de 2010 lo ha hecho para este último. El objetivo de este artículo es llamar la atención sobre los errores en la CSCT.

## 2. HIPÓTESIS SUBYACENTES A LA CSCT

Un examen detallado muestra que hay seis hipótesis implícitas en la CSCT. La resistencia (tensión última) a cortante promedio (o nominal) en la sección transversal se denota como  $v_u = V_R/bd$ , donde  $V_R$  es el esfuerzo cortante resistido por el hormigón;  $d$ =canto útil (profundidad de la sección transversal desde la cara comprimida hasta el centro de gravedad del refuerzo);  $b$ =anchura.

### Hipótesis 1.

Se asume que el esfuerzo cortante,  $V_R$ , soportado por el hormigón en carga máxima está (tanto en la CSCT como en la MCF T) controlado por una apertura característica de fisura  $w$  de la fisura dominante que conduce al fallo.

### Hipótesis 2.

Para expresar el efecto de escala, se asume que (Ecuación 1 en la Ref. [19]):

$$\frac{v_u}{\sqrt{f_c}} = \frac{\alpha_1}{1 + \alpha_2 (w/d_{dg})}, \alpha_1 = 1/3 \text{ (en MPa, mm)} \quad (1)$$

donde  $\alpha_2$  es una constante de calibración empírica;  $f_c$  es la resistencia a compresión media del hormigón (tanto  $f_c$  como  $\sqrt{f_c}$  se consideran en MPa); y  $d_{dg}$  se denomina rugosidad superficial equivalente, y se calcula como  $d_{dg} = \min(d_g + 16, 40 \text{ mm})$ , siendo  $d_g$  el tamaño máximo del árido.

### Hipótesis 3.

Se asume que la apertura de la fisura diagonal dominante es proporcional a una cierta deformación de referencia,  $\epsilon$ ,

$$w = \alpha_3 \epsilon d, \quad \alpha_3 = 120/\alpha_2 \quad (2)$$

donde  $\alpha_3$  es un coeficiente empírico que depende de  $\alpha_2$ , y  $\epsilon$  se define como la deformación normal en la dirección longitudinal,  $x$ , en una ubicación característica determinada, atravesando la fisura dominante (ver la ecuación en línea sobre la Ecuación 1 en la Ref. [19]).

Cabe señalar que las Hipótesis (1–3) podrían fusionarse desde el punto de vista de la aplicación práctica. Pero aquí se mantienen separadas para clarificar cuáles son todas las hipótesis implicadas en la derivación de la CSCT, y permitir su discusión específica en el resto del artículo.

### Hipótesis 4.

Se asume que la deformación de referencia,  $\epsilon$ , es la deformación longitudinal a una distancia  $d/2$  desde la carga concentrada  $P=V_R$  hacia el apoyo, y a una profundidad de  $0.6d$  desde la cara superior de la viga (Ecuación 2 en la Ref. [19]).

### Hipótesis 5.

La deformación de referencia,  $\epsilon$ , propuesta para controlar la apertura de la fisura, se calcula de acuerdo con la teoría de vigas elásticas lineales basada en la hipótesis de Bernoulli-Navier de secciones transversales planas que permanecen planas (Ecuaciones (2) y (3) en la Ref. [19]), es decir,

$$\epsilon = \frac{M}{bd\rho E_s(d-c/3)} \frac{a_4 d-c}{d-c}, \quad M=V_R(\alpha-\alpha_5 d), \quad \alpha_4=0.6, \quad \alpha_5=1/2 \quad (3)$$

y, de acuerdo con la hipótesis de resistencia a tracción nula en el hormigón en vigas con armadura longitudinal (Ref. [19], Ecuación 4),

$$c = \alpha_6 d, \quad \alpha_6 = \frac{\rho E_s}{E_c} \left( \sqrt{1 + \frac{2E_c}{\rho E_s}} - 1 \right) \quad (4)$$

donde  $E_c$ ,  $E_s$  = módulos elásticos del hormigón y del acero,  $\rho$  = cuantía de acero,  $c$  = distancia de la fibra neutra a la cara superior de la viga (longitud del perfil triangular de compresión elástica),  $a$  = luz de cortante = distancia entre la carga concentrada y el apoyo más cercano.

### Hipótesis 6.

Se asume que las ecuaciones anteriores, basadas en la teoría de flexión de vigas elásticas lineales, son aplicables en carga máxima (o última) de la viga, es decir, en el fallo incipiente por cortante en control de carga.

Las notaciones anteriores podrían simplificarse reemplazando  $\alpha_1 \dots \alpha_5$  por valores numéricos. Sin embargo, aquí se prefieren las notaciones generales para dichos coeficientes porque sus valores pueden cambiar si la CSCT se recalibra con una base de datos más amplia (por ejemplo, la base de datos de ACI-445).

## 3.

### RESISTENCIA A CORTANTE EN VIGAS DE ACUERDO CON LA CSCT A PARTIR DE LAS HIPÓTESIS, Y COMPARACIÓN CON ACI-446

La deformación de referencia  $\epsilon$  de la Ecuación 2 (Hipótesis 3, 5, 6) se puede escribir en forma adimensional:

$$\epsilon = \gamma v_u, \quad \gamma = \frac{\alpha-\alpha_5 d}{\rho E_s(d-c/3)} \frac{a_4 d-c}{d-c} \quad (5)$$

Sustituyendo  $\epsilon$  de la Ecuación 2 en la Ecuación 1 (Hipótesis 1, 2), se obtiene una ecuación cuadrática para  $v_u$ . Resolviéndola se obtiene:

$$\frac{v_u}{\sqrt{f_c}} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4\alpha_1 C_1 d}}{2C_1 d}, \quad C_1 = \frac{\alpha_2 \alpha_3 \gamma \sqrt{f_c}}{d_{dg}} \quad (6)$$

que coincide con la Ecuación 5 de la Ref. [19]. Multiplicando tanto el numerador como el denominador del lado derecho de esta ecuación por  $1 + \sqrt{1 + 4\alpha_1 C_1 d}$ , se obtiene una expresión más instructiva de esta ecuación:

$$\frac{v_u}{\sqrt{f_c}} = \frac{2\alpha_1}{1 + \sqrt{1 + d/d_0^M}}, \quad d_0^M = \frac{1}{4\alpha_1 C_1} \quad (7)$$

Esta ecuación se puede comparar fácilmente con el factor de efecto de escala  $\lambda$  propuesto por el Comité 445 del ACI sobre Mecánica de Fractura. Este factor ha sido adoptado por la edición de 2019 del código ACI 318, y es:

$$v_u = v_0 \lambda, \quad \lambda = \frac{1}{\sqrt{1 + d/d_0}} \quad (8)$$

donde  $d_0$  es una constante llamada tamaño de transición (en ACI 318 vale 254 mm = 10 pulgadas).

Es necesario señalar que ACI también incluye un límite horizontal en  $v_u = 2\sqrt{f_c}$  (introducido por ACI 318E), que no se considera aquí porque se justifica por razones estadísticas y no mecánicas, en concreto, por un ancho creciente de la banda de dispersión de la base de datos al acercarse a valores pequeños de  $d$ , lo que causa que el límite inferior de dicha banda para tamaños pequeños sea estadísticamente casi independiente de  $d$ .

Una característica importante es el comportamiento asintótico, que ha sido sólidamente establecido por la mecánica de fractura cuasifrágil y es el siguiente:

$$\begin{aligned} \text{para } d/d_0 \rightarrow 0: v_u &= \text{constante;} \\ \text{para } d/d_0 \rightarrow \infty: v_u &\rightarrow (d/d_0)^{-1/2} \end{aligned} \quad (9)$$

Estas propiedades asintóticas son satisfechas por ambas formulaciones. Sin embargo, para el mismo tamaño de transición, es decir, para  $d_0^M = d_0$ , las curvas del efecto de escala de  $\log(v_u)$  frente a  $\log(d/d_0)$  difieren significativamente y las asíntotas para tamaños grandes no coinciden; véase la figura 1a.

Variar la relación  $k = d_0^M/d_0$  estira la curva del efecto de escala horizontalmente pero no cambia la pendiente asintótica de  $-1/2$  en la gráfica logarítmica. ¿Pueden hacerse coincidir las asíntotas para tamaños grandes variando  $k$ ? Para responder esta cuestión, llamemos  $q = d/d_0$ , consideremos que las asíntotas para tamaños pequeños están emparejadas, lo cual ocurre

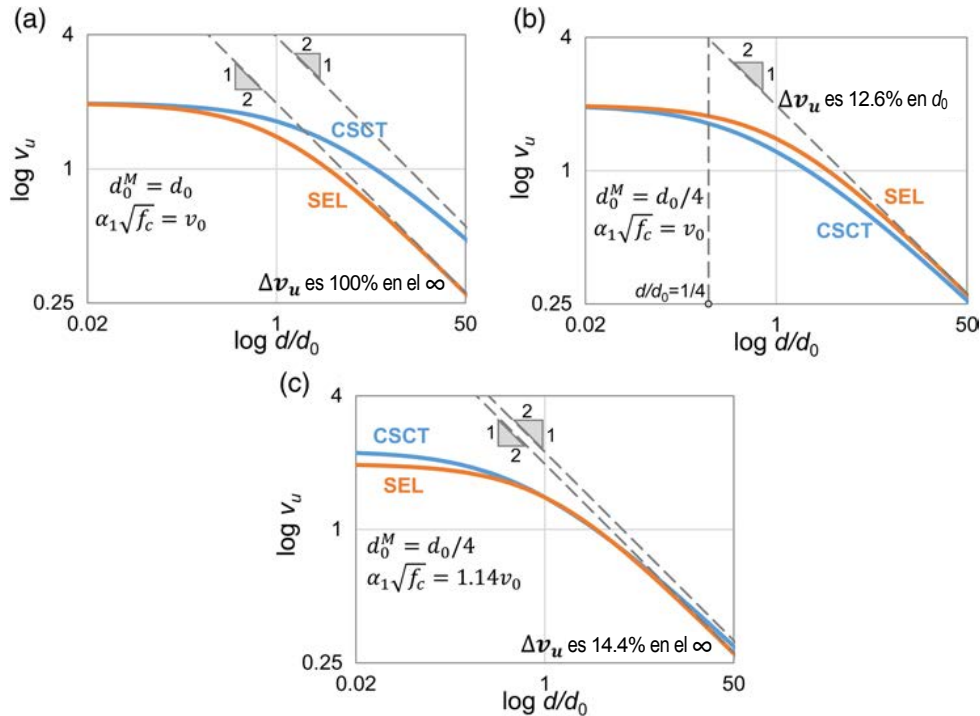


Figura 1. Comparación del efecto de escala dado por SEL y CSCT para cortante.

para  $\alpha_1\sqrt{f_c} = v_0$ , y busquemos el valor de  $k$  para el cual el límite para tamaños grandes de la relación de las expresiones del efecto de escala en las Ecuaciones 7 y 8 es igual a 1, es decir,

$$\lim_{d \rightarrow \infty} \frac{v_u^M}{v_u} = \lim_{d \rightarrow \infty} \frac{2\sqrt{1+q}}{1+\sqrt{1+q/k}} = 1 \quad (10)$$

El límite es  $2\sqrt{k}$  e, igualándolo a 1, se encuentra que tanto el valor asintótico para tamaños pequeños,  $\alpha_1\sqrt{f_c} = v_0$ , como la condición asintótica para tamaños grandes en la Ecuación 10 coincide si (figura 1b):

$$k = 1/4 \quad \text{o} \quad d_0^M = d_0/4 \quad (11)$$

La figura 1b muestra que la diferencia,  $\Delta v_u$ , entre las dos curvas asintóticamente emparejadas es del 12.6% en  $d=d_0$ , que no es demasiado grande, aunque tampoco insignificante para el diseño.

La figura 1c muestra además que si las curvas coinciden en  $d_0=d$ , entonces la diferencia,  $\Delta v_u$ , entre las dos curvas es del 14.4% tanto en las asíntotas para tamaños pequeños como en las de tamaños grandes. Una vez más, la diferencia no es muy grande, aunque no insignificante para el diseño.

También se puede observar que las Ecuaciones 1 y 2 se usaron previamente en la MCFT [16, 23] sin que  $w$  dependiera de  $\epsilon$ , y se adoptaron así en el Código Modelo de 2010 para la aproximación de Nivel I. En ese caso, la curva de efecto de escala terminaba con una pendiente asintótica de -1 en lugar de -1/2, lo cual es termodinámicamente imposible. El cambio a la pendiente -1/2 se logró mediante la modificación artificial de Muttoni y Fernández Ruiz [18] que incorporó la dependencia ficticia de  $\epsilon$  y así hizo que  $w$  fuera proporcional a  $v_u$ . Esto condujo a la fórmula cuadrática para  $v_u$ , Ecuación

5, y así se cambió la pendiente asintótica de -1 (termodinámicamente imposible) al valor de -1/2 dictado por la mecánica de fractura.

#### 4. DEFICIENCIAS DE LA CSCT SEÑALADAS POR SIMULACIONES POR ELEMENTOS FINITOS DE FALLO A CORTANTE

Ciertos aspectos fundamentales del proceso de fallo, como determinar el origen de la energía necesaria para la fractura y el lugar donde esta se disipa, son extremadamente difíciles de observar directamente en ensayos experimentales. No obstante, es posible obtener una visión más clara de estos fenómenos al complementar los resultados de los ensayos con un modelo numérico detallado y realista. Un ejemplo es el modelo constitutivo Microplane M7 [24, 25], diseñado para simular el daño por ablandamiento en el hormigón, implementado en un análisis por elementos finitos (EF) utilizando el modelo de fisuración en banda [26, 27]. Este enfoque ha demostrado su validez en numerosos estudios anteriores (véanse, por ejemplo, las Refs. [28-30]) y también se confirma en el Apéndice 2, que proporciona información adicional sobre el análisis de EF. En esta sección, adoptamos este método para examinar no solo el flujo de energía sino también otras características vitales para entender la resistencia al cortante, como la distribución de tensiones en las zonas dañadas y a lo largo de las grietas cohesivas, las redistribuciones de tensiones ocasionadas por la fractura y la respuesta global de estructuras de distintos tamaños y configuraciones.

Para que el análisis del efecto de escala en cortante sea coherente, es esencial que los modos de fallo y, en especial,

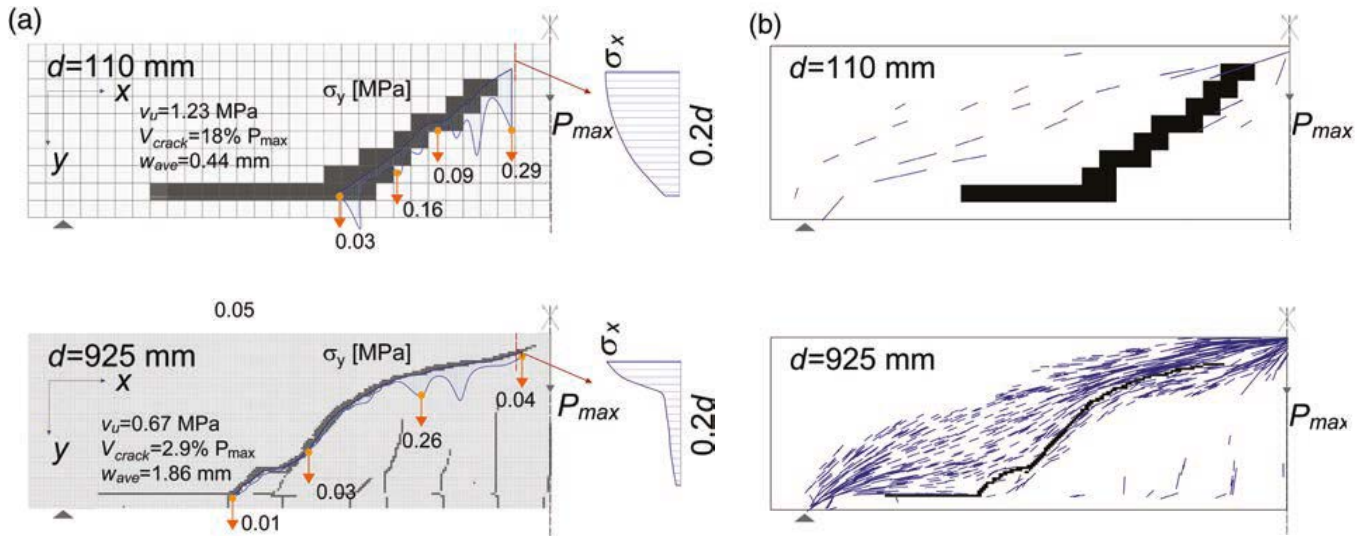


Figura 2. (a) Variación de tensiones longitudinales a través del ligamento por encima de la punta de la fisura principal (a la derecha de la viga) y variación de la componente vertical de las tracciones a lo largo de la fisura diagonal, (b) vectores de compresiones principales mínimas (máximas en valor absoluto) calculados para las vigas de Toronto [23].

la morfología de las fisuras dominantes, sean semejantes en vigas de diferentes tamaños pero geoméricamente similares. Este requisito se ha corroborado ampliamente en ensayos experimentales, en especial los realizados por Syroka-Korol y Tejchman [31], como se muestra en la figura 7 de la Ref. [32].

Se han llevado a cabo simulaciones de ensayos de cortante en vigas armadas de diferentes escalas, sin estribos y geoméricamente semejantes, utilizando el software ABAQUS. Para ello, se implementó el modelo de daño constitutivo Microplane M7 en la subrutina de usuario VUMAT. La calibración del código se efectuó tomando como referencia los ensayos de cortante minuciosamente realizados en el laboratorio de M. Collins en la Universidad de Toronto [23], como se detalla en el Apéndice 2.

La figura 2a muestra las mallas de EF para vigas casi homotéticas de dos tamaños, específicamente con  $d=110$  mm y 924 mm, manteniendo una proporción de 8.41:1. Para evitar la influencia de la sensibilidad al tamaño de la malla, se optó por utilizar un tamaño uniforme de EF en ambas vigas. En la figura, los elementos oscurecidos indican las localizaciones de las máximas deformaciones longitudinales bajo la carga máxima  $P_{max}$ . Es importante destacar que la banda de elementos oscurecidos corre precisamente a lo largo del borde superior de la fisura principal; nótese que el ancho de esta banda corresponde al tamaño del elemento finito y no está relacionado con la apertura de la fisura.

#### 4.1. Localización de las tensiones longitudinales

La figura 2a muestra, a la derecha de las vigas, los perfiles de tensiones normales longitudinales  $\sigma_x$  a lo largo de la altura del ligamento (entendido como la zona entre la punta de la fisura diagonal dominante de cortante en  $P_{max}$  y la cara superior). Estos perfiles (que son similares a los de la Ref. [33] y los de la figura 11 de la Ref. [32]) demuestran cómo los esfuerzos se localizan cerca de la cara superior a medida que el tamaño  $d$  aumenta. Es evidente que, en la viga más pequeña, la resistencia del material a través del ligamento se utiliza casi por

completo (para un comportamiento plástico, estaría completamente movilizada). En la viga más grande, por contra, la resistencia del material está, en  $P_{max}$ , localizada solo en una pequeña parte del ligamento. Esta localización ofrece una explicación intuitiva del efecto de escala (véanse también las Refs. [33–35]). ¿Qué tienen en común estos perfiles con la apertura de la fisura a una profundidad de  $0.6d$ , y en general con las Hipótesis 3 y 5? Nada.

#### 4.2. Transmisión de tensiones a través de la fisura

La figura 2a desvela un aspecto crucial de las vigas de dos tamaños distintos, que no se puede medir directamente: la distribución de la componente vertical de la tracción transmitida en  $P_{max}$  a través de la fisura. Los porcentajes mostrados en las flechas verticales indican la componente vertical de la tracción transmitida en  $P_{max}$ , expresada como un porcentaje de la resistencia a la tracción del hormigón, y que resulta del engranaje de los áridos o del ablandamiento cohesivo. Es clave señalar que los porcentajes, exceptuando la zona próxima a la punta de la fisura, son relativamente bajos y disminuyen significativamente a medida que aumenta el tamaño de la viga.

En particular, obsérvense en la figura 2a los esfuerzos verticales  $V_{crack}$  indicados como porcentajes del esfuerzo cortante total,  $V_c=P_{max}$ . Los  $V_{crack}$  se calculan integrando las componentes verticales de la tracción a lo largo de la fisura. Para vigas pequeñas y grandes, estos representan tan solo el 18% y el 2.9% del esfuerzo cortante total  $V_c$ , respectivamente. Si el esfuerzo vertical transmitido en  $P_{max}$  a través de la fisura es tan pequeño, ¿cómo podría tener la anchura de la fisura,  $w$ , una influencia significativa en la resistencia a cortante? De hecho, no la tiene. Por lo tanto, las Hipótesis 2–5 carecen de fundamento, no son realistas.

La figura 2b muestra los vectores de las compresiones principales mínimas (máximas en valor absoluto). Confirman que la carga, justo antes del fallo (es decir, en  $P_{max}$ ), se transfiere principalmente a través de una banda de hormigón

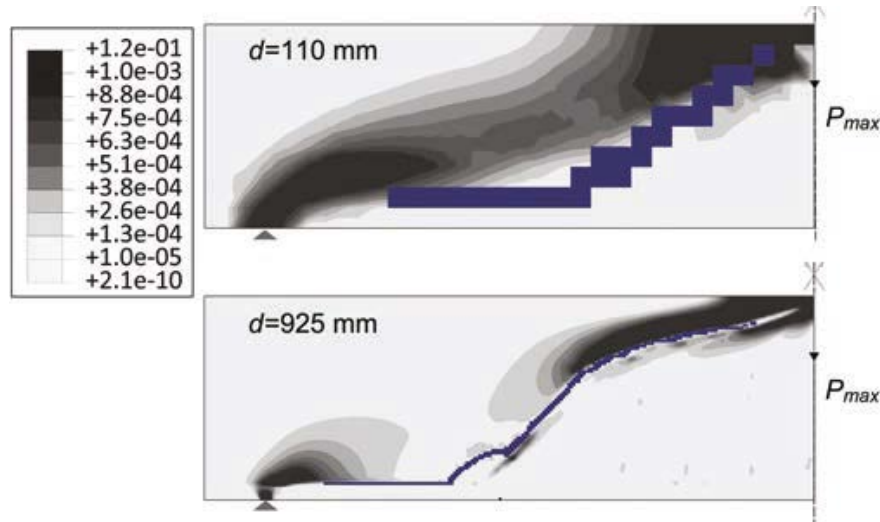


Figura 3. Zonas de liberación de energía en coordenadas relativas, calculadas para las vigas de Toronto [23].

situada en el lado superior de la fisura. Dentro del marco del modelo de bielas y tirantes, esta banda actúa como la "biela de compresión". El hecho de que estos vectores generalmente no atraviesen la fisura indica que la fuerza transmitida a través de la fisura en  $P_{max}$  es prácticamente despreciable. Esto, una vez más, contradice las [Hipótesis 2-5](#).

#### 4.3. Escenario de liberación y disipación de energía

Lo más relevante para el estudio de la fractura es el balance energético, mostrado en la [figura 3](#). La fractura disipa energía, y esa energía debe provenir de algún sitio. En control de desplazamiento, debe provenir únicamente de la liberación de energía potencial mecánica (es decir, energía de deformación) de la estructura. Tal y como propuso Griffith en 1921 [11], esta liberación es un principio central de la mecánica de fractura de todos los tipos, incluyendo la fractura cuasifrágil. Así que calculamos, para todos los puntos de integración de todos los elementos, la densidad de energía de deformación liberada al descargar:

$$\Pi = \frac{1}{2} \sigma^T C \sigma$$

que es una cantidad relevante que no puede medirse directamente;  $C$  es la matriz 6x6 de flexibilidad elástica en la descarga (es decir, la inversa de la matriz de módulos elásticos), y  $\sigma$  es la matriz columna 6x1 de tensiones, afectadas por la fisuración distribuida (para simplificar, la rigidez de descarga se considera la misma que la rigidez elástica inicial). Luego, considerando todos los puntos de integración, calculamos el cambio de densidad de energía en cada punto de integración entre estos dos estados; en este caso

$$\Delta \Pi = \Pi_{99} - \Pi_0$$

que es el cambio desde el valor  $\Pi_{99}$  para el estado previo al pico de carga,  $P=0.99P_{max}$ , hasta el valor  $\Pi_0$  para el estado posterior al pico en el que la carga se ha reducido a 0 (podrían considerarse otros estados con carga residual; pero incluso para estados de carga cercanos entre sí habría una alta dispersión numérica).

La diferencia  $\Delta \Pi$  representa los valores de densidad de energía liberada en cada punto de integración de los elementos finitos. A partir de todos estos valores, se pueden calcular las curvas de contorno de las zonas de liberación de densidad de energía. Estas zonas se representan en coordenadas relativas en la [figura 3](#), donde la zona de máxima densidad se muestra muy oscura. Cabe destacar que, en coordenadas reales, la banda oscura para la viga más grande sería mucho más ancha que para la más pequeña.

La banda oscura de la liberación de energía puede imaginarse que representa la "biela de compresión" del modelo de bielas y tirantes. La biela está situada completamente por encima de la fisura principal. En la parte superior de la biela, la liberación de energía proviene del hormigón dañado, y en el resto de la biela, de la descarga del hormigón sin dañar. La fisura diagonal de cortante principal no contribuye a los cambios de energía dominantes, en particular en vigas grandes. Entonces, ¿cómo puede jugar un papel significativo en el control de la carga de fallo? Nuevamente, esto contradice las [Hipótesis \(3\)](#) y [\(5\)](#).

La esencia de la SEL radica en que la energía total liberada de la estructura se compone de dos partes:  $\bar{\Pi} = \bar{\Pi}_1 + \bar{\Pi}_2$ . Aquí,  $\bar{\Pi}_2$  representa la energía de deformación total liberada al descargar la parte intacta de la estructura, cuyo volumen se incrementa de manera *cuadrática* con el tamaño de la estructura (representado por  $d$ ), mientras que  $\bar{\Pi}_1$  corresponde a la energía de deformación total liberada por la descarga de la parte dañada, la cual está atravesada por la FPZ y cuyo volumen se incrementa *linealmente* con el tamaño de la estructura. Por otro lado,  $W$ , la energía que se disipa y que ha de ser equivalente a  $\bar{\Pi}$ , siempre aumenta de manera lineal con el tamaño de la estructura. Esta diferencia entre los incrementos cuadrático y lineal señala claramente que, para tamaños suficientemente pequeños, la componente cuadrática,  $\bar{\Pi}_2$ , resulta ser *despreciable* en comparación con la componente lineal,  $\bar{\Pi}_1$ , pero para tamaños suficientemente grandes, la componente cuadrática se convierte en la predominante.

En nuestro caso particular, un análisis más detallado de los resultados de Elementos Finitos (EF) podría revelar que la disipación total de energía debida al daño por fractura crece de forma aproximadamente *lineal* con la longitud de la fisura



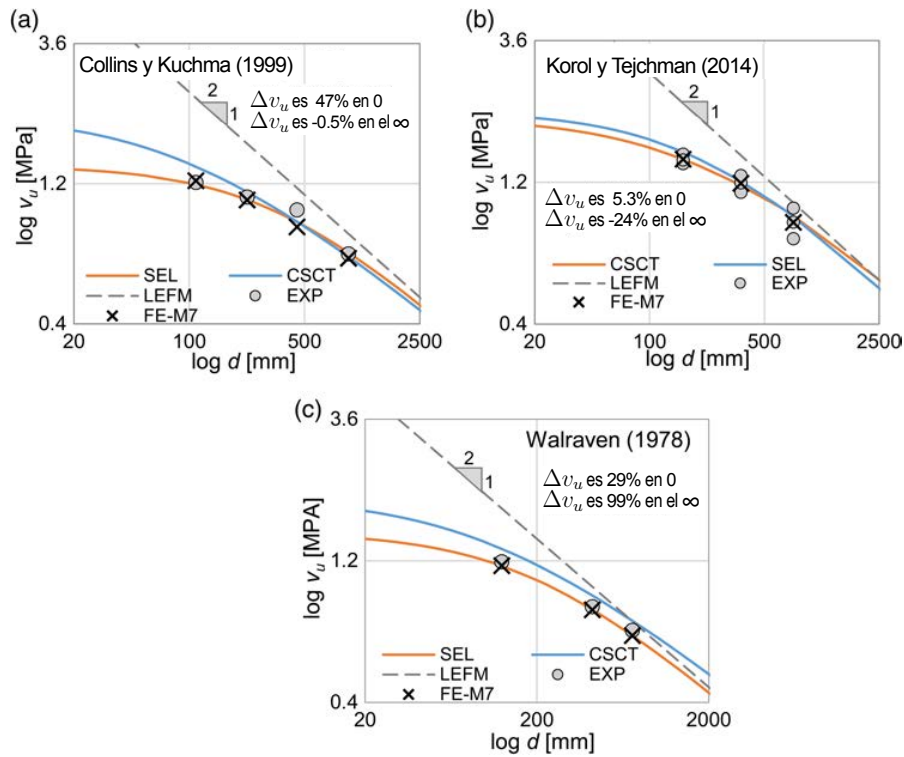


Figura 4. Comparación de datos de ensayos: (a) de la Ref. [23], (b) de la Ref. [31], y (c) de la Ref. [43] con resultados de elementos finitos (EF) y las curvas de efecto de escala de la SEL (Ecuación 8) y la teoría de la fisura crítica de cortante (CSCT) (Ecuación 1) ( $\Delta v_u$  son los errores porcentuales de la CSCT en comparación con los ajustes de la SEL).

de cortante, que es proporcional al tamaño  $d$  de la viga. En contraste, la energía liberada de la parte intacta de la biela de compresión, ubicada al lado de la fisura principal, se incrementa aproximadamente de manera *cuadrática* con  $d$ , ya que tanto la longitud como el ancho de esta biela, mostrados en la figura 3, aumentan casi proporcionalmente a  $d$ . Por ende, esta incongruencia entre los aumentos lineal y cuadrático constituye la causa subyacente de la transición observada en la curva de efecto de escala para el fallo por cortante en vigas.

La mencionada formulación energética de la SEL es, en realidad, mucho más simple que la del CSCT (véase el Apéndice 3, así como el estudio original de 1984 [8] donde se formuló la SEL por primera vez). La conservación de energía y el análisis dimensional son la base de una deducción fundamental, aunque sencilla, de la SEL tal como se presenta en las Ecuaciones 5–7 de la Ref. [32] y que se resume en el Apéndice 3.

#### 4.4. Compatibilidad con el modelo de bielas y tirantes actualizado

El modelo de bielas y tirantes, originalmente conocido como la analogía de la celosía de Mörsch, de 1903, es ampliamente reconocido por proporcionar estimaciones fiables de las cargas límite en estructuras de hormigón. Sin embargo, en su forma clásica, este modelo no tiene en cuenta el efecto de escala. En la Ref. [36], se demuestra cómo actualizar el modelo de bielas y tirantes calculando el equilibrio entre la energía disipada por aplastamiento compresión-cortante en la parte superior de la biela de compresión y la energía liberada de las secciones intactas y dañadas de dicha biela.

Recientemente se ha reconocido la necesidad de actualizar el modelo de bielas y tirantes para incluir el efecto de escala en las bielas de compresión. Este avance ya se ha implementado en la versión 2019 de la normativa ACI 318. A la luz de los hallazgos recientes sobre cómo se liberan y disipan la energía en la parte superior de las bielas, esta actualización resulta ser intuitiva y lógica, consistiendo simplemente en la incorporación del efecto de escala en el diseño de las bielas de compresión.

El concepto de una “biela de compresión” actualizada que refleja el efecto de escala está en armonía con la SEL y concuerda con el presente análisis (figura 4) y con las conclusiones de las Refs. [33] y [36]. ¿No invalida este consenso las hipótesis de la CSCT? Indiscutiblemente sí. Se debe concluir que el enfoque de la CSCT es incompatible con el modelo de bielas y tirantes modernizado, mientras que la SEL sí que es compatible.

## 5. ASPECTOS INFUNDADOS Y CIENTÍFICAMENTE DUDOSOS DE LAS HIPÓTESIS

### Sobre la Hipótesis 1.

Según las simulaciones por elementos finitos (EF), la apertura de la fisura  $w$  es muy variable a lo largo de su longitud. ¿Qué apertura  $w$ , en qué ubicación y en qué tamaño de viga, produciría la tracción cohesiva que importa para el cortante último  $v_u$ ? No hay respuesta.

### **Sobre la Hipótesis 2.**

El concepto básico del modelo cohesivo, que contempla la cohesión derivada del engranaje de los áridos, establece que la tensión cohesiva  $\sigma_c$  disminuye a medida que se incrementa la apertura de la fisura  $w$ . Esta característica se ha investigado exhaustivamente en el hormigón desde 1980 [37]. Ya en 1990 quedó claro que la Ecuación 1, con la variable  $w$  incluida de forma lineal en el denominador, no refleja adecuadamente las observaciones experimentales acerca del ablandamiento post-pico en fisuras de hormigón, ni los resultados de simulaciones por elementos finitos (EF). Actualmente se reconoce de forma generalizada que el perfil de ablandamiento cohesivo es aproximadamente bilineal, con una caída inicial pronunciada seguida de una cola muy larga (por ejemplo, Refs. [38, 39]).

Si el denominador de la Ecuación 1 fuera cualquier cosa menos lineal en  $w$ , la sustitución de la Ecuación 2 en la Ecuación 1 no daría para la CSCT una ecuación cuadrática para  $w$  (Ecuación 5 en la Ref. [18]), y entonces el comportamiento asintótico para tamaños grandes no tendría una pendiente de  $-1/2$  en escala logarítmica. Por lo tanto, la motivación de la Ecuación 1 parece ser manipular la derivación para obtener un comportamiento asintótico de pendiente  $-1/2$ , lo cual es ahora un hecho ampliamente aceptado.

### **Sobre la Hipótesis 3.**

¿Por qué debería determinarse la apertura de la fisura, y por ende la carga última y el efecto de escala, por el producto de la profundidad de la viga  $d$  por la deformación  $\epsilon$  en alguna ubicación específica? Eso es una ficción y es imposible según la mecánica de fractura.

¿Se puede identificar en los actuales resultados de EF alguna deformación característica que controle la carga última? Definitivamente no. Lo que importa para la fractura es la liberación de energía de deformación almacenada en la estructura y, en el caso de fractura cohesiva (o cuasifrágil), también la resistencia a la tracción del material. Ciertamente no una deformación particular.

### **Sobre la Hipótesis 4.**

Esto es un misterio. ¿Por qué debería tomarse la deformación de referencia,  $\epsilon$ , a una distancia  $d/2$  de la carga puntual y por qué a una profundidad  $0.6d$  desde la cara superior? Estos valores son empíricos y resultan de un esfuerzo por ajustar parte de la evidencia experimental. Además, estos valores seguramente tendrían que cambiar en el caso de vigas continuas y secciones transversales en forma de T, I o cajón, para las cuales las relaciones momento-curvatura son diferentes.

### **Sobre la Hipótesis 5.**

¿Por qué se debería calcular la deformación de referencia,  $\epsilon$ , según la elasticidad lineal si, en carga última, el comportamiento del hormigón es altamente no lineal debido al daño por fisuración? Esto es pura ficción.

Y, en primer lugar, ¿por qué se debería elegir la deformación como un indicador del efecto de escala? Como es bien sabido, en estructuras geoméricamente similares elásticas o

elasto-plásticas, la deformación en puntos homólogos es la misma para todos los tamaños de estructuras. Superar este hecho incómodo es lo que conduce a la mística Hipótesis 3 (Ecuación 2).

¿Y por qué el análisis de deformaciones debería utilizar la teoría clásica de flexión de vigas basada en la hipótesis de Bernoulli-Navier, que solo tiene validez en la flexión de vigas suficientemente esbeltas? De nuevo, es ficción.

El análisis por elementos finitos muestra que las secciones transversales inicialmente planas están muy deformadas en carga última. Las fórmulas para calcular  $\epsilon$  basadas en el comportamiento inelástico serían, por supuesto, terriblemente complicadas. Pero, ¿por qué molestarse en calcular esta deformación en absoluto? No es la causa del fallo. La verdadera causa de los fallos cuasifrágiles y del efecto de escala es la liberación total de la energía de la estructura.

### **Sobre la Hipótesis 6.**

El espíritu general del cálculo del efecto de escala en la CSCT (así como en la MCFT) es evitar la mecánica de fractura y reemplazarla por algún tipo de análisis sencillo de vigas elástico lineal. Pero este análisis es solo un artificio, destinado únicamente a proporcionar una apariencia de lógica.

## **6.**

### **¿PUEDE EXTENDERSE LA CSCT A DISEÑOS FUERA DEL RANGO DE LOS ENSAYOS EXISTENTES?**

La mayoría de los ensayos existentes sobre el efecto de escala en la resistencia a cortante de vigas involucró una gama relativamente limitada de geometrías, en términos de la relación de luz a cortante y tipos de refuerzo, y no incluyó vigas continuas. Es cuestionable si la CSCT, comenzando con la deformación elástica a una profundidad de  $0.6d$  y a una distancia  $d/2$  de la carga concentrada, podría aplicarse a tales situaciones. También es cuestionable, como se señaló anteriormente, aplicar la CSCT a otras geometrías de sección transversal.

Por otro lado, el factor de efecto de escala  $\lambda$  basado en la SEL, Ecuación 8, es, en principio, aplicable a todos los fallos cuasifrágiles (geoméricamente similares para diferentes tamaños), en los cuales se desarrolla una fisura estable larga antes de alcanzar la carga máxima y sin una meseta plástica postpico ilimitada (véase también el Apéndice 3). Generalmente, basta con multiplicar por  $\lambda$  la fórmula de análisis límite para la contribución a la resistencia del hormigón que funciona para tamaños de vigas pequeños. El único parámetro que necesita ser estimado es el tamaño de transición  $d_0$ , aunque se puede asumir que varía muy poco dentro del rango normal de geometrías.

## **7.**

### **¿NO DEBERÍA EL CÓDIGO DE DISEÑO ATENDER A LOS IDEALES DE SIMPLICIDAD Y GENERALIDAD?**

El principal problema con la Ecuación 6 de la CSCT no es que sea insegura en gran medida. No lo es. El problema es que su deducción ficticia oscurece la mecánica del fallo y es mucho más complicada de lo necesario para obtener una predicción realista del efecto de escala. Solo basta con comparar la

deducción discutida anteriormente con la deducción general de la SEL en las Ecuaciones 4–7 en la Ref. [32], basada únicamente en la conservación de la energía y el análisis dimensional (como se resume en el Apéndice 3), o con la deducción original de 1984 en la Ref. [8], basada en la aproximación de la liberación de energía en presencia de un limitador de localización, el tamaño característico de la FPZ.

Estas, así como varias otras deducciones de la SEL, son mucho más simples y se basan en solo tres hipótesis: la relevancia de la liberación de energía, la similitud geométrica de la fisura dominante en estructuras de diferentes tamaños y la aproximada independencia del tamaño de la FPZ (que representa una longitud característica, como una propiedad del material). Estas hipótesis son obvias, generalmente aceptadas y aplicables a muchos tipos de estructuras y materiales. Son los materiales cuasifrágiles que, además del hormigón y el mortero, también incluyen los compuestos polímeros reforzados con fibras, las cerámicas resistentes, el hielo marino, muchas rocas, suelos compactados, mampostería, madera, etc. Todos exhiben el mismo tipo de efecto de escala en la resistencia estructural nominal.

¿Entonces por qué el efecto de escala en el hormigón debería ser diferente? El fallo por cortante en el hormigón no es tan excepcional como sugiere la deducción de la CSCT. Más bien es solo una manifestación del típico efecto de escala exhibido por muchos materiales y estructuras. Entonces, ¿por qué el cortante en vigas de hormigón necesitaría una deducción especial, no aplicable a todas las demás situaciones similares? ¿No resulta extraño que la supuesta deducción que subyace al efecto de escala de la CSCT (o la MCFT y el Código Modelo de 2010) no pueda ser trasplantada a otros materiales cuasifrágiles? ¿Por qué el hormigón, y el cortante de vigas, debería ser tan *único*?

Además, una formulación basada en el concepto de liberación de energía de la mecánica de fractura (basada en el trabajo de Ballarini en Northwestern en los años 80) ya ha sido utilizada durante mucho tiempo en la mayoría de los códigos de diseño, para predecir el fallo por cortante en el arrancamiento de anclajes en muros de hormigón, incluyendo el efecto de escala. ¿Cómo es que, para un tipo de fallo por cortante de hormigón, la base de mecánica de fractura del efecto de escala es aceptada en el Código Modelo, mientras que para otro tipo de fallo por cortante no lo es?

## 8. COMENTARIOS SOBRE EL PROBLEMA ANÁLOGO DEL EFECTO DE ESCALA EN LA RESISTENCIA AL PUNZONAMIENTO POR CORTANTE DE LOSAS

Como se demostró en las Refs. [28, 40], la resistencia de losas a punzonamiento también sigue la SEL derivada de la liberación de energía (y el factor de efecto de escala SEL también se adoptó para la versión de 2019 de la norma ACI 318). No obstante, un cálculo alternativo del efecto de escala basado en la CSCT, que se apoya en la mecánica elemental de flexión, fue incorporado en el Código Modelo de 2010. Muttoni *et al.* [41] adaptaron su CSCT al punzonamiento con la modificación de que se utiliza una cierta rotación de la losa como referencia en lugar de una deformación. Así, para

el punzonamiento, obtienen un efecto de escala que termina con una pendiente asintótica de -0.4 (en lugar de -0.5), lo cual no es correcto pero al menos no viola la segunda ley de la termodinámica. Las hipótesis en la deducción son de nuevo infundadas y ficticias.

## 9. CONCLUSIONES

1. El efecto de escala a cortante de la CSCT muestra los comportamientos asintóticos correctos para tamaños pequeños y grandes y parece ajustarse a los datos de los ensayos del efecto de escala casi tan bien como la SEL energética. Comparada con la SEL, la CSCT muestra diferencias de resistencia de hasta un 14%, que no son grandes, aunque no son insignificantes para el diseño. A la CSCT le faltaría un ajuste del efecto de escala no lineal de una base de datos extensa, como la de ACI-445 en la Ref. [35]. Las comparaciones previas de la SEL con muchos ensayos de diversas geometrías incluidas en esa base de datos no se han realizado con la CSCT.
2. El efecto de escala de la CSCT se basa en una deducción simplista diseñada para dar una apariencia de lógica en su fundamentación mecánica. El método de cálculo de la CSCT (así como la MCFT) es engañoso. Es como una "receta de cocina" sin lógica alguna y oscurece la mecánica del fallo por cortante. Tendría que enseñarse a los estudiantes como un dogma de fe.
3. Se demuestra que la CSCT se basa en seis hipótesis implícitas. Ninguna de ellas tiene justificación física. Implican la aplicación de la teoría clásica unidimensional de flexión elástica de vigas a lo que es un problema multidimensional no lineal de mecánica de fractura. Lo mismo puede decirse sobre las hipótesis implícitas de la MCFT y del Código Modelo de 2010.
4. Las simulaciones por elementos finitos con el modelo constitutivo M7, calibrado y verificado aquí con los clásicos ensayos de Toronto, amplían los datos medidos mostrando que, dentro del ligamento entre la punta de la fisura principal y la parte superior de la viga, el perfil de tensiones es casi uniforme para vigas pequeñas y bastante localizado para vigas grandes. Esto significa que, en carga máxima, la resistencia del hormigón se moviliza a lo largo de casi toda la longitud del ligamento para vigas pequeñas, mientras que lo hace solo en una corta porción de la longitud para vigas grandes.
5. Según los resultados de elementos finitos, la disipación de energía durante la fractura proviene principalmente de una banda altamente tensionada al lado de la fisura principal de cortante y de una pequeña zona de daño por encima de la punta de esa fisura. La fisura principal de cortante disipa muy poca energía durante el fallo y, por lo tanto, el valor de su apertura no puede ser lo que controla el fallo, en contra de lo que dice la CSCT. Esta observación es suficiente por sí misma para invalidar la CSCT (así como la MCFT).
6. Debido a la falta de base mecánica, la CSCT no puede considerarse fiable para diseños fuera del rango de tamaños de la mayoría de los ensayos de efecto de escala dis-

ponibles, que incluyen diferentes tipos de refuerzo y luces de cortante, diferentes secciones transversales, diferentes distribuciones de esfuerzo cortante y momento flector como en vigas continuas, etc.

7. Tanto la CSCT como la MCFT son incompatibles con el modelo de bielas y tirantes, mientras que la SEL sí que es compatible con dicho modelo siempre que el efecto de escala se incorpore en la biela de compresión (lo cual ya está adoptado por la Norma ACI 318-2019).
8. El efecto de escala de la MCFT, incorporado en el Código Modelo de 2010, muestra grandes desviaciones con respecto a la SEL. Tiene un comportamiento asintótico incorrecto para tamaños grandes que es termodinámicamente inadmisibles y, en consecuencia, predice incorrectamente el efecto de escala en vigas grandes.

### Agradecimientos

Se agradece la financiación parcial dada por el proyecto NSF n°. CMMI-1439960 de la Universidad de Northwestern. El primer autor agradece al Consejo de Investigación Científica y Tecnológica de Turquía el apoyo financiero a su investigación postdoctoral en la Universidad de Northwestern.

### Nomenclatura

$a$	luz de cortante
$a_c$	longitud de la fisura o de la banda de fisuración en carga máxima
$b$	ancho característico de la sección transversal de la viga
$b_w$	ancho de la viga
$c$	espesor de la zona de compresión de la viga
$C$	matriz 6×6 de flexibilidades elásticas en la descarga (es decir, inversa de la matriz de módulos elásticos)
$C_1$	variable definida en la <a href="#">Ecuación 6</a>
$c_{1...c_4}$	variables iguales a 520, 1500, $c_5\sqrt{f_c}$ , 1000 y $d_{dg}$ respectivamente
$c_5$	variable definida en la Ecuación A3
$d$	profundidad de la sección transversal desde la cara comprimida hasta el centro de gravedad del refuerzo
$d_g$	tamaño máximo del árido
$d_{dg}$	rugosidad superficial equivalente, igual a $\min(d_g+16, 40 \text{ mm})$
$d_0$	tamaño de transición que equivale a la longitud característica del material multiplicada por el parámetro de forma de la estructura
$d_0^M$	equivalencia al tamaño de transición en la ecuación de CSCT
$E$	módulo de elasticidad
$E_c, E_s$	módulos de elasticidad del hormigón y del refuerzo de acero
$F$	variable definida en las Ecuaciones (A4) y (A5)
$f_1, f_2$	derivadas con respecto a $\beta_1$ y $\beta_2$ utilizadas en la Ecuación C3
$f_c$	resistencia a compresión media del hormigón
$G_f$	valor crítico de la tasa de liberación de energía
$k$	variable definida como $k=d_0^M/d_0$
$k_v$	esfuerzo cortante último normalizado por $\sqrt{f_c}$
$M$	momento flector

$P_{max}$	carga máxima
$q$	variable definida como $q=d/d_0$
$V_c$	esfuerzo cortante total
$V_{crack}$	fuerzas verticales transferidas por la fisura
$v_0$	resistencia a cortante promedio del hormigón para un tamaño $d$ que tiende a cero
$V_R$	esfuerzo cortante resistente proporcionado por el hormigón
$v_u$	resistencia a cortante promedio
$v_u^M$	resistencia a cortante promedio del hormigón en MC2010
$w$	apertura de fisura
$W$	energía disipada (que debe ser igual a $\bar{\Pi}=\bar{\Pi}_1+\bar{\Pi}_2$ )
$w_c$	constante del material igual al ancho de la banda de fisuración barrida por la FPZ
$z$	profundidad efectiva de cortante de la viga según MC2010
$\alpha_{1... \alpha_5}$	coeficientes que valen $\alpha_1=1/3$ , $\alpha_2 \alpha_3=120$ , $\alpha_4=0.6$ , $\alpha_5=0.5$
$\beta_1, \beta_2$	variables definidas como $\beta_1=a/d$ y $\beta_2=w_c a/d^2$ , ver <a href="#">Ecuación C1</a>
$\Delta\Pi$	variación de la densidad de energía elástica
$\epsilon$	deformación longitudinal de referencia ubicada debajo de 0.6d de la cara de compresión y a una distancia $d/2$ de la carga aplicada
$\gamma$	variable definida en la Ecuación 5
$\lambda$	factor de efecto de escala de la SEL
$\Pi$	densidad de energía de deformación liberada en la descarga
$\Pi_{99}$	densidad de energía de deformación para el estado pre-carga máxima a $P=0.99P_{max}$
$\Pi_0$	densidad de energía de deformación para el estado post-carga máxima a carga cero
$\bar{\Pi}_1$	energía de deformación liberada por la descarga de la parte dañada de la estructura
$\bar{\Pi}_2$	energía de deformación liberada por la descarga de la parte no dañada de la estructura
$\rho$	cuantía de refuerzo longitudinal
$\sigma$	matriz columna 6×1 de componentes de la tensión
$\sigma_c$	tracción cohesiva de cosido de la fisura
$\sigma_x$	tensión normal longitudinal a lo largo de la altura del ligamento
ACI	American Concrete Institute – Instituto Norteamericano del Hormigón
CEB	Comité Européen du Béton – Comité Europeo del Hormigón
CSA	Canadian Standards Association – Asociación Canadiense de Normalización
CSCT	Critical Shear Crack Theory – Teoría de la Fisura Crítica de Cortante
EF	Elementos Finitos
fib	Fédération Internationale du Béton – Federación Internacional del Hormigón
FPZ	Fracture Process Zone – Zona de Proceso de Fractura
HA	Hormigón Armado
JSCE	Japan Society of Civil Engineers – Sociedad Japonesa de Ingenieros Civiles
MCFT	Modified Compression Field Theory – Teoría Modificada del Campo de Compresiones
SEL	Size Effect Law – Ley del Efecto de Escala

## Referencias

- [1] Leonhardt F, Walter R. Beiträge zur Behandlung der Schubprobleme in Stahlbetonbau. *Beton und Stahlbetonbau*. 1962;57(3):54–64.
- [2] Leonhardt, F., Walter, R., & Dilger, W. (1964). Shear Tests on Continuous Beams. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton*. No. 163, 138.
- [3] Bhal, N. S. (1968). Über den Einfluss der Balkenhohe auf Schubtragfähigkeit von einfeldrigen Stalbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung. (Dissertation, Univ.). Stuttgart, Stuttgart, Germany.
- [4] Kani GNJ. Basic facts concerning shear failure. *ACI J*. 1966;63(6):675–692.
- [5] Kani GNJ. How safe are our large reinforced concrete beams. *ACI J*. 1967; 64(3):128–141.
- [6] Iguro, M., Shioiya, T., Nojiri, Y., & Akuyama, H. (1985). Experimental studies on shear strength of large reinforced concrete beams under uniformly distributed load. *Concrete Library International*, (Japan Soc. of Civil Engrs.). No. 5, p. 137–154 (transl. from JSCE 1984).
- [7] Weibull W. A statistical theory of the strength of materials. *Proc R Swedish Acad Eng Sci*. 1939;151:1–45.
- [8] Bažant ZP. Size effect in blunt fracture: Concrete, rock, metal. *ASCE J Eng Mech*. 1984;110(4):518–535.
- [9] Bažant ZP, Kim J-K. Size effect in shear failure of longitudinally reinforced beams. *ACI J*. 1984;81(5):456–468.
- [10] Bažant ZP, Cao Z. Size effect in shear failure of prestressed concrete beams. *ACI J*. 1986;83(2):260–268.
- [11] Bažant ZP, Planas J. *Fracture and size effect in concrete and other quasi-brittle materials*. Boca Raton and London: CRC Press, 1998.
- [12] Bažant, Z. P. (2002). *Scaling of Structural Strength*. Hermes Penton Science (Kogan Page Science), London; 2nd updated ed., Elsevier, London 2005 (Errata: [www.civil.northwestern.edu/people/bazant.html](http://www.civil.northwestern.edu/people/bazant.html)) (French translation (with updates), *Introduction aux effets d'échelle sur la résistance des structures*, Hermes Science Publ., Paris 2004).
- [13] Subcommittee on English Version of Standard Specifications for Concrete Structures (2007). *JSCE guidelines for concrete no. 15: Design*. Japan Society of Civil Engineering.
- [14] Fédération Internationale du Béton (fib): CEB fib Model Code 1990: Design Code, Comité Euro-International du Béton; nos.213/214.
- [15] Fédération Internationale du Béton (fib): Model Code 2010, final draft, vol. 1, Bulletin 65, and vol. 2, Bulletin 66, Lausanne, Switzerland, 2012.
- [16] Bentz EC, Vecchio FJ, Collins MP. Simplified modified compression field theory for calculating shear strength of reinforced concrete elements. *ACI Mater J*. 2006;103(4):614.
- [17] Sigrist V, Bentz E, Fernández Ruiz M, Foster S, Muttoni A. Background to the fib model code 2010 shear provisions. Part I: Beams and slabs. *Struct Concr*. 2013;14(3):195–203.
- [18] Muttoni A, Fernández Ruiz M. Shear strength of members without transverse reinforcement as function of critical shear crack width. *ACI Struct J*. 2008;105(2):163–172.
- [19] Fernández Ruiz M, Muttoni A. Size effect in shear and punching shear failures of concrete members without transverse reinforcement: Differences between statically determinate members and redundant structures. *Struct Concr*. 2018;19(1):65–75.
- [20] Fernández Ruiz M, Muttoni A, Sagaseta J. Shear strength of concrete members without transverse reinforcement: A mechanical approach to consistently account for size and strain effects. *Eng Struct*. 2015;99:360–372.
- [21] Muttoni, A., & Schwartz, J. (1991). Behavior of beams and punching in slabs without shear reinforcement. In: *IABSE colloquium (Volume 62, No. CONF)*. IABSE Colloquium.
- [22] Swiss Society of Engineers and Architects, SIA. Code 262 for Concrete Structures, Zürich, Switzerland, 2003, 94 pp.
- [23] Collins MP, Kuchma D. How safe are our large, lightly reinforced concrete beams, slabs, and footings? *ACI Struct J*. 1999;96(4):482–490.
- [24] Caner FC, Bažant ZP. Microplane model M7 for plain concrete: I. Formulation. *ASCE J Eng Mech*. 2013;139(12):1714–1723.
- [25] Caner FC, Bažant ZP. Microplane model M7 for plain concrete: II. Calibration and verification. *ASCE J Eng Mech*. 2013;139(12):1724–1735.
- [26] Bažant ZP, Oh BH. Crack band theory for fracture of concrete. *Mater Struct (RILEM, Paris)*. 1983;16(3):155–177.
- [27] Červenka J, Bažant ZP, Wierier M. Equivalent localization element for crack band approach to mesh-sensitivity in microplane model. *Int J Numer Methods Eng*. 2005;62(5):700–726.
- [28] Dönmez A, Bažant ZP. Size effect on punching strength of reinforced concrete slabs with and without shear reinforcement. *ACI Struct J*. 2017;114(4):875–886.
- [29] Vorel J, Bažant ZP. Size effect in flexure of prestressed concrete beams failing by compression softening. *ASCE J Struct Eng*. 2014;140(10):04014068.
- [30] Rasoolinejad M, Bažant ZP. Size effect on strength of squat shear walls extrapolated by microplane model M7 from lab tests. *ACI Struct J*. 2018; in press (also SEGIM Report 18-10/788c, Northwestern University, Evanston).
- [31] Syroka-Korol E, Tejchman J. Experimental investigations of size effect in reinforced concrete beams failing by shear. *Eng Struct*. 2014;58:63–78.
- [32] Yu Q, Le J-L, Hubler HH, Wendner R, Cusatis G, Bažant ZP. Comparison of main models for size effect on shear strength of reinforced and prestressed concrete beams. *Struct Concr (fib)*. 2016;17(5):778–789.
- [33] Bažant ZP, Yu Q. Designing against size effect on shear strength of reinforced concrete beams without stirrups: II. Verification and calibration. *ASCE J Struct Eng*. 2005;131(12):1885–1897.
- [34] Bažant ZP, Yu Q. Designing against size effect on shear strength of reinforced concrete beams without stirrups: I. Formulation. *ASCE J Struct Eng*. 2005;131(12):1877–1885.
- [35] Bažant ZP, Yu Q, Gerstle W, Hanson J, Ju JW. Justification of ACI 446 proposal for updating ACI code provisions for shear design of reinforced concrete beams. *ACI Struct J*. 2007;104(5):601–610.
- [36] Bažant ZP. Fracturing truss model: Size effect in shear failure of reinforced concrete. *ASCE J Eng Mech*. 1997;123(12):1276–1288.
- [37] Walraven, J. C., & Reinhardt, H. W. (1981). *Concrete mechanics. Part A: Theory and experiments on the mechanical behavior of cracks in plain and reinforced concrete subjected to shear loading*. NASA STI/Recon Technical Report N, 82.
- [38] Hoover CG, Bažant ZP. Cohesive crack, size effect, crack band and work-of-fracture models compared to comprehensive concrete fracture tests. *Int J Fracture*. 2014;187(1):133–143.
- [39] Hoover CG, Bažant ZP, Vorel J, Wendner R, Hubler MH. Comprehensive concrete fracture tests: Description and results. *Eng Fract Mech*. 2013;114: 92–103. 40. Bažant ZP, Cao Z. Size effect in punching shear failure of slabs. *ACI Struct J*. 1987;84(1):44–53.
- [40] Muttoni A, Fernández Ruiz M, Bentz E, Foster S, Sigrist V. Background to fib Model Code 2010 shear provisions part II: Punching shear. *Struct Concr*. 2013;14(3):204–214.
- [41] Bentz EC, Collins MP. Development of the 2004 Canadian Standards Association (CSA) A23. 3 shear provisions for reinforced concrete. *Can J Civ Eng*. 2006;33(5):521–534.
- [42] Walraven, J. C. (1978). Influence of member depth on the shear strength of lightweight concrete beams without shear reinforcement. *Stevin Report 5-78-4*, Delft University of Technology.

## APÉNDICE 1.

### Deficiencias y problemas de la MCFT y del Código Modelo de 2010

Aunque la MCFT, presente en el actual Código Modelo de 2010, no es el objeto de este estudio, hay algunos puntos que merece la pena destacar, con fines comparativos. La MCFT tiene deficiencias más graves que la CSCT. La aproximación de Nivel I del Código Modelo de 2010 consiste en la Ecuación 1 en la que el valor de  $w/d$  (y por lo tanto también  $\epsilon$ ) no es variable sino fijo. Esto da  $w\alpha_2/d_{dg}=1.25z$ . En consecuencia, el comportamiento asintótico para tamaños grandes es:

$$\text{para } d/d_0 \rightarrow \infty: v_u \rightarrow \frac{\text{constante}}{d} \quad (\text{A1})$$

Tal comportamiento asintótico no está respaldado experimentalmente. De hecho, es termodinámicamente imposible. La extrapolación a tamaños grandes exageraría severamente el efecto de escala. Al mismo tiempo, dado que la transición del comportamiento asintótico de tamaño pequeño (horizontal) al de tamaño grande (inclinado) es más abrupta y estrecha que para la ley de efecto de escala energético (SEL), la Ecuación A1 subestima el efecto de escala en el rango de tamaños medios si el efecto de escala se ajusta a los mismos datos de tamaño pequeño.

Es importante señalar que una ecuación como la A1 fue propuesta en la Ref. [42] y se incorporó en las especificaciones de diseño a cortante de la CSA A23.3 canadiense de 2004. Se le puede hacer una crítica similar a la ya realizada.

La aproximación de Nivel II del Código Modelo de 2010 (o MCFT, Ecuación 4a en la Ref. [17]) se escribe como

$$\frac{v_u}{\sqrt{f_c}} = k_v, \quad k_v = \frac{0.4}{1+1500\epsilon} \frac{1300}{1000 + d_{dg}z} \quad (\text{A2})$$

la cual puede ser reescrita como

$$k_v = \frac{c_1}{(1+c_2 k_v)(c_3+c_4 z)} \quad \text{con } c_2=1500c_3\sqrt{f_c}, \quad c_3=\frac{a-d/2}{2d\rho E_s} \quad (\text{A3})$$

en la cual  $c_1=520$ ,  $c_3=1000$ ,  $c_4=d_{dg}$  son constantes. Aunque esta ecuación lleva a una ecuación cuadrática para  $k_v$  (diferente de la Ecuación 1), la pendiente asintótica  $k_v$  para  $z \rightarrow \infty$  puede ser calculada más directamente reemplazando  $k_v$  con una nueva variable  $F$  tal que

$$k_v = F / z \quad (\text{A4})$$

La Ecuación A3 entonces puede ser reorganizada como

$$F \left( 1 + c_2 \frac{F}{z} \right) \left( \frac{c_3}{z} + c_4 \right) = c_1 \quad (\text{A5})$$

Ahora, asumiendo que  $F$  es una constante, el límite de esta ecuación para  $z \rightarrow \infty$  es  $F(1+0)(0+c_4)=c_1$ , es decir,  $c_4=c_1$  o  $F=c_1/c_4$ . Esto confirma nuestra hipótesis de que  $F$  es constante y que  $k_v=(c_1/c_4)/z$ , o:

$$\text{para } z \rightarrow \infty: \quad k_v \rightarrow \frac{\text{constante}}{z} \quad (\text{A6})$$

Tal comportamiento asintótico de la aproximación de Nivel II de la MCFT y del Código Modelo de 2010 es, por supuesto, también termodinámicamente imposible y, por lo tanto, insostenible (igual que para el Nivel I). También revela una falta de base científica.

La mayoría de las hipótesis de la CSCT también se aplican a la MCFT y, por tanto, las críticas anteriores no necesitan ser repetidas.

## APÉNDICE 2.

### Ejemplos que verifican la bondad de las simulaciones del modelo Microplane M7

La credibilidad del análisis por FE anterior con el modelo M7 depende de validaciones con ensayos. El Modelo M7 (cuyo código se puede descargar libremente de [www.civil.northwestern.edu/people/bazant/](http://www.civil.northwestern.edu/people/bazant/)), parece ser el único que puede reproducir todos los tipos de ensayos de caracterización del hormigón, como se muestra en la Ref. [25]. El M7, calibrado por una parte del conjunto de datos sobre diversos ensayos estructurales, fue capaz de predecir correctamente el resto del conjunto de datos (por ejemplo, Refs. [25, 28, 32, 33]). Aquí mostramos lo bien que el M7 predice la resistencia y el efecto de escala de tres series de ensayos —muy fiables— de vigas [23, 31, 43] (demostraciones similares también se hicieron en las Refs. [32, 33]).

La figura 4 muestra el ajuste de los ensayos [23] utilizados para la calibración del M7. En la figura 4a, se simulan vigas a flexión en cuatro puntos de 4 tamaños diferentes (con una similitud geométrica solo aproximada) mediante elementos finitos (EF) usando M7. El canto útil más pequeño es  $d=110$  mm y el más grande es 925 mm. La cuantía a flexión varía ligeramente del 0.76% al 0.91%. La relación entre la luz de cortante y el canto útil,  $a/d$ , es 3. La malla para el hormigón utiliza elementos hexaédricos continuos 3D de 12.5 mm, que se usan para todos los tamaños con el fin de evitar lidiar con la sensibilidad espuria de la malla debido a la localización del daño por ablandamiento. El refuerzo se modela con elementos lineales de 2 nodos tipo viga adjuntos a los nodos de los elementos de hormigón. La malla más pequeña tiene 1457 nodos y 990 elementos, mientras que la más grande tiene 78895 nodos y 58347 elementos.

La figura 4b muestra los resultados de verificación y calibración para los ensayos de la Ref. [31]. Se simulan vigas de tres tamaños con una configuración de carga a flexión en cuatro puntos. Los cantos útiles de las vigas son 160 mm, 360 mm y 750 mm. La cuantía es del 1.0% y la relación de aspecto,  $a/d$ , es 3. El tamaño máximo del árido es de 10 mm. El tamaño del elemento es de 20 mm, para todos los tamaños. Se utilizan elementos continuos 3D con integración reducida en análisis explícito (dinámico).

La figura 4c demuestra los resultados para los ensayos de Walraven [43] para hormigón de densidad normal. Se simulan tres tamaños diferentes con cantos útiles de 125 mm, 420 mm y 720 mm a flexión en cuatro puntos usando elementos hexagonales 3D. La resistencia del hormigón es de 34.2 MPa y la cuantía de armado varía ligeramente del 0.75% al 0.83%. La figura 4 también muestra las diferencias en las prediccio-

nes de la resistencia a cortante última de la CSCT para los mismos ensayos. La variación de los parámetros secundarios distintos del tamaño podría resultar en discrepancias muy altas para las resistencias últimas entre el SEL y la CSCT. Por ejemplo, en la [figura 4c](#), la diferencia alcanza el 29% para tamaños pequeños y se duplica para  $d \rightarrow \infty$ .

### APÉNDICE 3.

#### *Deducción general de la SEL a partir de la conservación de la energía y el análisis dimensional*

La liberación total de energía de deformación complementaria  $\Pi$  causada por la fractura es una función tanto de (a) la longitud  $a_c$  de la fisura (o banda de fisuración) en carga máxima, y de (b) el área de la zona dañada por la fisuración, que es  $w_c a_c$ , donde  $w_c = n d_g$  = constante del material = ancho de la banda de fisuración barrida por el ancho de FPZ durante la propagación de la grieta principal,  $d_g$  = tamaño máximo del árido, y  $n$  = de 2 a 3. Los parámetros  $a_c$  y  $w_c a_c$  no son adimensionales, pero pueden adimensionalizarse como  $\beta_1 = a_c/d$  y  $\beta_2 = w_c a_c/d^2$ , donde  $d$  = canto útil de la viga. Según el teorema de Buckingham del análisis dimensional, la liberación total de energía de deformación debe tener la forma general:

$$\bar{\Pi} = \frac{1}{2E} \left( \frac{P}{bd} \right)^2 b d^2 f(\beta_1, \beta_2) \quad (C1)$$

donde  $b$  = ancho característico de la viga (por ejemplo,  $b_w$ ). En el caso de vigas geoméricamente similares de diferentes tamaños,  $f$  es una función derivable independiente de  $d$ . Aho-

ra considere los dos primeros términos lineales de la serie de Taylor  $f(\beta_1, \beta_2) \approx f(0,0) + f_1 \beta_1 + f_2 \beta_2$ , donde  $f_1 = \partial f / \partial \beta_1$ ,  $f_2 = \partial f / \partial \beta_2$ , y tenga en cuenta que

$$\frac{\partial f}{\partial a_c} = \frac{\partial f}{\partial \beta_1} \frac{\partial \beta_1}{\partial a_c} + \frac{\partial f}{\partial \beta_2} \frac{\partial \beta_2}{\partial a_c} \quad (C2)$$

donde  $\partial \beta_1 / \partial a_c = 1/d$  y  $\partial \beta_2 / \partial a_c = w_c/d^2$ . La conservación de energía durante la propagación de la fisura requiere que  $[\partial \bar{\Pi} / \partial a_c] P = G_f b$ , donde  $G_f$  = valor crítico de la tasa de liberación de energía. Esto lleva a la ecuación

$$\left( \frac{f_1}{d} + \frac{f_2 w_c}{d^2} \right) \frac{P^2}{2bE} = G_f b \quad (C3)$$

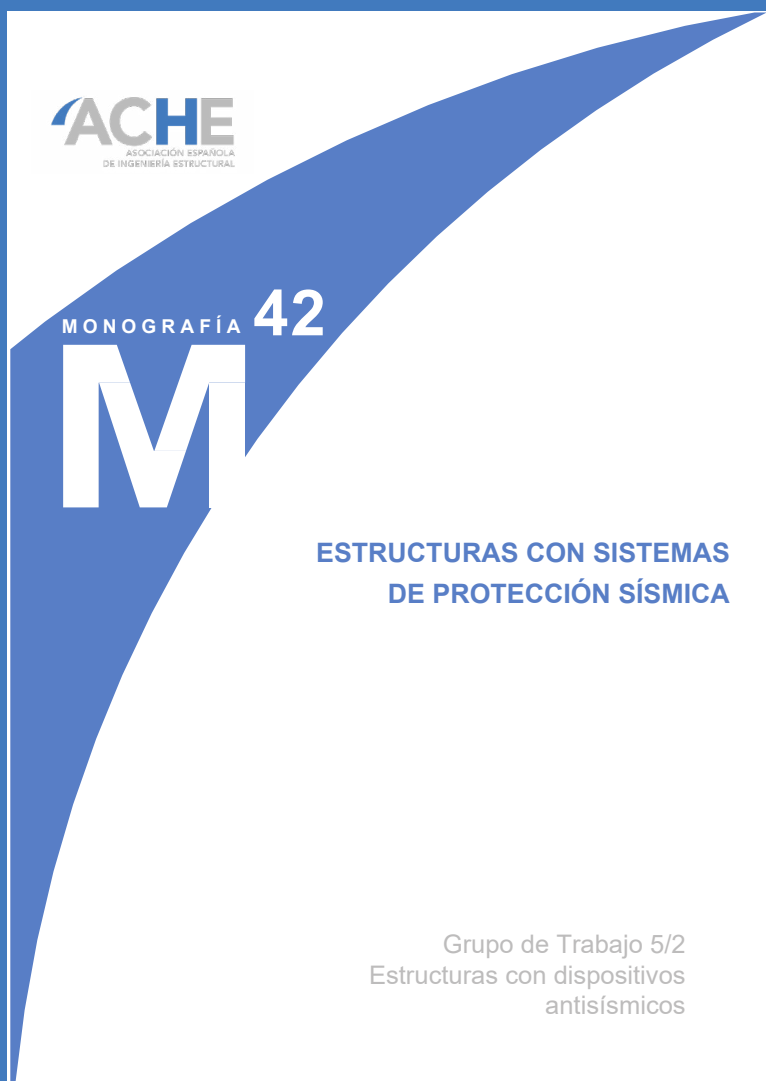
Después de reorganizar y usando la notación  $v_u = P/bd$  = resistencia a cortante promedio (o nominal) debida al hormigón, la Ecuación C3 conduce al efecto de escala determinista (o energético) de ACI-446 (ahora integrado en ACI 318-2019), con el factor de efecto de escala  $\lambda$  dado por la [Ecuación 8](#), en la que  $d_0 = w_c f_2 / f_1$  = constante (independiente del tamaño  $d$ , tamaño de transición que caracteriza la geometría de la estructura). C.Q.D.

Las hipótesis que sustentan esta deducción son dos: (a) el tamaño,  $w_c$  (anchura o longitud), de la FPZ en la parte delantera de la grieta dominante es constante (una propiedad del material), y (b) los fallos son geoméricamente similares (esta similitud no se enumera aquí entre las hipótesis de CSCT pero se asume tácitamente). La conservación de la energía no es una hipótesis sino un hecho físico. Tampoco es una hipótesis la [Ecuación C1](#), que está dictada por el análisis dimensional. Nótese que la mecánica de fractura no se cita en esta deducción, aunque el balance de energía es la quintaesencia de la mecánica de fractura.

# ACHE

## MONOGRAFÍAS

PRÓXIMAMENTE



**SECRETARÍA DE ACE**  
Tel.: 91 336 66 98  
[www.e-ache.com](http://www.e-ache.com)



# Sobre el cortante en elementos sin estribos y la aplicación de métodos energéticos a la luz de 30 años de observaciones experimentales

## *On Shear in Members Without Stirrups and the Application of Energy-Based Methods in Light of 30 Years of Test Observations*

Evan C. Bentz<sup>a,\*</sup>, Stephen J. Foster<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Department of Civil and Mineral Engineering, University of Toronto, Toronto, Ontario, Canada.

<sup>b</sup> School of Civil and Environmental Engineering, UNSW, Sydney, New South Wales, Australia.

Recibido el 22 de diciembre de 2023; aceptado el 24 de enero de 2024

### RESUMEN

En un artículo reciente en *Structural Concrete*, los autores Dönmez y Bažant explican que las bases teóricas de las ecuaciones del Código Modelo 2010 para el cortante en una dirección y el punzonamiento no están suficientemente fundamentadas a nivel teórico y, en su lugar, deberían utilizar una ley energética de efecto tamaño en su formulación para ajustarse al comportamiento. Para respaldar esta afirmación, se presentaron simulaciones de elementos finitos. En este artículo se cuestiona la hipótesis básica de que un método energético debe gobernar el fallo por cortante de vigas sin estribos. Se demuestra que estas preguntas se basan en el comportamiento de endurecimiento de ensayos de engranamiento de áridos y en la incapacidad de localizar deformaciones de deslizamiento durante el fallo por cortante. Además de estos argumentos teóricos, se realizaron análisis de elementos finitos con un modelo constitutivo energético pero que también trabaja adecuadamente al modelar el engranamiento de áridos, un aspecto que parece estar ausente en los análisis de Dönmez y Bažant. Estos nuevos resultados modelan mejor los resultados de los ensayos y confirman que el engranamiento de áridos es importante para explicar la resistencia al cortante y, por tanto, el efecto tamaño en el cortante en elementos esbeltos. Como tal, cualquier preocupación sobre la seguridad de las ecuaciones de cortante del Código Modelo parece injustificada.

**PALABRAS CLAVE:** códigos de diseño, criterios energéticos, simulaciones de elementos finitos, mecánica de fractura, códigos modelo, cortante.

©2024 Hormigón y Acero, la revista de la Asociación Española de Ingeniería Estructural (ACHE). Publicado por Cinter Divulgación Técnica S.L. Este es un artículo de acceso abierto distribuido bajo los términos de la licencia de uso Creative Commons (CC BY-NC-ND 4.0)

Traducido por Lisbel Rueda-García del artículo original publicado por Wiley en la revista *Structural Concrete*: Bentz EC, Foster SJ. On shear in members without stirrups and the application of energy-based methods in light of 30 years of test observations. *Structural Concrete*. 2019; 20: 1481–1489.

<https://doi.org/10.1002/suco.201900224>

### ABSTRACT

In a recent paper in *Structural Concrete*, the authors Dönmez and Bažant explain that the theoretical background of the Model Code 2010 equations for one way and punching shear are not sufficiently grounded in theory and should instead use an energybased size effect law in their formulation to match behavior. To support this claim, finite element simulations were presented. In this paper the basic assumption that an energy-based method must govern the shear failure of beams without stirrups is questioned. These questions are shown to be based on the hardening behavior of aggregate interlock tests and the inability for slip strains to localize during shear failure. In addition to these theoretical arguments finite element analyses were conducted with a constitutive model that is energy-based but that also does an appropriate job at modeling aggregate interlock, an aspect that appears to be lacking in the analyses of Dönmez and Bažant. These new results are shown to better model the test results and confirm that aggregate interlock is important in explaining shear strength and therefore the size effect in shear for slender members. As such any concerns about the safety of the Model Code shear equations appear unwarranted.

**KEYWORDS:** design codes, energy criteria, finite element simulations, fracture mechanics, model codes, shear.

©2024 Hormigón y Acero, the journal of the Spanish Association of Structural Engineering (ACHE). Published by Cinter Divulgación Técnica S.L. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons (CC BY-NC-ND 4.0) License

Translated by Lisbel Rueda-García from the original article published in the *Journal Structural Concrete*, published by Wiley: Bentz EC, Foster SJ. On shear in members without stirrups and the application of energy-based methods in light of 30 years of test observations. *Structural Concrete*. 2019; 20: 1481–1489.

<https://doi.org/10.1002/suco.201900224>

\* Persona de contacto / Corresponding author:

Correo-e / e-mail: [bentz@civ.utoronto.ca](mailto:bentz@civ.utoronto.ca) (Evan C. Bentz)

Como citar este artículo: Bentz, E.C., Foster, S.J. (2019) Sobre el cortante en elementos sin estribos y la aplicación de métodos energéticos a la luz de 30 años de observaciones experimentales. *Hormigón y Acero* 75 (302-303) 55-63. <https://doi.org/10.33586/hya.2024.3137>

## 1. INTRODUCCIÓN

Durante décadas desde los trabajos de Ritter [1] y Morsch [2] ha habido un debate significativo en la identificación

de las reglas y principios que rigen el comportamiento de elementos de hormigón armado sometidos a cortante unidireccional o bidireccional. En el contexto actual, este debate se centró después de los fallos de las vigas del almacén de

las Fuerzas Aéreas de los Estados Unidos en 1955 y 1956, y el posterior informe del “Comité 326” de ACI [3]. Esto llevó a un período intensivo de investigación y casi 60 años después, el debate sigue vigente y los modelos de diseño son rigurosamente cuestionados y disputados. Uno de esos artículos es el de Dönmez y Bažant [4], donde se cuestionan muchas de las suposiciones que fundamentan los modelos que constituyen la base de normas nacionales e internacionales. Los autores estaban inmediatamente interesados en descubrir qué argumentos técnicos presentaría el artículo sobre la seguridad, simplicidad y generalidad de la Teoría de la Fisura Crítica de Cortante (CSCT) [5] y los métodos basados en la Teoría Modificada de los Campos de Compresiones (MCFT) [6], como las ecuaciones del Código Modelo 2010 para el diseño a cortante de losas unidireccionales y vigas [7]. El presente artículo se lee mejor junto con el artículo de Dönmez y Bažant y pretende servir como una respuesta técnica revisada por pares a algunos de los problemas planteados en ese artículo. Los dos autores de este artículo estuvieron profundamente involucrados en la introducción de las ecuaciones de cortante unidireccional basadas en la MCFT en el Código Modelo 2010 [8], que son similares a las utilizadas en Canadá [9] y Australia [10] para el diseño por cortante de todos los puentes y edificaciones de hormigón armado, así como en Estados Unidos para el diseño de puentes [11]. Tras leer el artículo de Dönmez y Bažant, los autores se sintieron decepcionados al enterarse de que los métodos que respaldan fueron declarados solo “supuestamente lógicos”, entre otros nombres. Es posible que los lectores de ese artículo se distraigan con estas críticas no técnicas, y este artículo intentará proporcionar perspectiva a algunos de los problemas planteados. Es importante destacar que este artículo no cuestiona la existencia del efecto tamaño en el cortante para elementos esbeltos, sino cómo modelarlo y explicarlo de la mejor forma.

El Dr. Bažant *et al.* están, con razón, orgullosos del trabajo pionero que llevaron a cabo al reconocer la importancia de los métodos energéticos tanto en materiales frágiles, donde la mecánica de fractura elástica y lineal (LEFM) predomina, como en lo que ellos llaman materiales cuasi-frágiles (donde el comportamiento cambia de plástico a LEFM a medida que aumenta el tamaño del elemento). De hecho, la contribución de la mecánica de fractura ha sido valiosa para comprender el comportamiento clave de materiales como el vidrio, cerámicas, hielo marino y, bajo ciertas condiciones de carga, el hormigón.

Lo interesante es que el artículo de Dönmez y Bažant se fundamenta completamente en que los métodos energéticos son aquellos que rigen el comportamiento en rotura de no sólo los materiales no reforzados mencionados, sino también de materiales reforzados como el hormigón estructural. Esta premisa no declarada en su artículo se presenta sin justificación técnica y puede o no ser coherente con el comportamiento experimental observado. Si se demostrara que esta premisa es cierta, entonces su crítica sería más contundente, pero, como se mostrará a continuación, hay buenas razones para cuestionar esta afirmación sobre la resistencia al cortante de elementos sin estribos.

Los métodos de análisis estructural se pueden dividir en varias categorías, pero una dicotomía importante es entre métodos de resistencia de materiales y métodos energéticos.

Los primeros se basan en conceptos conocidos de equilibrio, compatibilidad y relaciones tensión-deformación. Se caracterizan por el concepto básico de estática, donde, para cualquier estado dado de un experimento, sería posible detenerse y observar el sistema de fuerzas en equilibrio mutuo que sostiene el elemento. Estos métodos son tan fundamentales para la ingeniería estructural que a veces los profesionales olvidan que existe otra clase de métodos generalmente llamados métodos energéticos. Estos métodos son necesarios cuando la estática por sí sola no es suficiente. Considere la rotura de una barra de vidrio a flexión: una vez que se forma una grieta inicial minúscula, parte del vidrio cerca de la grieta mostrará una disminución de tensión y, por lo tanto, una reducción en la energía de deformación. Esta liberación de energía debe ir a algún lugar y a veces puede inducir efectos que son más importantes para el comportamiento que el estado original de tensión y deformación. En general, los métodos energéticos son importantes cuando se requiere algún tipo de efecto inercial para alcanzar, al menos temporalmente, un equilibrio dinámico en lugar de un equilibrio estático, al menos localmente cerca de una grieta. La región en la que se requiere el equilibrio dinámico podría ser todo el espécimen, o podría ser solo una pequeña parte de éste, pero en todos los casos controlados de esta forma, no es experimentalmente posible “detener el reloj” y observar el estado de equilibrio del espécimen: parte de él se está moviendo, aunque sea imperceptiblemente. Si este movimiento es local, como el debido a fisuras de flexión en un elemento lo suficientemente reforzado, los pequeños movimientos se amortiguarán hacia un nuevo estado estático. Si el movimiento es más global, en el sentido de que puede llevar a un mecanismo de fallo, entonces en el momento crítico el espécimen se mueve hacia el colapso y se puede decir que el método energético controla la resistencia general. Es este último caso el que Dönmez y Bažant afirman que se aplica a la resistencia al cortante de elementos sin estribos.

No se discute que los métodos energéticos sean importantes, incluso cruciales para entender y explicar el comportamiento del hormigón. Es por eso por lo que una fisura por flexión en hormigón armado parecerá tener una longitud significativa que se forma de una vez, mientras que un análisis manual sugeriría que solo debería crecer lentamente. Como se describe en el trabajo de Dönmez y Bažant, los fallos en forma de cono en anclajes postinstalados en hormigón son similares y están controlados y codificados por métodos energéticos. La demostración más vívida de fallos energéticos proviene de ensayos experimentales en elementos con modos de fallo frágiles, donde la energía de deformación en la propia máquina de ensayos puede transferirse al espécimen después de que la carga comience a descender. Esto puede resultar en fallos muy agresivos, incluso peligrosos, si los ensayos no se preparan adecuadamente en el laboratorio. Sin embargo, lo que se discute ahora es que los fallos por cortante en elementos sin estribos son críticos debido a un balance interno de energía, es decir, sin rebote de la máquina de ensayos, donde una parte del elemento se destensa en el momento del fallo y provoca un fallo completo por cortante mediante un proceso de retroalimentación positiva.

Para que un modo de fallo energético controle el colapso, es necesario que varios elementos estén presentes.

En primer lugar (a), el material debe tener energía de deformación elástica recuperable. Sin esto, no hay necesidad de que haya un balance de energía, ya que no se liberaría energía al descargar. En segundo lugar (b), la relación tensión-deformación del material debe ser de “ablandamiento” (“softening”), mostrando una disminución en la tensión o carga a medida que se aumenta la deformación. Sin esta disminución en la tensión, nuevamente no habría liberación de energía de deformación y nuevamente no se mantendría ningún balance de energía. En tercer lugar (c), debe existir la capacidad de que las deformaciones se localicen (p. ej., en una fisura en tracción) si se prevé un mecanismo completo de fallo (colapso). Observe que los elementos (a, b) se refieren a las tensiones, mientras que el elemento (c) trata sobre las deformaciones.

Obsérvese que, para materiales como el hormigón sin refuerzo en tracción directa, los elementos 1 a 3 mencionados anteriormente son ciertos. Para la barra de vidrio en flexión, igualmente, los tres elementos son ciertos. En el caso de los anclajes postinstalados, los tres elementos también son ciertos, aunque el patrón de deformación aquí sería de modo mixto en lugar de un comportamiento puramente de Modo I según el lenguaje de la mecánica de fractura. Sin embargo, para las fisuras de flexión en hormigón armado, solo los elementos a y b son ciertos, ya que la inclusión de armado mínimo de flexión suprime la capacidad de que la localización domine el comportamiento. Las fisuras por flexión en una viga bien diseñada son, por lo tanto, un proceso de fractura algo limitado donde una vez que se forma una fisura, ésta se ensanchará y alargará sujeta a un balance energético, pero en última instancia, la armadura y la adherencia están ahí para absorber la energía resultante de la fisuración y evitar el colapso.

Los ejemplos anteriores, que ciertamente están regidos por métodos energéticos, no son el tema de este artículo. Más bien, el tema central es abordar una pregunta concreta planteada por Dönmez y Bažant: “¿Por qué deberían el hormigón, y el cortante en vigas, ser tan únicos?” Es decir, ¿por qué la discusión anterior no debería aplicar al cortante cuando, como todos coinciden, sí aplica a otros modos de fallo? Como se desarrollará más abajo, los métodos de balance energético en efecto se aplican a fallos por cortante, por supuesto, pero solo si se tienen en cuenta todas las fuentes y sumideros significativos de energía en el análisis. En particular, si un analista subestima significativamente la contribución energética de las tensiones de engranamiento de áridos a través de las fisuras, los cálculos de balance de energía pueden contener errores significativos y pueden confundir al ingeniero. Como se observa en las mediciones del movimiento de las fisuras en elementos esbeltos sin estribos que fallan a cortante [12], hay un deslizamiento significativo en la fisura crítica de cortante antes del fallo y esto absorberá energía. También muestran que, para la mayoría de los elementos armados, específicamente aquellos donde la fisura crítica de cortante es curva, la mayor parte del cortante se transfiere a través de la fisura antes del fallo mediante el engranamiento de áridos. Para elementos esbeltos sin estribos que fallan a cortante, tanto la teoría de la fisura crítica de cortante (CSCT) como la teoría modificada del campo de compresiones (MCFT) coinciden en que la resistencia a cortante está gobernada por la capacidad de

transferir fuerzas de cortante a través de una fisura crítica de cortante. La capacidad para transferir esfuerzos a través de esta fisura está en gran parte gobernada por el engranamiento de áridos y, por tanto, el desglose de este mecanismo puede ser utilizado para predecir la resistencia a cortante y el efecto tamaño. Esto significa que estos métodos adoptan un enfoque de resistencia de materiales para el fallo por cortante en lugar de un método energético. A juzgar por los resultados de su artículo, parece probable que Dönmez y Bažant hayan utilizado un modelo numérico que no tiene en cuenta adecuadamente el engranamiento de los áridos, por lo que se justifica un debate al respecto.

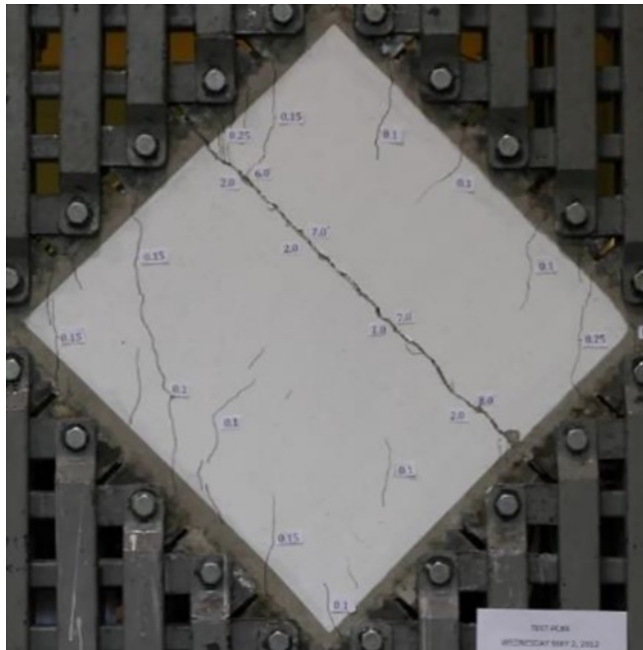
## 2.

### ENGRANAMIENTO DE LOS ÁRIDOS EN VIGAS DE HORMIGÓN ARMADO SIN ESTRIBOS

Cuando los elementos de hormigón armado sin estribos fallan por cortante, lo hacen deslizándose a lo largo de una fisura crítica de cortante [12]. A veces estas fisuras se forman justo antes del fallo y deslizan de inmediato, pero en otras ocasiones, el fallo ocurre a lo largo de una fisura existente que se ha vuelto demasiado ancha como para resistir los esfuerzos de cortante impuestos sobre ella. Con fisuras más anchas, que tienen una capacidad prevista de engranamiento de áridos más baja [13,14], este mecanismo de resistencia de materiales también proporciona una explicación para el efecto tamaño en el cortante.

Calvi *et al.* [15] llevaron a cabo una serie de ensayos en paneles para demostrar la influencia del engranamiento de áridos, y sus observaciones son relevantes aquí. En estos ensayos, se fisuró un panel de hormigón armado de 890 × 890 × 70 mm por tracción pura y después se permitió que la fisura se cerrara elásticamente mientras se retiraba lentamente la carga de tracción. La fisura resultante se puede observar en la figura 1 como una línea relativamente recta, pero la no rectitud de la fisura significa que no son exclusivamente las partículas gruesas de árido las que contribuirán a la resistencia del “engranamiento de áridos”. Nótese que las barras que atraviesan la fisura estaban desadheridas mediante tubos de plástico para que pudieran resistir esfuerzos axiales pero no esfuerzos de corte (pasador). Luego, las muestras se cargaron en cortante puro con el fallo esperado y observado a lo largo de la fisura preexistente. La figura 1 muestra uno de los especímenes típicos y representativos, PC4, bajo una tensión tangencial en la fisura de 3.0 MPa. Con esta carga, el ancho promedio de la fisura fue de 1.74 mm y el deslizamiento de la fisura paralelo a la misma fue de 5.73 mm. La resistencia del hormigón fue de 38 MPa y el tamaño máximo especificado del árido grueso fue de 14 mm. Es importante destacar que en las condiciones mostradas en la figura 1, la superficie de la fisura sola está resistiendo todo el cortante en este ensayo, una fuerza total de 187 kN o una fuerza suficiente para resistir una carga gravitatoria de 19 t: no es insignificante. Esto a pesar de que la fisura tiene un ancho de 1.74 mm, un tamaño claramente no asociado a tensiones cohesivas por puentes de fisura en tracción directa significativas. Para alcanzar esta tensión tangencial la fisura necesitaba un deslizamiento significativo y tenía que empujar hacia arriba y por encima de las partículas de árido

a lo largo de la fisura [13,14]. La tracción que esto generó en el acero desadherido resultó en una tensión de compresión en la fisura de aproximadamente 5.0 MPa. Este ensayo no solo muestra la complejidad asociada al engranamiento de áridos, sino también que se pueden transmitir fuerzas y tensiones no triviales a través de fisuras mucho más anchas de lo que sería aceptable desde una perspectiva de servicio.



LS6  
 $v_{cr} = 3.00 \text{ MPa}$   
 $s = 5.73 \text{ mm}$

Figura 1. Ensayo de engranamiento de áridos.

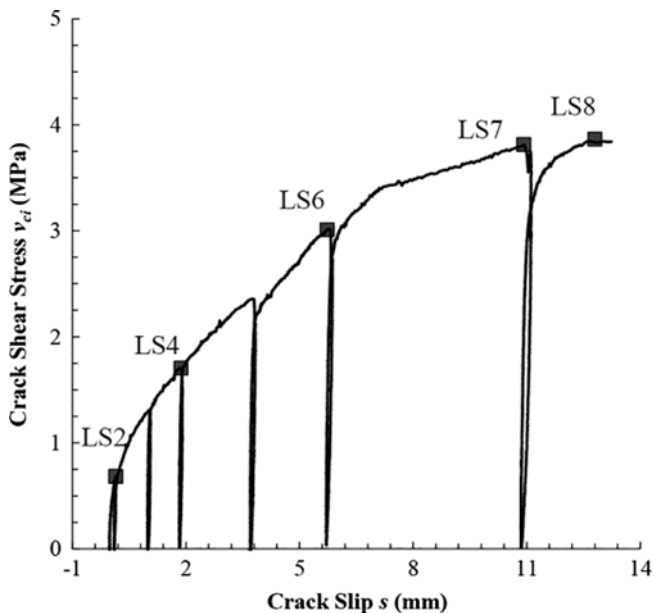


Figura 2. Tensión de corte versus deslizamiento de la fisura.

La figura 2 muestra la relación entre la tensión de corte aplicada y el deslizamiento de la fisura medida para este mismo espécimen. Obsérvense dos cosas. En primer lugar, la forma de la curva de descarga en el gráfico de tensión de corte versus deslizamiento de la fisura muestra una respuesta razona-

blemente rígida. Es decir, a medida que se redujo la tensión de corte en el espécimen, las fisuras no recuperaron el deslizamiento, simplemente dejaron de estar tensionadas; hubo poca recuperación elástica a lo largo de la propia fisura. En segundo lugar, el gráfico no muestra un comportamiento de ablandamiento del material (“softening”), sino más bien de endurecimiento. Es decir, a medida que aumenta el deslizamiento en este ensayo tipo, también aumenta la resistencia a cortante. Como se mencionó anteriormente, ninguna de estas observaciones es consistente con los métodos energéticos que rigen el comportamiento de fallo, aunque aún queda por ver si este tipo de experimento es apropiado para vigas unidireccionales sometidas a cortante en lugar de paneles como los ensayados.

### 3. MODELIZACIÓN POR ELEMENTOS FINITOS DE UNA VIGA DE GRANDES DIMENSIONES

Si bien los modelos de elementos finitos (FE) no pueden reemplazar el conocimiento obtenido de ensayos cuidadosamente diseñados y bien realizados, el uso de modelos de elementos finitos adecuadamente calibrados y verificados puede ser esclarecedor sobre partes de un ensayo que pueden ser difíciles de medir. Dicho enfoque fue tomado por Dönmez y Bažant para justificar ciertos hallazgos en sus críticas a la CSCT. Sin embargo, la reproducción de la carga de fallo por sí sola no es suficiente para verificar el rendimiento de un modelo o para obtener información fiable sobre el comportamiento de un elemento. Más bien, se necesita una comparación con múltiples datos observados y medidos antes de considerar como fiables los resultados de respuestas no medidas. Idealmente, estas deberían ser demostradas experimentalmente para confirmar formalmente las predicciones del modelo. Dönmez y Bažant analizaron varias vigas que fallaron por cortante para llegar a ciertas conclusiones; una de las vigas parece ser la muestra BN100 de Collins y Kuchma [16], con más detalles del ensayo disponibles en Podgorniak-Stanik [17]. Esta viga se analiza más a fondo en este artículo.

Para determinar si los resultados en las figuras 1 y 2 son representativos de vigas, se realizó un análisis mediante el método de elementos finitos (MEF) en la viga BN100 utilizando el modelo de fractura-plástico de Cervenka y Papanikolaou [18], que está incluido como uno de los modelos de materiales disponibles en el paquete de software comercial ATENA [19]. Se observa que la formulación del modelo MEF no solo es coherente con métodos energéticos, sino que también incluye la importante influencia del engranamiento de áridos, como se muestra experimentalmente en la figura 2, y la relación adherencia-deslizamiento entre la armadura y el hormigón. Para asegurar que la energía de fractura se libere de manera mecánicamente consistente, la formulación constitutiva adopta una banda de fractura con dimensiones consistentes con las observaciones del ensayo. Durante las últimas tres décadas, se ha investigado mucho sobre la fractura del hormigón y este campo ha avanzado considerablemente. Un ejemplo de esto es el desarrollo del modelo de banda de fisura (“crack-band model”). En este enfoque, desarrollado en Bažant [20] y Bažant y Oh [21], el área del proceso de fractura se consi-

dera como una “banda de fisura difusa” y está “justificada por la naturaleza aleatoria de la microestructura”. Estos artículos concluyen que el ancho óptimo de la banda de fisura debe ser del orden de tres a cinco veces el tamaño de las partículas de árido más grandes ( $d_g$ ), siendo  $3d_g$  “el mínimo aceptable para un modelado continuo homogéneo” [21]. Donde se utilicen tamaños de malla más pequeños que la dimensión óptima de la banda de fisura, se necesitará un procedimiento no local [22,23]. Aquí se adopta un procedimiento de promediado no local, como la separación de la deformación elástica local y la deformación de fisuración no local (o plástica) sobre una región de influencia definida [24]. Foster *et al.* [25] demostraron que dicho procedimiento funcionó correctamente en la modelización de vigas pretensadas de hormigón de ultra alta resistencia que fallaban por cortante. Nótese que en los análisis realizados por Dönmez y Bazant, el tamaño de malla de 12.5 mm es solo ligeramente mayor que el tamaño de 10 mm de las partículas de árido más grandes. No está claro cómo se modeló la zona de proceso de fractura.

En este estudio, una mitad de la viga BN100 se modeló en dos dimensiones, como se muestra en las figuras 4-7. La viga tenía 1,000 mm de canto, 300 mm de ancho, una luz de 5.4 m y una longitud total de 6.0 m [16]. Se consideraron dos geometrías de malla utilizando el enfoque de banda de fisura, la primera con un tamaño de rejilla nominal de 30 mm ( $3d_g$ ) (tamaño real de 30.0 mm de ancho por 29.4 mm de alto) y la segunda con 50 mm ( $5d_g$ ). Se utilizó la capacidad de generación automática de ATENA para crear la malla. La resistencia media a compresión del hormigón en probeta cilíndrica se tomó como  $f_{cm} = 37,2$  MPa, según se midió en la prueba. La resistencia a tracción se tomó como  $f_{ct} = 0.33\sqrt{f_{cm}} = 2.01$  MPa, permitiendo tensiones residuales debido a la retracción restringida, se asumió una energía de fractura de  $G_f = 60$  N/m y el módulo elástico del hormigón se tomó como  $E_{cm} = 28.9$  GPa, según las recomendaciones de AS 3600-2018 [24]. La armadura de acero se modeló con elementos “truss” de un área  $A_s = 2100$  mm<sup>2</sup> y límite elástico de  $f_y = 550$  MPa. La adherencia entre la armadura de acero y el hormigón se modeló utilizando el modelo del FIB Código Modelo 2010 con un perímetro de 283 mm. El modelo de adherencia se desactivó en la línea central para garantizar continuidad a través del límite. En este análisis se siguieron las recomendaciones de este artículo sin ajustes de curvas, excepto las propiedades de los materiales descritos anteriormente; la carga de rotura resultó ser sensible a la energía de fractura supuesta.

Se utilizó un modelo de fisura fija para ambas configuraciones de malla. En los análisis, primero se aplicó el peso propio de la viga como una carga gravitatoria, con una densidad del hormigón de 2,350 kg/m<sup>3</sup> y del acero de 8,000 kg/m<sup>3</sup>. Esto equivale a una carga sobre toda la viga de 41.7 kN (dando la reacción de cada apoyo 20.9 kN). Después, la carga puntual central se aumentó progresivamente hasta el fallo. La solución siguió un procedimiento “arc-length” consistentemente linealizado con tolerancias del 0.1% en la regla de desplazamiento y del 0.001% en el error de energía, hasta un límite de 160 iteraciones.

Los resultados de carga versus desplazamiento se muestran en la figura 3, junto con los resultados experimentales corregidos por el asentamiento del apoyo; las cargas y deformaciones graficadas representan la carga puntual y las deformaciones después del peso propio para toda la viga. Se obser-

va una correlación razonable entre los análisis de elementos finitos y los resultados del ensayo, aunque la carga de fisuración predicha es mayor que la observada. Las cargas aplicadas máximas predichas por el modelo de fisura fija son 365 y 322 kN para las mallas de 30 y 50 mm, respectivamente. El ensayo falló con una carga puntual aplicada de 370 kN. Esto significa que el cortante aplicado por la carga puntual fue de 185 kN, mientras que la fuerza de reacción en el apoyo fue de 206 kN, incluido el peso propio. Collins y Kuchma [16] presentaron la resistencia a cortante como 192 kN utilizando el peso propio en la sección crítica para el cortante, tomada a una distancia de una vez el canto útil de la viga medida desde la cara de la placa de carga.

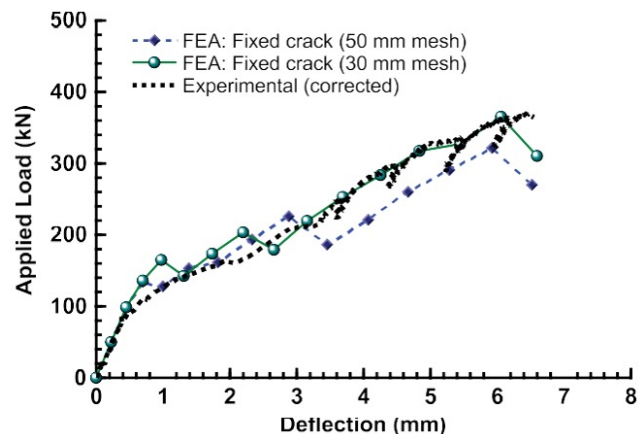


Figura 3. Carga versus desplazamiento en el centro de vano para la viga BN100 (datos experimentales corregidos en función del asentamiento de los apoyos).

En la figura 4 se representan las curvas de tensiones de compresión principales para la carga máxima predicha; las curvas muestran una acción típica de viga unidireccional, sin que se produzca una biela directa entre el punto de carga y el apoyo. Esto no es sorprendente dada la esbeltez de cortante de 2.92. Este resultado difiere de los resultados del análisis de Dönmez y Bazant, pero es consistente con las observaciones del ensayo; si se produjera una biela directa significativa, sería evidente a través de la alineación de las fisuras que demuestran esta biela (véase, por ejemplo, los ensayos de vigas de gran canto de Foster y Gilbert [26], o los ensayos más largos de Mihaylov *et al.* [27]). También se representan en la figura 4 las tensiones en la armadura longitudinal con un máximo de 256 MPa; la deformación medida en la armadura en el ensayo fue de 1,211 microdeformaciones, lo que corresponde a una tensión de 240 MPa. La figura 5 muestra las deformaciones principales de tracción en el pico y poco después, mostrando claramente las ubicaciones predichas de las fisuras y el modo de fallo por cortante.

La figura 6 compara los anchos de fisura predichos por el modelo de elementos finitos en la carga máxima para la malla de 30 mm con las observaciones experimentales de ancho de fisura tomadas al 96% de la carga máxima y los patrones de fisuración observados después del fallo. Se observa que los anchos de fisura son razonablemente uniformes a lo largo de la mayor parte de la fisura de cortante; los anchos máximos de fisura encontrados en los análisis de 0.32 y 0.60 mm para tamaños de elementos de 30 y 50 mm, respectivamente, se

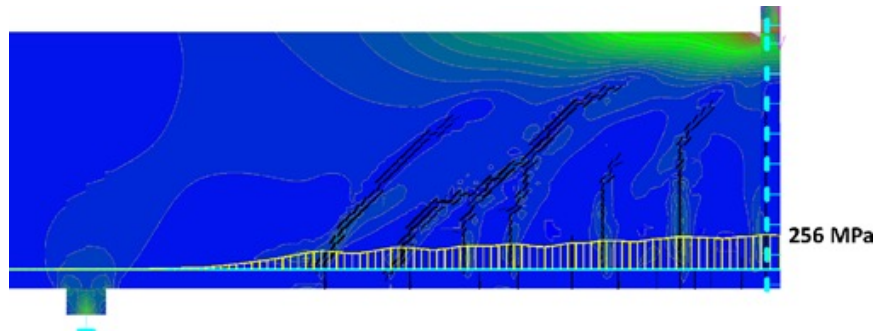


Figura 4. Tensiones principales de compresión en la carga máxima y tensión en la armadura de acero (malla de 30 mm).

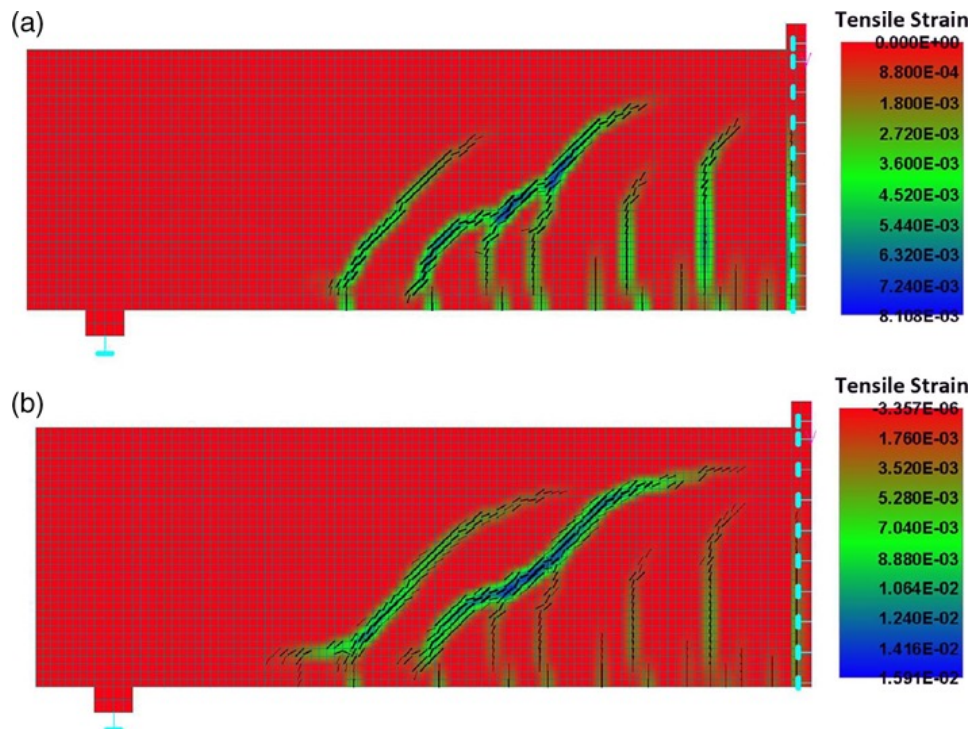


Figura 5. Deformaciones principales de tracción en (a) la carga máxima y (b) el primer paso después de la carga máxima (malla de 30 mm).

comparan favorablemente con las mediciones del ensayo de 0.30 mm. Es importante señalar que Dönmez y Bazant informaron de que su modelo microplanar M7 predijo un ancho de fisura promedio de 1.86 mm, seis veces mayor que el medido en el ensayo.

La base del MCFT, cuando se aplica a elementos sin armadura de cortante, y el CSCT más reciente, es que el cortante se transfiere a través de las fisuras a lo largo del canto del espécimen de acuerdo con las leyes constitutivas que definen la máxima tensión de cortante que puede transferirse a través de una fisura. Tales leyes constitutivas reflejan observaciones de investigaciones de laboratorio detalladas [13-15] donde se muestra que la capacidad de transferencia de cortante es una función de la abertura de fisura. Estos modelos se han incluido con éxito en enfoques de elementos finitos para el análisis de cortante en vigas unidireccionales, como los de Vecchio [28], Dabbagh y Foster [29], y Cervenka y Papanikolaou [18]. Como se requiere por la compatibilidad, donde la armadura longitudinal no plastifica y el deslizamiento en-

tre el hormigón y la armadura de flexión no es significativo, la separación de las caras de la fisura será vertical [30] –con el deslizamiento incluido, esto se convierte en aproximadamente vertical–. Para una separación vertical de las caras de la fisura, es decir, un pequeño aumento en el canto del elemento pero sin cambio en la longitud del mismo, debe ocurrir un deslizamiento relativo entre las caras de la fisura y, si la superficie no es lisa, se produce fricción por el engranamiento entre partículas de árido opuestas (conocido como engranamiento de áridos). Esto se demuestra y cuantifica en experimentos detallados como los de Cavagnis *et al.* [10] y como se describe anteriormente. En el análisis que se está llevando a cabo aquí, el esfuerzo cortante en la carga máxima a lo largo de la fisura crítica de cortante se representa en la figura 7 para la malla de 30 mm con fisura fija. Se observa que la tensión de cortante debido al engranamiento de áridos ocurre a lo largo de la parte diagonal de la trayectoria de la fisura, incluso para este elemento con relativamente gran canto, con un máximo de 1.9 MPa y un promedio de alrededor de 0.8 MPa. Es im-

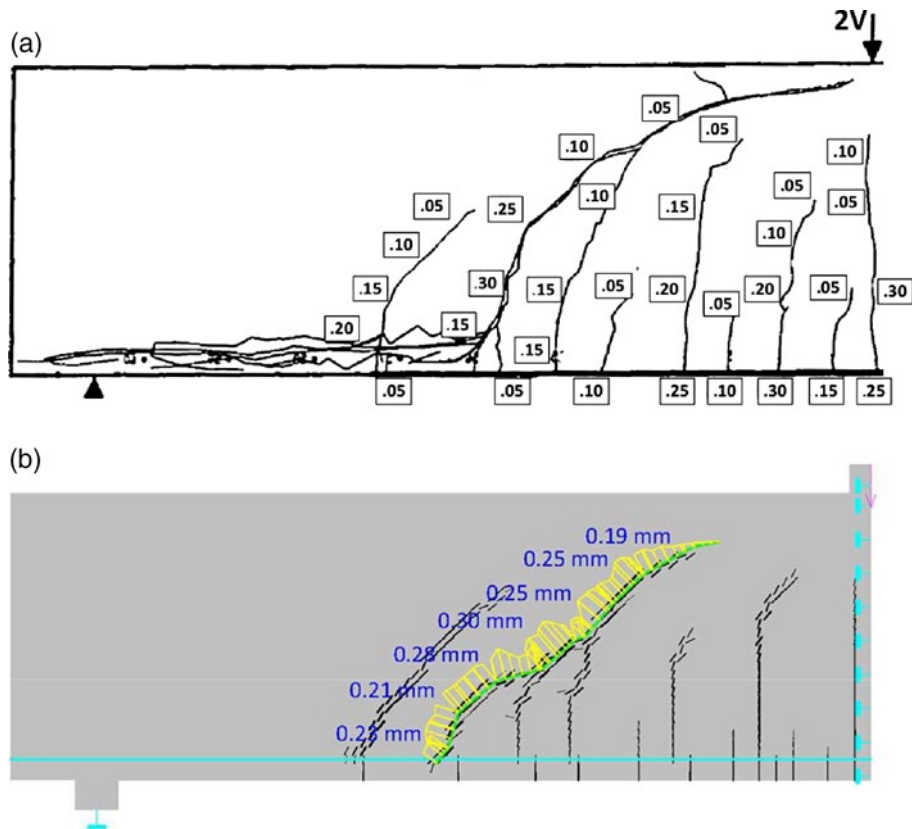


Figura 6. Ancho de la fisura crítica de cortante cerca de la carga máxima (mm): (a) ensayo (ancho de fisuras al 96% de la carga máxima, diagrama de fisuras después del fallo) (b) MEF en la carga máxima (malla de 30 mm).

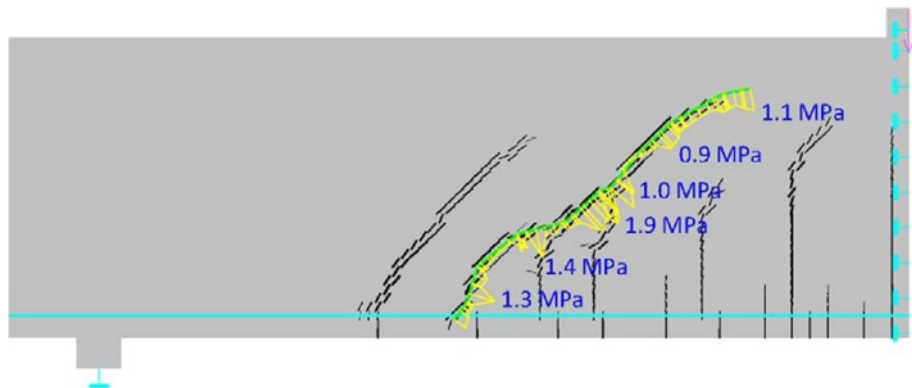


Figura 7. Tensión de cortante predicha a lo largo de la fisura crítica de cortante en la carga máxima (malla de 30 mm).

portante señalar que las suposiciones detrás de la formulación del Código Modelo 2010 sugieren que este esfuerzo debería ser  $V_{u,ct}/bwz = 0.77$  MPa, por lo que es una buena correspondencia. La uniformidad relativa y el valor promedio del engranamiento de áridos predicho por este modelo no concuerdan con los obtenidos por Dönmez y Bažant [4]; es evidente que los resultados discordantes provienen de suposiciones de modelado diferentes y que se debe tener cuidado al usar el modelado por elementos finitos al complementar las observaciones experimentales, ya que puede llevar a conclusiones engañosas o poco confiables. Esto destaca algunos de los peligros conocidos de sobreajustar modelos numéricos, como se ha demostrado en varias competencias internacionales de predicción [31-33].

#### 4. CONSECUENCIAS DE SUBESTIMAR EL ENGRANAMIENTO DE LOS ÁRIDOS

Los resultados del análisis por elementos finitos en las figuras 3-7 muestran que se pueden obtener buenos resultados de modelado con modelos que cumplen con la energía y que tienen en cuenta adecuadamente el engranamiento de los áridos. Esto confirma que el tipo de elemento en la figura 1 se puede utilizar para comprender la resistencia al cortante de vigas sin estribos. El texto de Dönmez y Bažant sugiere que ellos creen que el engranamiento de áridos solo (quizás principalmente) puede ser llevado por la componente vectorial paralela a la fisura de las tensiones cohesivas de tracción directas que

atravesan la fisura tras la fisuración. Considérese el modelo mental de la [figura 8](#) que muestra dos piezas de “engranaje” de juguete que podrían juntarse en la dirección de las flechas. Una vez que están en contacto, habría la posibilidad de realizar grandes esfuerzos cortantes paralelos a las piezas sin ningún esfuerzo de tracción directa perpendicular a las piezas. Una vez enganchadas y transmitiendo cortante, la fricción podría permitir resistir un esfuerzo de tracción directa, pero en principio, el ancho y las direcciones de deslizamiento son independientes y pueden involucrar tensiones de manera independiente a través de las combinaciones particulares de ancho de fisura y deslizamiento que ocurren. Reconózcase que el modelo constitutivo utilizado para generar las [figuras 3-7](#) no permitía una tracción directa significativa a través de las fisuras, pero predecía una tensión de engranamiento de áridos significativa. Si las tensiones de engranamiento de áridos se toman solo como componentes de una tensión de tracción directa residual, como parece que asumieron Dönmez y Bažant, se pueden obtener conclusiones poco realistas, como un ancho de fisura promedio predicho que es seis veces demasiado alto y una resistencia al cortante gobernada por una biela diagonal. Esto a pesar de que el modelo había sido calibrado explícitamente para coincidir con el experimento.

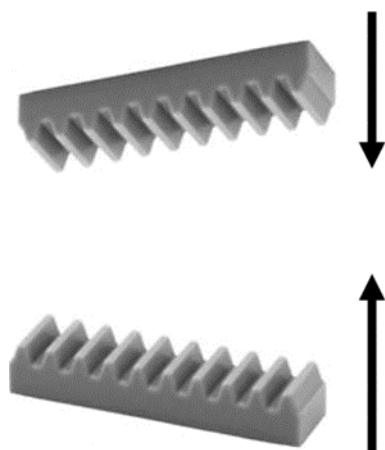


Figura 8. Modelo de la superficie de la fisura.

Recuérdese el conjunto de tres criterios que se mencionaron con respecto a cuándo se esperaría que gobierne un modelo energético global: (a) rigidez durante la descarga, (b) ablandamiento (“softening”) de la deformación y (c) capacidad de localización. Para el primer punto, mientras que el hormigón en compresión y tracción y la armadura tienen claramente rigidez durante la descarga, la fisura crítica de cortante, que lleva la mayoría de la fuerza de cortante, tiene una rigidez durante la descarga relativamente alta. Esto sugeriría que, si la carga disminuye por cualquier motivo, las fisuras tenderían a “bloquearse” y liberar algo de energía, pero menos de lo que podría predecir un modelo numérico mal ajustado. En segundo lugar, para estar regido por métodos energéticos, el comportamiento del material debe mostrar un efecto de ablandamiento de la deformación (o del desplazamiento) donde hay una reducción en la tensión a medida que aumentan las deformaciones. Esto es lo contrario de lo que se muestra en la [figura 2](#), donde un aumento en el deslizamiento se asoció con un aumento de la tensión de engranamiento

de áridos. Finalmente, la condición adicional (c), que la localización de las deformaciones de deslizamiento sea posible, tampoco es cierta para elementos esbeltos sin estribos que fallan a cortante. Desde la cinemática de los fallos por cortante, el deslizamiento debe ocurrir simultáneamente a lo largo de toda la parte diagonal de la fisura para que ocurra el fallo (es decir, el fallo no está localizado solo en una pequeña longitud). A diferencia de lo que ocurre en un elemento de tensión axial fisurado, donde la localización significa que solo una de las muchas fisuras se abre ampliamente, la localización en el cortante implica que en un lugar de la superficie de la fisura crítica, por ejemplo, a mitad del canto, se produciría un gran deslizamiento de fisura mientras que en otra parte de la misma superficie de fisura, por ejemplo, a unos 50 mm de distancia, se produciría un deslizamiento significativamente menor. Dado que la compatibilidad del hormigón junto a la fisura requiere que la mayor parte de la superficie de la fisura se deslice en conjunto, las deformaciones por deslizamiento de la fisura no se localizan globalmente hasta que se excede la capacidad de la porción diagonal de la fisura crítica de cortante tomada en su conjunto. En este punto, se produce la localización y, a falta de un camino alternativo de carga más fuerte, también se produce el fallo.

En general, se puede esperar, y se confirma mediante los análisis por elementos finitos, que las tensiones de engranamiento de áridos, como las mostradas en la [figura 2](#), pueden integrarse a lo largo de toda la superficie de la fisura para obtener una estimación de la fuerza de cortante transmitida a través de la fisura. El deslizamiento de la fisura necesario para lograr esta tensión no puede localizarse, y la tensión que se integra aumenta a medida que aumenta el deslizamiento. Estas son condiciones que pueden ser modeladas adecuadamente mediante un enfoque de resistencia de materiales en lugar de requerir un método energético. Es por esto por lo que las ecuaciones de resistencia a cortante del fib Código Modelo 2010 [7] se basaron en un enfoque de resistencia de materiales en lugar de un método energético como la mecánica de fractura. Para demostrar que, de hecho, los principios de la mecánica de fractura gobiernan el fallo a cortante de elementos sin estribos, será necesario primero demostrar por qué las tres restricciones anteriores no gobiernan el cortante de la manera en que parecen hacerlo experimentalmente.

## 5. OBSERVACIONES FINALES

En general, este artículo demostró que la manera en que los elementos esbeltos sin estribos fallan a cortante, incluyendo el efecto tamaño, puede ser modelada mediante un enfoque basado en la resistencia de materiales; si se va a utilizar una ley de efecto tamaño energética, entonces toda la energía debe contabilizarse apropiadamente, incluida la modelización realista de la energía debida al deslizamiento relativo de las caras de la fisura (es decir, el engranamiento de áridos). Los modelos numéricos utilizados en el artículo de Dönmez y Bažant predicen un comportamiento contrario al observado y, por lo tanto, no pueden considerarse como pruebas confiables para contradecir la conclusión de que se puede emplear un enfoque basado en la resistencia de materiales.



Desde la perspectiva de los ingenieros practicantes, la verdadera pregunta que debe responderse es cómo de precisas son las predicciones de comportamiento del Código Modelo para, por ejemplo, el cortante unidireccional. Aunque en este documento no se realizó ningún ajuste especial de curvas con los análisis, los modelos de elementos finitos pueden ser calibrados y ajustados a los resultados de ensayos una vez que estos se han llevado a cabo. Dado que los ingenieros no tienen el lujo de conocer el resultado experimental antes de diseñar un elemento, este tipo de calibración es irrealista en la práctica. Una prueba más justa consiste en realizar una predicción a ciegas del comportamiento antes del experimento, como la demostración más desafiante de la calidad de un método de análisis.

En 2015, en la Universidad de Toronto, Collins *et al.* [31] llevaron a cabo un ensayo de cortante en un espécimen de 4.0 metros de canto, de significativamente más canto que cualquier ensayo anterior. Antes del ensayo, se realizó un concurso de predicción con 66 participantes de todo el mundo y sin aceptar predicciones una vez iniciada la carga. La predicción del Código Modelo 2010 dio una estimación de la carga en la máquina en el momento del fallo que estuvo dentro del 3% del valor del ensayo, siendo una de las mejores de cualquier código de la práctica. Esta predicción se hizo utilizando ecuaciones del MCFT que se finalizaron en 2012 y, por lo tanto, fueron predicciones reales para un ensayo de 2015. Esta excelente predicción sugiere que el enfoque utilizado en el desarrollo del Código Modelo 2010 fue apropiado y no representa una preocupación en términos de seguridad. Además, indica que las ecuaciones de cortante del Código Modelo 2010 son suficientes para evaluar la resistencia a cortante de estructuras existentes.

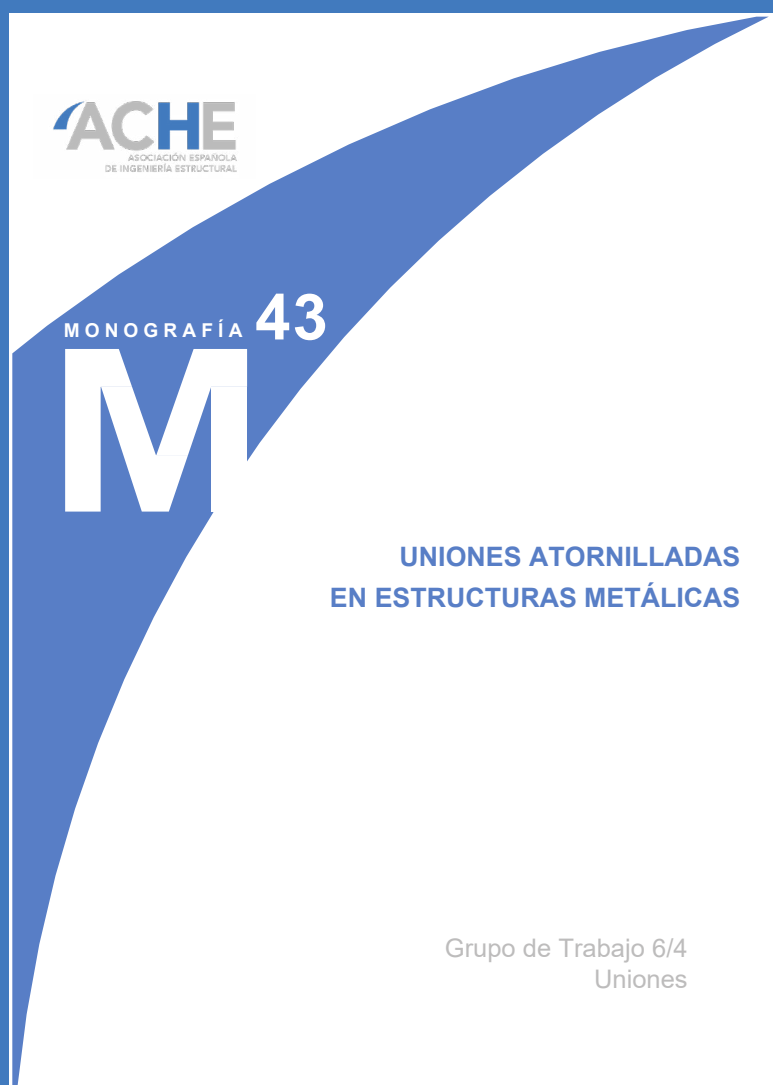
## Referencias

- [1] Ritter W. Die bauweise hennebique. Schweizerische Bauzeitung. 1899;33(7):59–61.
- [2] Mörsch E. Concrete-steel construction. New York, NY: Engineering News Publishing Co, 1909 & McGraw-Hill Book Company, New York, 368pp translated from 3rd (1908) German edition. German publication of first edition (1902).
- [3] ACI-ASCE Committee 326. Shear and diagonal tension. ACI Journal, Proceedings. 1962;59:1–30, 277–334 and 352–396 and discussion and closure, pp. 1323–1349.
- [4] Dönmez A, and Bažant ZP. Critique of critical shear crack theory for fib Model Code articles on shear strength and size effect of reinforced concrete beams. Struct Concr. 2019
- [5] Muttoni A, Fernández Ruiz M. Shear strength of members without transverse reinforcement as function of critical shear crack width. ACI Struct J. 2008;105(2):163–172.
- [6] Vecchio FJ, Collins MP. The modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear. ACI J, Proc. 1986;83(2):219–231.
- [7] fib Model Code 2010. fib Model Code for concrete structures 2010. Geneva: Ernst & Sohn, 2013.
- [8] Sigrist V, Bentz E, Fernández Ruiz M, Foster S, Muttoni A. Background to the model code 2010 shear provisions – Part I: Beams and slabs. Struct Concr. 2013;14(3):195–203.
- [9] CSA Committee A23.3. Design of concrete structures. Mississauga, ON: Canadian Standards Association, 2014;p. 290.
- [10] AS 3600–2018. Australian standard concrete structures. Sydney, NSW: Standards Australia, 2018 268 pp.
- [11] AASHTO. LRFD bridge design specifications and commentary. 8th ed. Washington, DC: American Association of State Highway and Transportation Officials, 2017 1675 pp.
- [12] Cavagnis F, Fernández-Ruiz M, Muttoni A. An analysis of the shear-transfer actions in reinforced concrete members without transverse reinforcement based on refined experimental measurements. Struct Concr. 2018;19(1):49–64.
- [13] Walraven JC. Aggregate interlock: A theoretical and experimental analysis. Delft, Netherlands: Delft University, 1980;p. 200.
- [14] Walraven JC. Fundamental analysis of aggregate interlock. J Struc Div. 1981;107(11):2245–2270.
- [15] Calvi PM, Bentz EC, Collins MP. Reversed cyclic experiments on shear stress transfer across cracks in reinforced concrete elements. ACI Struct J. 2016;113(5):851–859.
- [16] Collins MP, Kuchma D. How safe are our large, lightly reinforced concrete beams, slabs, and footings? ACI Struct J. 1999;96(4):482–491.
- [17] Podgorniak-Stanik, B.A., The influence of concrete strength, distribution of longitudinal reinforcement, amount of transverse reinforcement and member size on shear strength of reinforced concrete members [MSc thesis]. Ontario: University of Toronto; 1998, 711 pp.
- [18] Cervenka J, Papanikolaou VK. Three dimensional combined fracture–plastic material model for concrete. Int J Plast. 2008;24 (12):2192–2220.
- [19] ATENA, cervenka consulting, 2019 [cited 2019 Jun 9]. Available from: <https://www.cervenka.cz/products/atena/>.
- [20] Bažant, Z.P., Crack Band model for fracture of geomaterials. Proceedings of the Fourth International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Volume III, 1982, May 31–June 4; Edmonton, Alberta, Canada, pp. 1137–1152.
- [21] Bažant ZP, Oh BH. Crack band theory for fracture of concrete. Mater Struct. 1983;16:155–177.
- [22] Bažant ZP, Jirasek M. Nonlocal integral formulations of plasticity and damage: Survey of Progress. J Eng Mech. 2002;128(11): 1119–1149.
- [23] Bažant ZP, Pijaudier-Cabot G. Nonlocal continuum damage, localization instability and convergence. J Appl Mech. 1988;55: 287–293.
- [24] Chong, K.T., Numerical modelling of time-dependent cracking and deformation of reinforced concrete structure [PhD Thesis]. Australia: The University of New South Wales; 2004, 349 pp.
- [25] Foster SJ, Voo YL, Chong KT. Analysis of steel Fiber reinforced concrete beams failing in shear: Variable engagement model. In: Lowes L, Filippou F, editors. Finite element analysis of reinforced concrete structures. Farmington Hills MI: ACI, 2006.
- [26] Foster SJ, Gilbert RI. Experimental studies on high strength concrete deep beams. ACI Struct J. 1998;V95(4):382–390.
- [27] Mihaylov BI, Bentz EC, Collins MP. Behavior of large deep beams subjected to monotonic and reversed cyclic shear. ACI Struct J. 2010;107(6):726–734.
- [28] Vecchio FJ. Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete membranes. ACI Struct J. 1989;86(1):26–35.
- [29] Dabbagh H, Foster SJ. A smeared – Fixed crack model for FE analysis of RC membranes incorporating aggregate interlock. Adv Struct Eng. 2006;9(1):91–102.
- [30] Nielsen MP. Limit analysis and concrete plasticity. 2nd ed. Boca Raton, FL: CRC Press LLC, 1999;p. 908.
- [31] Collins MP, Bentz E, Quach P, Proestos G. The challenge of predicting the shear strength of very thick slabs. Concr Int. 2015; 37:29–37.
- [32] Collins MP, Vecchio FJ, Mehlhorn G. An international competition to predict the response of reinforced concrete panels. Can J Civ Eng. 1985;12(3):624–644.
- [33] Jaeger T, Marti P. Reinforced concrete slab shear prediction competition: Entries and discussion. ACI Struct J. 2009;106(3):309–318.

# ACHE

## MONOGRAFÍAS

PRÓXIMAMENTE



SECRETARÍA DE ACE  
Tel.: 91 336 66 98  
[www.e-ache.com](http://www.e-ache.com)

# Time-Variation of Shear Forces Affecting the Impact Resistance of Reinforced Concrete Beams

## *Influencia de la variación temporal de la ley de esfuerzos cortantes en a resistencia frente a impacto de vigas de hormigón armado*

Gonzalo S.D. Ulzurrun<sup>a</sup>, Carlos Zanuy<sup>a,\*</sup>

<sup>a</sup> *Department of Continuum Mechanics and Structures, ETS Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid, Spain*

Recibido el 14 de julio de 2022; revisado el 13 de octubre de 2022, aceptado el 18 de noviembre de 2022

### ABSTRACT

One of the most hazardous scenarios for reinforced concrete (RC) members is due to the actuation of impact loads. Such impacts may be either accidental or induced events. Experimental research has demonstrated that the failure mode of RC beams is strongly governed by shear, due either to the formation of a shear plug close to the impact point or to the full development of inclined shear-bending cracks along the shear span. In order to analyze the shear strength under impact conditions, it is essential to understand how the development of inertia forces leads to a time-dependent distribution of shear forces and bending moments which differs significantly to those produced by quasi-static loads. In the paper, an experimentally-based determination of shear forces and follow-up of crack pattern is presented for RC beams tested under impact loads. Sectional forces' distributions are determined experimentally by measuring all the necessary terms involved in the dynamic equilibrium of forces: support reactions, impact force and inertia forces. While dynamic load cells have been employed to capture reactions and impact force, a Digital Image Correlation (DIC) technique supported by a high-speed camera has been used to obtain inertia forces from the accelerations derived from the displacement field in dynamic regime. Thereby, the evolution of shear forces at critical sections can be understood and the ultimate shear strength can be discussed with the help of M-V interaction diagrams..

KEYWORDS: shear strength; impact; experimental analysis; reinforced concrete.

©2024 Hormigón y Acero, the journal of the Spanish Association of Structural Engineering (ACHE). Published by Cinter Divulgación Técnica S.L. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons (CC BY-NC-ND 4.0) License

### RESUMEN

Uno de los escenarios más críticos para los elementos de hormigón armado es el debido a la actuación de cargas de impacto. Tales acciones pueden ocurrir de forma accidental o inducida. La evidencia experimental ha demostrado que el modo de fallo frente a impacto de vigas de HA está fuertemente gobernado por el cortante, bien por la formación de un cono de cortante en la zona del impacto o por el desarrollo completo de fisuras de cortante-flexión a lo largo del vano. Para analizar la resistencia a cortante bajo impacto, es esencial entender cómo la aparición de fuerzas de inercia produce leyes de esfuerzos variables con el tiempo durante el evento del impacto, con distribuciones diferentes a las que se forman bajo cargas cuasi-estáticas. En el presente artículo, se presenta una metodología experimental para la determinación de las leyes de esfuerzos y el seguimiento del mapa de fisuras en vigas de HA durante ensayos de impacto. Las leyes de esfuerzos se determinan experimentalmente midiendo todos los términos que influyen en las ecuaciones de equilibrio: reacciones en los apoyos, fuerza del impacto y fuerzas de inercia. Se emplean células de carga dinámicas para la medición de reacciones y fuerza de impacto, mientras que las aceleraciones causantes de las fuerzas de inercia se obtienen a partir del campo de desplazamientos completo que se captura mediante la técnica de correlación digital de imagen apoyada por una cámara de alta velocidad de grabación. De esta manera, se puede entender la evolución de los esfuerzos cortantes en las secciones críticas, y la resistencia a cortante se puede analizar con diagramas de interacción cortante-momento en régimen dinámico.

PALABRAS CLAVE: resistencia a cortante; impacto; análisis experimental; hormigón armado.

©2024 Hormigón y Acero, la revista de la Asociación Española de Ingeniería Estructural (ACHE). Publicado por Cinter Divulgación Técnica S.L. Este es un artículo de acceso abierto distribuido bajo los términos de la licencia de uso Creative Commons (CC BY-NC-ND 4.0)

\* Persona de contacto / *Corresponding author*:  
 Correo-e / e-mail: [carlos.zanuy@upm.es](mailto:carlos.zanuy@upm.es) (Carlos Zanuy)

How to cite this article: Ulzurrun, G.S.D. & Zanuy, C. (2022) Time-Variation of Shear Forces Affecting the Impact Resistance of Reinforced Concrete Beams, *Hormigón y Acero* 75(302-303):65-78, <https://doi.org/10.33586/hya.2022.3088>

### Notation

$F$	impact force	$a$	acceleration
$L$	beam length	$b$	section width
$L_1$	beam end cantilever length	$d$	section effective depth
$M$	bending moment	$f_c$	compressive strength of concrete
$V$	shear force	$f_{ct}$	tensile strength of concrete
$R$	reaction force	$f_y$	yield strength of steel

$h$	section height
$i$	inertia force
$m$	mass per unit length
$s$	horizontal coordinate
$t$	time
$v$	vertical displacement
$x$	horizontal coordinate from the beam end
$\Delta t$	time step size
$\Phi$	diameter of steel bars
$\rho, \rho_w$	longitudinal and shear steel reinforcing ratio

## 1. INTRODUCTION

Experimental techniques in the field of structural engineering research have experienced a significant advance for the last years as a result of the combination of technological development and reduction of costs. Nowadays, photogrammetric full-field experimental methods (digital image correlation, laser) or distributed fiber sensors (optic, Bragg) allow for a wide follow-up of deformations without the necessity of using local sensors like strain gauges, LVDTs or accelerometers [1-5]. A further advantage of full-field techniques arises in case of extreme loading tests (impacts or explosions), where the violent nature of the load event can produce severe damage or even breakage of the sensors. In fact, impact load testing is one of the most complex experimental configurations due to the extremely short duration (of the order of few milliseconds), the consequent fast time-dependent kinematics and the difficulties associated with taking measurements. In turn, experimental evidence on the impact performance of concrete structures is a need due to the lack of understanding of the interaction of structural phenomena.

Shear strength of reinforced concrete elements, especially for those without shear reinforcement, has been a persistent research issue since the collapse of a warehouse of the US air force in Ohio [6]. Even though plenty of shear strength models have been presented so far (e.g. [7-9]), lively discussions are still usual in standardization committees and different approaches can be found in the design codes [10-13]. For the last decade, the Structural Engineering Group of the Technical University of Madrid (UPM) has paid attention at the shear strength of reinforced concrete beams without stirrups under extreme loading scenarios, like high-cycle fatigue [14-17] or impact loading [18,19]. Regarding impact events, they are one of the most hazardous scenarios for reinforced concrete structures, which may be due to either accidental (e.g. rockfalls, collisions) or induced (e.g. terrorist attacks) sources.

Experimental research has demonstrated that the impact failure mode of reinforced concrete beams is strongly governed by shear, without regard of the fact that the beams might be designed to fail by flexure under quasi-static loading [20,21]. Such a change of the failure type from flexure (quasi-static) to shear (impact) can be explained by the interaction of the following mechanisms: modification of the material properties of concrete and steel due to strain-rate effects, severe local damage produced at the impacted zone, and development of inertia forces. Due to the former effects,

## ACRONYMS

DIC	Digital image correlation
DIF	Dynamic increase factors
fps	Frame per second
HSV	High-speed video
LVDT	Linear variable differential transformer
MCFT	Modified Compression Field Theory
RC	Reinforced concrete
SMCFT	Simplified Modified Compression Field Theory
UPM	Technical University of Madrid

the pattern of shear failure under impact can present both the formation of a shear plug close to the impact point and diagonal cracks running from the impact point to the supports [22,23]. In order to gain understanding of the shear failure mode and the mobilized resisting mechanisms under impact, it is essential to understand how the development of inertia forces leads to a time-dependent distribution of shear forces and bending moments which differs from those produced by quasi-static loads.

Recent research has shown that the impact response of a reinforced concrete beam can be divided in two stages: a first impulsive one in which the beam responds locally developing very high inertia forces at the impacted region, and a subsequent stage in which the global behaviour of the beam is activated. Both experimental observation [22] and non-linear dynamic finite element analyses [23] have confirmed that the shear-plug failure occurs during the first stage, when the real span length of the beam has little influence and the beam works with a reduced effective span length [24-26]. In addition, the formation of longer diagonal shear cracks takes place during the global stage response in a shear-bending interaction mechanism, accompanied with the opening of flexural cracks and widening of existing ones. It must be stated that the relevant role played by inertia forces in the distribution of sectional forces and the induced shear failure development has been mainly recognized in the last years. Previously, the differences between quasi-static and impact responses were mainly attributed to strain-rate effects. That is why even advanced design codes include formulations of so-called dynamic increase factors (DIF) which provide the strain-rate influence on the material properties [12,27]. Nowadays, the influence of strain-rate is demonstrated to be moderate in low to medium-velocity impact tests where the mobilized strain rate is within the range of 1-10 s<sup>-1</sup> [19,28]. Therefore, the dynamic evolution of sectional forces is critical to understand the RC sensitivity to brittle failure nodes in the impact range.

In the present paper, an experimental campaign on reinforced concrete beams with and without shear reinforcement is presented in order to investigate experimentally on the determination of sectional forces in medium-velocity drop-weight tests. In addition to impact experiments, quasi-static reference tests have been completed in companion specimens in order to compare the quasi-static and the impact response. The research has made use of the instrumented drop-weight testing machine of the Structural Engineering Group at UPM, which is complemented with a high-speed video (HSV) camera. An experimental technique is present-

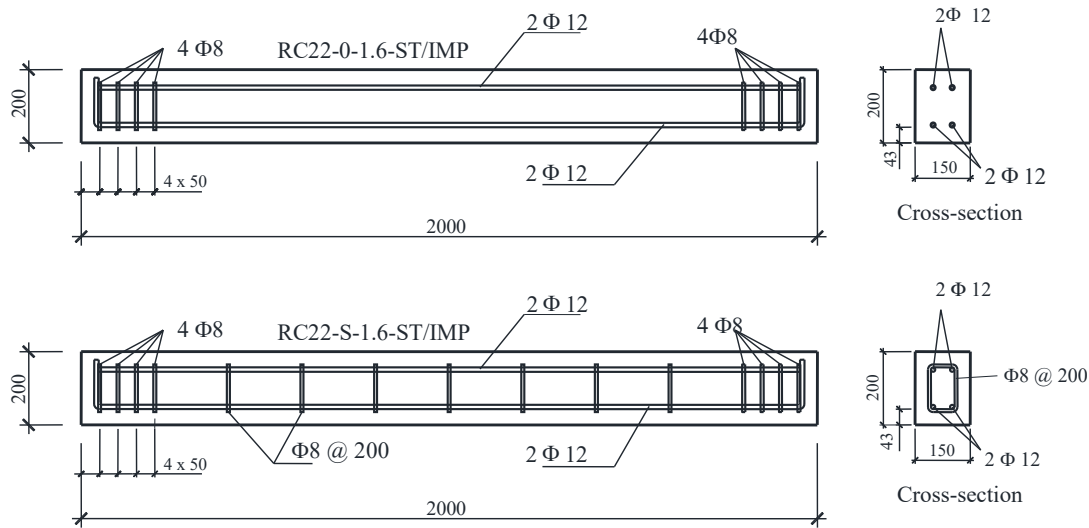


Figure 1. Geometry and reinforcement layout of beam specimens. Dimensions in mm. Note: the clear cover of 43 mm is to the edge of the main longitudinal reinforcement.

ed, which takes advantage of the combined use of dynamic load cells (measurement of reaction and impact forces) and HSV-supported DIC (determination of the time-dependent distribution of inertia forces from the accelerations derived from the displacement field), so that all the components of the dynamic equilibrium can be captured and verified. Therefore, the evolution of the distribution of sectional forces (bending moments and shear forces) can be estimated from the experimental determination of all terms involved in the dynamic equilibrium of motion

## 2. EXPERIMENTAL RESEARCH

### 2.1. Description of specimens

The experimental campaign included a series of four reinforced concrete beams, among which two were tested under quasi-static loading and the other two were subjected to a drop weight impact at the midspan. The list of specimens and test types is detailed in Table 1. The geometry of the specimens and the details of the reinforcement can be found in Figure 1. As it can be observed, the only difference between the beam specimens was the presence of shear reinforcement (in specimens RC22-S-1.6-ST and RC22-S-1.6-IMP) or not (in specimens RC22-0-1.6-ST and RC22-0-1.6-IMP). The beams had a rectangular cross-section of 150 x 200 mm and total length (L) of 2000 mm. The longitudinal reinforcement consisted of 2 bars of 12 mm diameter of B500 SD steel (characteristic yield and ultimate strength of 500 and 575 MPa, respectively [11,29]) at the bottom and the top of the beams. Thus, the steel reinforcing ratio was  $\rho = 1.0\%$ , which ensures that yielding of the longitudinal reinforcement is reached before shear failure under quasi-static loading according to common design rules [11], even for the beams without shear reinforcement (RC22-0-1.6-ST and RC22-0-1.6-IMP). The shear reinforce-

ment of specimens RC22-S-1.6-ST and RC22-S-1.6-IMP consisted of stirrups of 8 mm diameter spaced 200 mm ( $\rho_w = 0.3\%$ ). The fresh concrete was provided by a local ready-mix supplier and the beams were casted in the laboratory. The concrete mix included 330 kg/m<sup>3</sup> of cement CEM II/A-L 42.5R, with a water/cement ratio of 0.46 and maximum aggregate size of 12 mm. The average compressive and indirect tensile strength at 28 days were 26.6 MPa (CoV = 0.08) and 2.5 MPa (CoV = 0.04), respectively (measured on three 150 x 300 mm cylinders each).

TABLE 1. List of tests

Specimen ID	Test type	Stirrups	Span (m)	Longitudinal reinforcement ratio $\rho$ (%)	Shear reinforcement ratio $\rho_w$ (%)
RC22-0-1.6-ST	Quasi-static	No	1.60	1.0	0.0
RC22-0-1.6-IMP	Impact	No	1.60	1.0	0.0
RC22-S-1.6-ST	Quasi-static	Yes	1.60	1.0	0.3
RC22-S-1.6-IMP	Impact	Yes	1.60	1.0	0.3

### 2.2. Testing configuration

The specimens were tested with a three-point bending configuration with a span length of 1.6 m between supports, both in the quasi-static and impact tests. In case of quasi-static tests, the load was applied at the midspan with a hydraulic actuator under displacement control at a rate of 0.01 mm/s. The applied load and the midspan deflection were measured with a load cell and an LVDT at a sampling rate of 5 Hz.

The impact tests were performed with the instrumented drop-weight testing machine of the Structural Engineering Group at UPM [18,30]. Drop-weight testing has revealed as a powerful way to understand the failure mechanisms in impact tests (a comprehensive review on the utilization of drop-weight machines has been reported by [31]). The employed facility includes dynamic load cells at the supports

and the striking end of the impact hammer which allow capturing the reactions and impact force during the tests. A sampling rate of 40 kHz was used. In addition, two accelerometers of  $\pm 1000g$  range were attached at the centre of the midspan section of the specimens and at the falling weight (Figure 2a). The specimens were placed simply supported (yoked to avoid uplifting) with a span length of 1.6 m and they were subjected to an impact at the midspan caused by a mass of 100 kg dropped from a height of 1.8 m (Figure 2). The impactor consists of a stiff guided mass carriage (variable between 100 and 200 kg) with a hammer tip. The supports and the impactor hammer ends are metallic cylinders with a radius of 29 mm and a width of 160 mm. The contact between these cylinders and the RC beam is direct, without any intermediate plates. After the first impact, the impactor eventually rebounds and hits again the specimens, but much later than the first impact, whereby the effects of subsequent impacts is not dealt with in the present paper.

In order to capture the total response of tested specimens, a high-speed and high-resolution video camera FAST-CAM NOVA S9 by Photron was used to record the impact tests (Figure 2c). Due to the impulsive nature of impact tests, a high recording rate is more than convenient, especially to capture the first stage of local response and eventual shear-plug formation. In the present campaign, videos of 12-bit images were captured at a rate of 22 500 fps with a shutter speed of 1/50 ms and a resolution of 1024×288 px. The camera was equipped with a lens Nikon AF-S 20mm F/1.8G ED with a fixed focal length of 20 mm. The recorded area of the beam (Figure 2b) is a frame of 1680 × 472.5 mm, which covers the area between supports and twice the depth of the beam. Thus, the px/mm equivalence has been 1 px = 1.64 mm. The speckle pattern was painted on one of the sides of the specimens. Two speckle patterns were employed, consisting of randomly painted black points of 18 and 25 mm average size on white background, for the beam with and without stirrups, respectively. These sizes were defined to reduce the influence of the distortion due to beam movement during the exposure time of each frame. Likewise, the head of the impacting mass had a speckle pattern with smaller black points (average size of 10 mm), according to the available space. Thus, the projectile displacements and the deformed shape of the specimens can be analyzed with DIC technique. GOM Correlate software [32] was used in the present research for the post-processing of the images. Some authors [33-35] have discussed on how to define the facet mesh and post-processing key parameters for an appropriate DIC analysis of impact tests. In the present research, the facet size employed to obtain punctual displacements is 20 and 40 px (32.8 and 65.6 mm) for the falling mass and beam, respectively. These formed a grid of 3 × 25 points on the beam, Figure 2(b). In addition, some of the points were employed as reference to define digital extensometers just in the locations where shear cracks developed. As full-field strain diagrams are a useful method to assess the crack development with the help of DIC [33], a triangular mesh with a facet size of 20 px and a distance between mesh points of 9 px (14.76 mm) was employed to understand the crack evolution. In addition, it is possible to obtain other parameters (such as strains) by post-processing the mesh displacements.

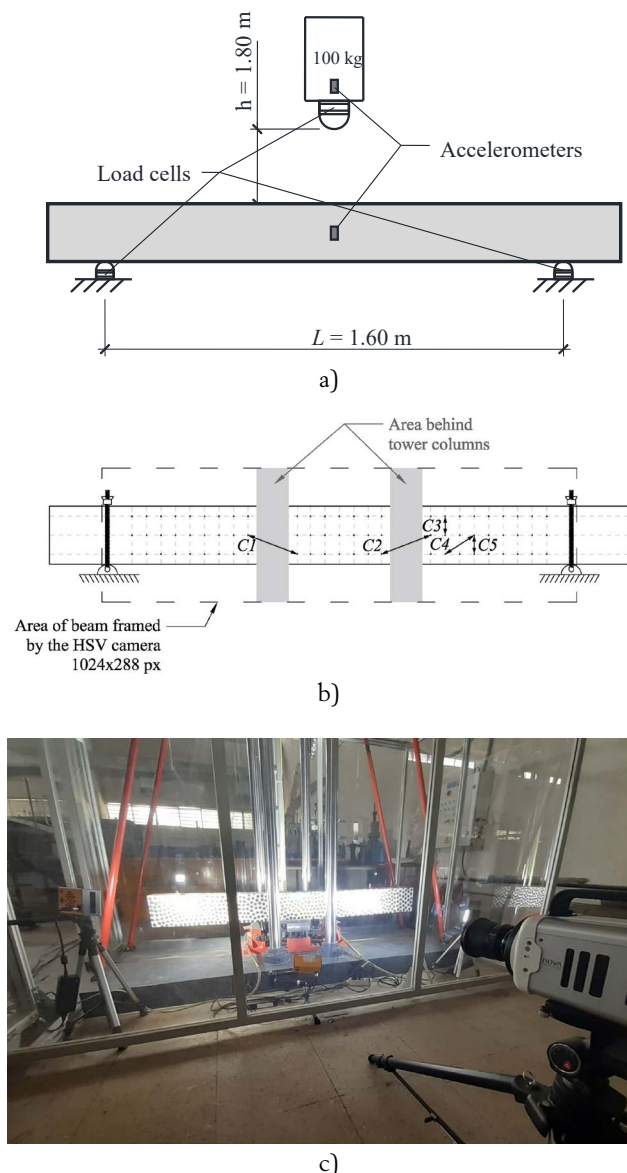


Figure 2. Configuration of impact tests: (a) sensors and test setup, (b) DIC measurement grid and digital extensometers, (c) view of the testing facility.

### 2.3. Experimental derivation of sectional forces

DIC supported with HSV has the advantage that the full-field response of tested specimens can be captured [36-38], in contrast with the large number of sensors that would be required for a detailed definition of the structural response by means of accelerometers, LVDTs or similar. Moreover, such sensors can be eventually damaged due to the severity of the impact events. With respect to previous research, where the sampling rate has been of up to 5000 fps [28,33,39], the present experimental campaign has been analyzed with a sampling rate 4.5 times higher in order to fully capture both the local and global response of the specimens. In addition, the combination of HSV-based DIC with load-cell measurements (reactions and impact force) allows for a complete experimental determination of the components of the dynamic equation of motion, as detailed in the following paragraphs. The capture of the progressive propagation of concrete

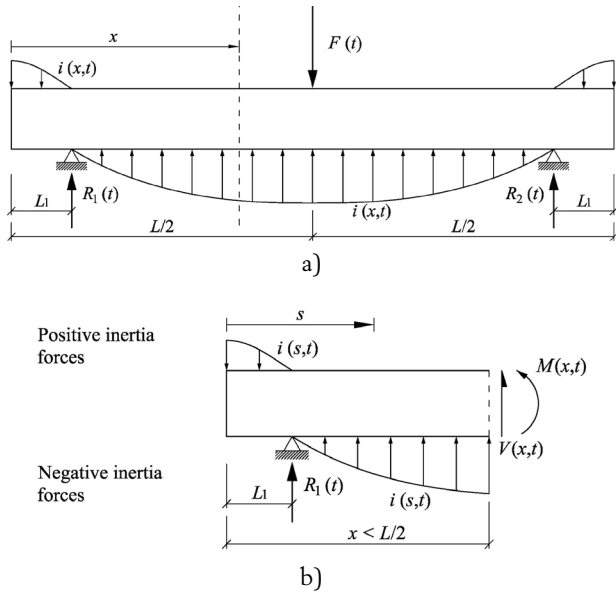


Figure 3. Dynamic equilibrium: (a) global equilibrium of forces and (b) determination of sectional forces.

cracks can be also correlated with such measurements and DIC results.

In an impact test of a simply supported beam, the determination of sectional forces (shear forces and bending moments) is affected by the development of inertia forces ( $i(x,t)$ ), which balance the difference between the reactions ( $R_1(t)$  and  $R_2(t)$ ) and the impact force ( $F(t)$ ), as follows (Figure 3(a)):

$$F(t) = \int_{x=0}^{x=L} i(x,t) dx = R_1(t) + R_2(t) \quad (1)$$

where the damping force is neglected (if a 2% damping ratio is assumed, the total damping force component is around 80 times smaller than the impact force). Sectional forces are variable with time. From local equilibrium (Figure 3(b)), the sectional forces at any cross-section at a distance  $x$  from the left end can be calculated as (the contribution of the rotational inertia force to the equilibrium of moments can be neglected):

$$V(x,t) = -R_1(t) + \int_{s=0}^{s=x} i(s,t) ds, \quad L_1 < x < L/2 \quad (2)$$

$$M(x,t) = (x-L_1) R_1(t) - \int_{s=0}^{s=x} (x-s) i(s,t) ds, \quad L_1 < x < L/2 \quad (3)$$

In the previous equations, the value of the reactions  $R_1(t)$  and  $R_2(t)$  can be experimentally obtained with the load cells, while the distribution of inertia forces can be derived from the accelerations based on the DIC. Note that the hammer impact force  $F(t)$  is not necessary for the estimation of sectional forces in the present simply supported beams, but it is useful for double-check verifications and refinement of the method to derive sectional forces (refer to Section 3.3). The distribution of inertia forces is as follows:

$$i(x,t) = -m(x) a(x,t) \quad (4)$$

where  $m(x)$  is the mass per unit length of the beam and  $a(x,t)$  is the upwards distribution of accelerations. With the help of the DIC, the accelerations are calculated numerically by double derivation of the vertical displacement field:

$$a_i(t) = \frac{v_i(x+\Delta t) - 2v_i(t) + v_i(t-\Delta t)}{\Delta t^2} \quad (5)$$

where  $\Delta t$  is the time between two photographs (here,  $\Delta t = 0.044$  ms).

The response of the specimen was recorded with a grid of  $3 \times 25$  facet points between the supports. Those were distributed with a spacing of 50 and 65 mm in the longitudinal and vertical direction, respectively. The longitudinal grid was adapted to avoid the areas of the specimens hidden by the columns of the testing facility and the steel yokes at the supports (Figure 2b). Vertically, the three points of the grid have been distributed at the section center and near the top and bottom faces. Measurements in areas not recorded by HSV camera, including the short cantilevers at beams ends ( $L_1$ ), were obtained by data extrapolation.

In order to limit the influence of eventual measurement noise in the derivation of accelerations, data treatment working as spatial and time filters has been used. Two ways of spatial filters were employed. One consisted in the above explained estimation of displacements from the three facet points at each cross-section. The other spatial filter consisted on averaging the distribution of sectional forces at the two specimens' halves considering the symmetric and anti-symmetric distribution of bending moments and shear forces, respectively. Regarding measurements along time, a centered moving-average filter was employed for accelerations using a five-step window.

### 3. EXPERIMENTAL RESULTS

#### 3.1. Reference quasi-static response

The load-midspan deflection diagrams of the beams tested under quasi-static loading are presented in Figure 4, and the crack patterns after testing are given in Figure 5(a) and (b). In the two tests, a very similar value of the peak load was obtained, which corresponded to yielding of the bottom tensile reinforcement at the midspan (even a slightly higher load was obtained for the specimen without stirrups). Before peak load, typical development of flexural cracks was observed from the bottom face towards the compression zone at midspan, with some inclination of the cracks formed further from the load application point. Soon after peak load, the beam without shear reinforcement developed a wide shear crack which produced a large release of the carrying capacity. In contrast, the beam with shear reinforcement was able to keep deforming with a very smooth decrease of the carrying load due to progressive crushing of the compression zone at midspan (some hairline shear cracks also opened but the stirrups did not allow their widening).

According to the evidence from the reference quasi-static tests, the presence of shear reinforcement was responsible to allow for a ductile post-yielding response, even though the same pre-peak response with yielding of longitudinal steel was attained by the beam without stirrups.

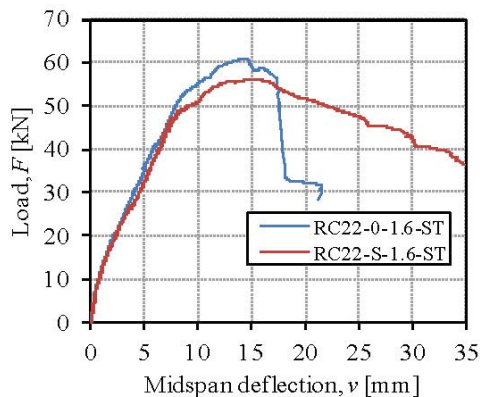


Figure 4. Load-midspan deflection diagrams of quasi-static tests.

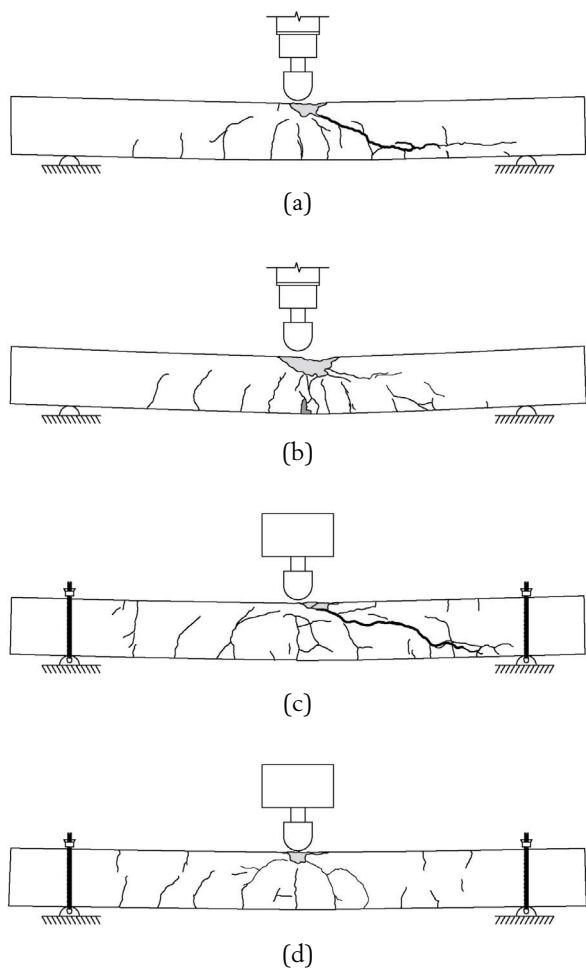
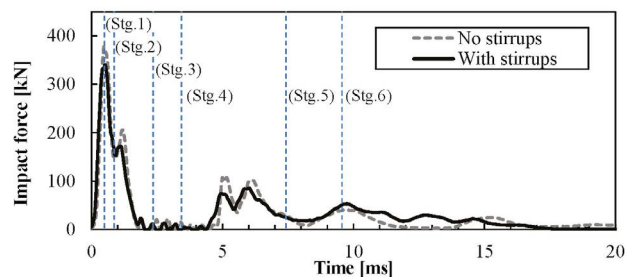


Figure 5. Crack pattern after testing. Quasi-static tests: (a) beam without stirrups, (b) beam with stirrups. Impact tests: (c) beam without stirrups, (d) beam with stirrups.

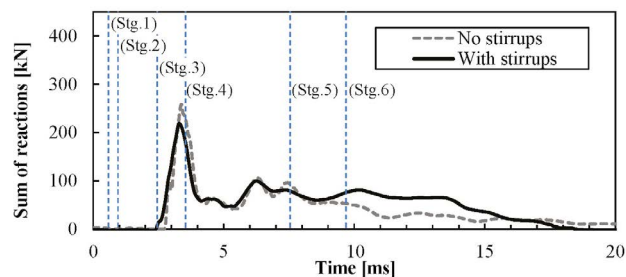
### 3.2. Crack pattern evolution in impact tests

Impact behavior of the tested beams is shown in Figure 6, according to the measurements of the sensors. Both tests had

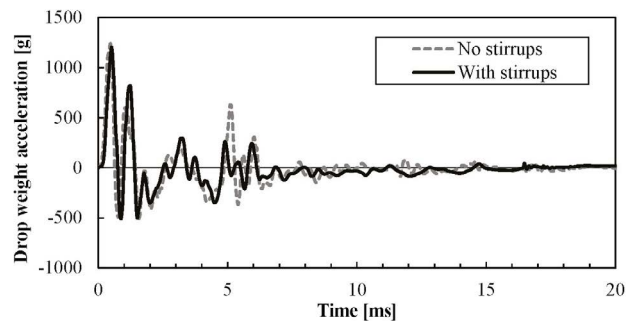
a very impulsive nature, with a high-frequency impact force followed by the development of more moderate reactions, Figure 6(a) and (b). The appearance of the reactions had a delay with respect to the impact force of 2.81 and 2.50 ms, for the beams without and with stirrups, respectively. According to the measurements by the load cells, the six most representative stages of the impact are defined in Figure 6(a) and (b). These stages will be taken as reference to discuss the development of the cracks together with the recorded forces in the following.



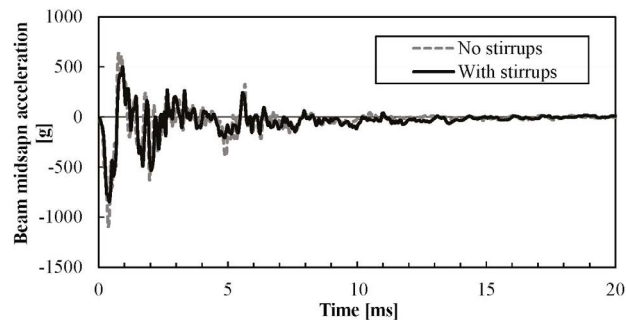
(a)



(b)



(c)



(d)

Figure 6. Sensor measurements during the impact loading: (a) falling mass load cell, (b) supports load cells, (c) falling weight accelerometer, (d) beam midspan accelerometer.



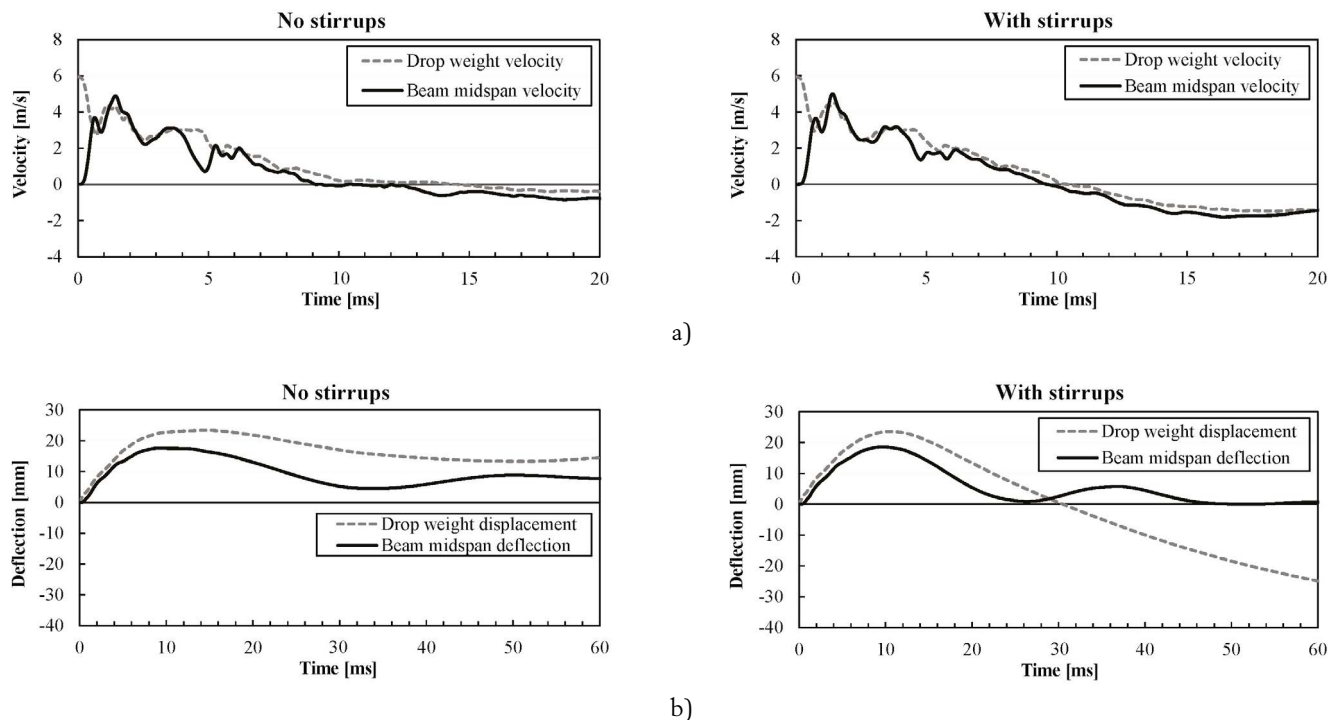


Figure 7. Derived measurements of sensors: (a) velocity and (b) displacements.

The recorded accelerations of the falling mass and the beam at midspan exceeded a peak value of 1000g (Figure 6(c) and (d), respectively). In the first phase of the impact, both accelerations had a contrary tendency. Once the impact force reached its peak, the tendency of both curves was somehow synchronized. The velocity and displacement of the falling mass and beam midspan have been obtained by time integration of the measured accelerations (Figure 7). According to the results, the peak deflection after the impact was similar for both beams (close to 18 mm), while the residual deflection after testing was rather different (a recovery was achieved by the beam with stirrups). In addition, Figure 7 shows that the rebound of the falling mass after the impact was different for each beam, which is an indicator of the energy absorption capacity against the impact. The beam with transverse reinforcement showed a significant rebound of the falling mass, with an upward velocity of 1.5 m/s. Meanwhile, the rebound of the beam without stirrups was smaller, with an upward velocity of 0.56 m/s. This suggests that the energy capacity of the latter beam was seven times smaller than that of the beam with stirrups.

The energy absorption capacity can be correlated with the crack pattern of the beams after impact tests, shown in Figure 5(c) and (d). These images show the formation of a non-critical shear plug and severe flexure cracks close to the impact point at midspan in both beams. In addition, the beam without transverse reinforcement showed a critical diagonal crack running from the midspan to one of the supports, indicating a shear failure mode, while the beam with stirrups only showed non-perfectly vertical bending cracks.

The crack development has been analyzed with the HSV-supported DIC. The results are shown in Figure 8 for the representative stages of the impact, which correspond to

the instants marked in Figure 6(a) and (b). The opening of the diagonal cracks is shown in Figure 9, which have been measured with the digital extensometers shown in Figure 2(b). According to these figures, the crack pattern evolution is discussed as follows:

- The first stage (Stg. 1) corresponds to the instant when the impact force reached its peak. Figure 8(a) shows that in this stage there was only a single flexural crack developed in the midspan, below the impact point, at both beams.
- The second stage (Stg. 2) corresponds to the unloading phase of the impact force. Figure 8(b) shows that in this phase there were various flexural cracks at the midspan, being the one formed in previous stage the dominant one, with a wider opening. In addition, a shear-plug developed at both sides of the impact point (detected also with Figure 9). In addition, some negative bending cracks developed from the top face of the beam between the impact point and the supports. Some of these cracks were not perfectly vertical, especially the ones on the right side for the beam without stirrups.
- The third stage (Stg. 3) corresponds to the instant when the reaction forces began, and the impact force had unloaded completely. Figure 8(c) shows that bending cracks in the midspan stabilized and shear plug cracks had fully developed. Though the later cracks were partially hidden behind the drop-weight tower columns (especially in the beam without stirrups), the tip and mouth of these cracks were visible with the camera. In addition, some of the inclined cracks formed during the previous stage (Stg. 2) were still open. Even more, a diagonal crack at the right side of the beam without stirrups (which was later the critical one) started to progress during this stage, accord-

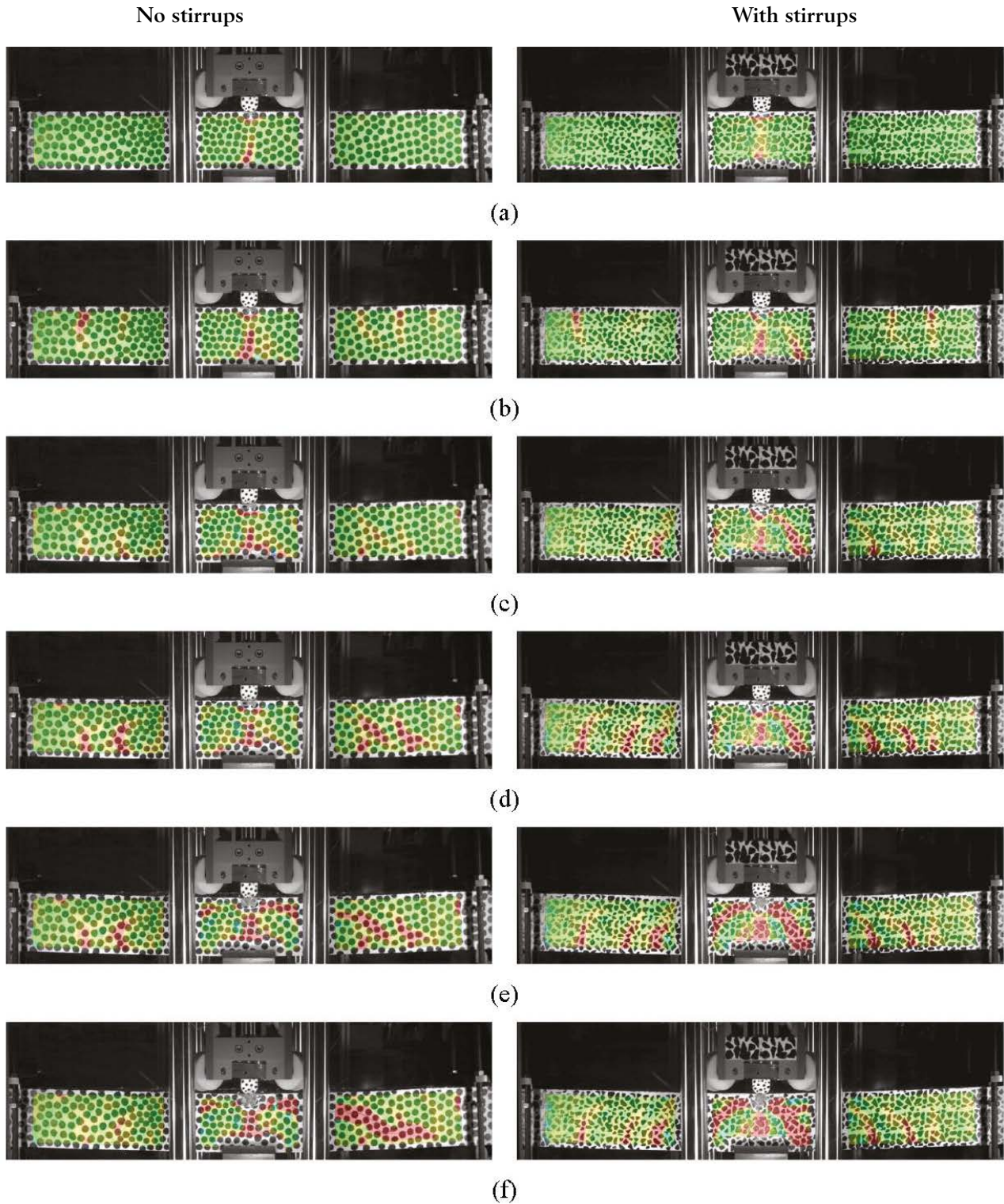


Figure 8. Crack pattern evolution during the impact tests at various stages: (a) Stg. 1,  $t = 0.49$  ms, (b) Stg. 2,  $t = 0.98$  ms, (c) Stg. 3,  $t = 2.40$  ms, (d) Stg. 4,  $t = 3.42$  ms, (e) Stg. 5,  $t = 7.60$  ms, (f) Stg. 6,  $t = 9.60$  ms. Time is defined from the impact beginning.

ing to the measurements of the digital extensometers C3 and C5 shown in Figure 9(a). Below the diagonal cracks new flexural cracks formed from the bottom face of both beams. In the Stg. 3 the distribution of bending cracks seemed to follow the crack pattern of Stg. 2 but with an inverted distribution: most of the existing negative bending cracks closed and some new flexural cracks formed from the bottom (many of them near the sections where negative bending cracks had existed).

- The fourth stage (Stg. 4) corresponds to the peak of the reaction forces. Figure 8(d) shows that existing bending cracks have grown, widened, and inclined towards the loading point. The inclined cracks at the right side of the beam without stirrups stabilized after this stage, Figure 9(a).
- The fifth stage (Stg. 5) is considered just before the total reaction force of the two tested beams started to diverge. Figure 8(e) shows that most of the existing cracks remained stable between Stg. 4 and Stg. 5. A small growth

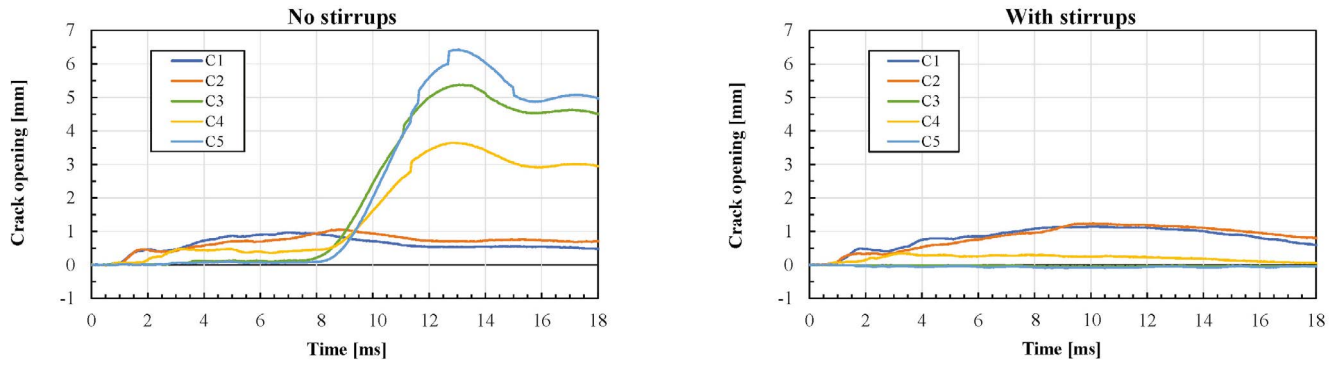


Figure 9. Crack opening from DIC digital extensometers.

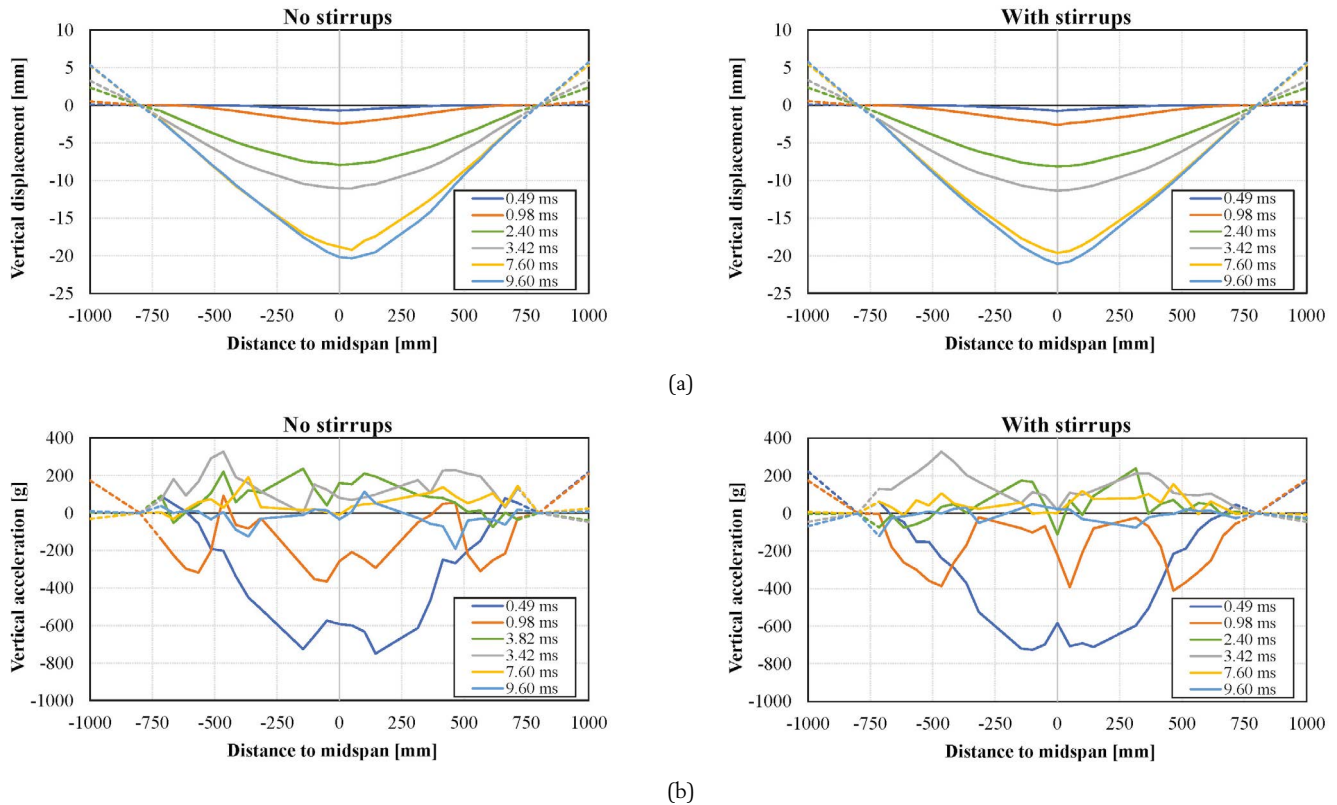


Figure 10. Parameters distribution and evolution obtained with DIC: (a) deflection, (b) acceleration.

of diagonal cracks on the right side of the beam without stirrups was observed. The only cracks that grew significantly in both beams were the shear plugs (Figure 9).

- The sixth stage (Stg. 6) corresponds to the instant after the divergence of the total reaction force of the beams. This divergence coincides with the different evolution of digital extensometers C3 to C5 at both beams (Figure 9), which might be due to the diagonal crack growth at the right side of the beam without stirrups. Figure 8(f) shows that this crack had fully developed forming a typical shear-bending crack associated with shear failure. The widening of shear-plug cracks stopped at this stage in both beams (Figure 9).

### 3.3. Extraction of results from DIC

As explained in Section 2.3, DIC measurements might be employed to obtain the distribution of sectional forces of tested beams. The methodology presented in that Section re-

quires computing the inertia forces from the displacements captured with the DIC. The evolution of the average deflections and accelerations of the tested beams in each cross-section are shown in Figure 10. From the acceleration distribution, the inertia forces have been computed according to Eq. (4). The resultant of inertia forces is compared in Figure 11 with the difference between impact and reaction forces recorded with the load cells (equilibrium according to Eq. 1), which shows that both measurement methods are in excellent agreement. In addition, it might be noted that the different speckle patterns employed (18 and 25 mm) did not have an obvious influence on the results.

From the distribution of inertia forces, the sectional forces of the beams as a function of time can be extracted according to Eq. (2) and (3). However, there are two possible approaches to obtain sectional forces, which differ on how the load-cell forces (impact and support reactions) are considered. In a first approach, the resultant of impact and reaction

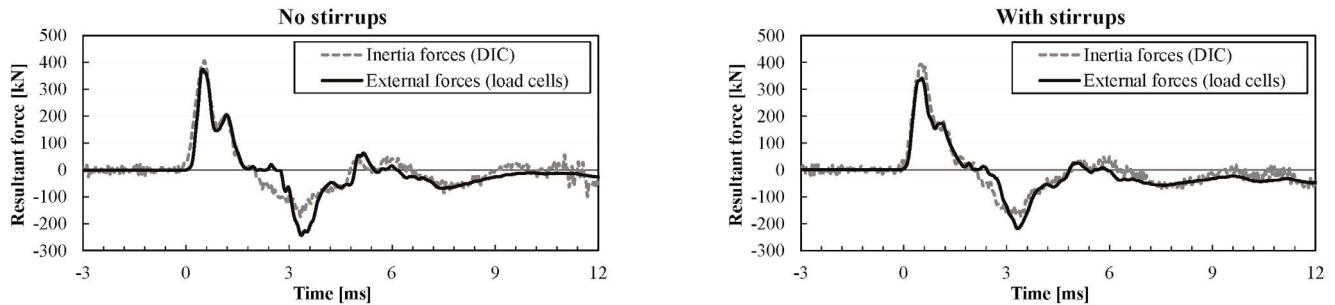


Figure 11. Resultant force for the inertia and external forces. The sign criterion is upwards positive for the inertia forces and negative for the external forces.

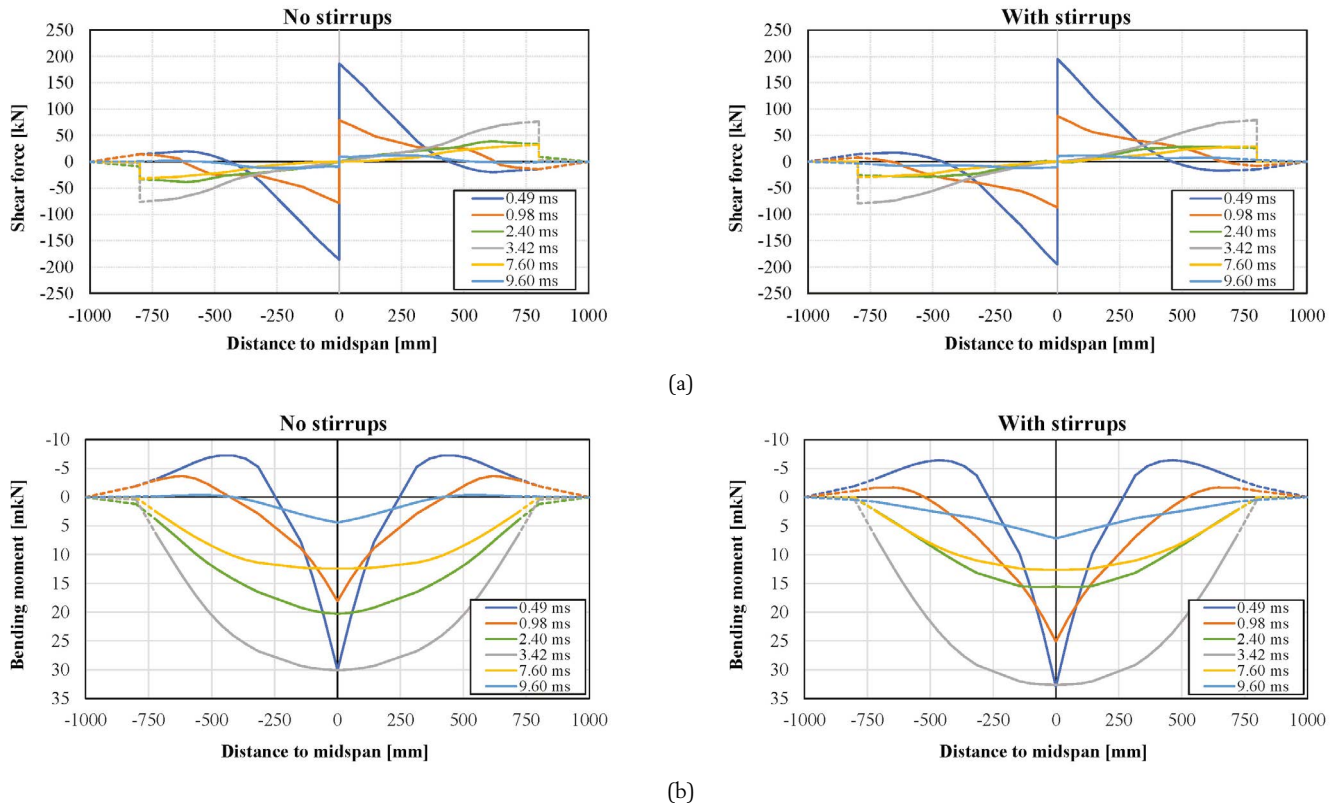


Figure 12. Sectional forces evolution: (a) shear force: (b) bending moment.

forces can be taken as opposite to the inertia forces obtained with the DIC. Such reactions and impact forces can only be positive, upward and downward, respectively. The integration of the reactions and impact forces is done from both beam ends towards the midspan. Meanwhile, in a second approach, the reaction and impact forces can be taken as measured by the load cells. The integration of shear forces in this case is done from the midspan towards the beam ends, considering that the impact force is evenly shared by each side of the beam, taking advantage of symmetry. This integration might lead to non-zero small values of the shear force at the beam ends, which is due to the slight divergences between measured inertia forces and the resultant of reactions and impact forces (Figure 11). The integration of the bending moment in this case must be done considering the effect of the non zero shear force at the ends of the beam. This effect might, in some cases, lead to a non-logical distribution of bending moments. Therefore, the sectional force distributions have been

obtained here employing the first approach, considering that the reactions and impact forces are equal and opposite to the inertia forces derived from the DIC.

Sectional forces distributions are shown in Figure 12, for each of the six stages defined in Section 3.2. In the first stages of the impact (before Stg. 3), both the shear and bending moments increased rapidly in the midspan zone, which explains the formation of flexural and shear-plug cracks, see Figure 8(b). The concentration of sectional forces is due to the high value of accelerations at the impacted region in the first stages, Figure 10(b), which produces an upward push of the inertia forces that counteracts the impact effects before reaching the supports. Overtime this concentration is smoothed, due to its propagation. The propagation also has an effect in the observed distribution of bending moments, which shows that initially the beams behave similarly to a fixed-end beam with a variable reduced length over time (which is in agreement with [25,26]). This explains the subsequent formation

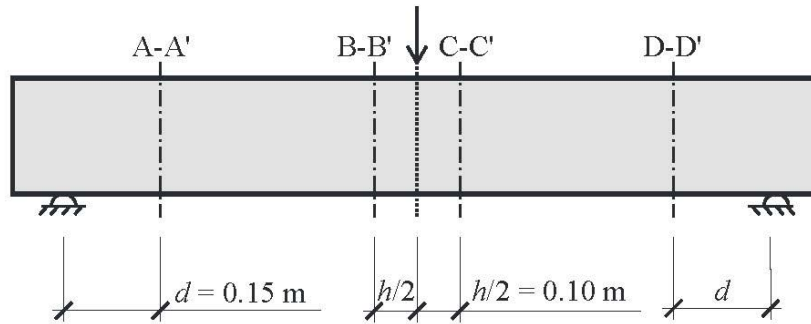


Figure 13. Shear-critical cross-sections in beam specimens.

of negative bending cracks from the top and positive bending cracks from the bottom, as shown in Figure 8(b) and (c).

Once the reactions developed (after Stg. 3), the distribution of sectional forces was somehow similar to that of a simply supported beam under a distributed load, which is consistent with the uneven but relatively uniform distribution of accelerations, Figure 10(b). This stage is characterized by a concentration of shear forces near the supports, and a parabolic distribution of positive bending moments. This distribution suggests a significant shear-bending interaction near the supports in this stage, which is discussed in the following section.

#### 4. DISCUSSION OF RESULTS

Two cross-section localizations can be considered critical for shear failure according to the observed crack pattern development, and the typical brittle cracks in impact loading [22,42]. On the one hand, the formation of a local shear plug close to the impact zone can be analyzed at the sections where the shear cracks intersect with the longitudinal axis of the beam. As shear-plug cracks have an inclination of around 45°, the critical cross-sections are those at a distance of  $h/2$  from the midspan (B-B' and C-C' in Figure 13). On the other hand, the development of inclined shear-bending cracks during the global response stage can be analyzed at the cross-sections at a distance  $d$  from the supports (A-A' and D-D' in Figure 13), in agreement with common static design rules [11]. Fan *et al.* [40] have adopted similar criteria to define the critical cross-sections, while others [22,23] have mainly focused on the shear-plug cracks.

The strength capacity of each cross-section is governed by the shear-bending interaction. However, existing general models which account for this interaction [8,9,41] have been defined for the quasi-static range. Few proposals exist that focus on this interaction in the dynamic range: Micallef [26] studied the interaction for punching of slabs, while Ulzurrun [42] proposed a model for SFRC beams without stirrups. Both models included the strain-rate effects on the materials properties. In the present study, the shear strength has been computed with the Bentz's simplified version of the Modified Compression Field Theory (SMCFT) [41] for shear strength of reinforced concrete beams. This method is a sectional ver-

sion of the MCFT [7] which evaluates the shear strength from the stress fields developed in the concrete, considering appropriate equilibrium, compatibility and constitutive equations accounting for stress transfer between crack faces.

In this study the material properties have been modified according to the strain rate and their sensitivity. The formulations considered to obtain the dynamic increase factor (DIF) of the concrete compressive and tensile strength are those defined by [27] and [43], respectively, while for steel yield and ultimate strength is the one proposed by [44]. When dealing with strain-rate effects, it has to be noted that strain rates are variable during the impact event at each point of the structure. Therefore, the material properties should be permanently updated in a time-dependent analysis. Nevertheless, many authors have adopted a simplified approach so that a unique strain rate can be considered sufficient, and typically the maximum has been adopted [34,45]. In turn, Fan *et al.* [40] have shown that variations of the strain rate within the range of 1-10  $s^{-1}$  have small influence and it is acceptable to consider the average value. Other studies [22] have included the strain rate effects as constant in a model based on the general MCFT [7].

The influence of shear-bending interaction in the crack formation at the critical cross-sections is analyzed in Figure 14, which shows the evolution of sectional forces until Stg. 6 ( $t = 9.4$  ms), once the beam without stirrups failed due to the full propagation of a shear-bending crack. The graphics of Figure 14(b) demonstrate that the first stages of the impact tests at sections B-B' and C-C' are governed by a short  $M/V$  ratio, or shear slenderness, with an average value of around 0.20 m. Meanwhile, the  $M/V$  ratio then increases in the later stages to be approximately equal to the one under a quasi-static distributed loading configuration. Such results, in agreement with [23,34], correspond to the local and global response of the beams, respectively. However, in the study of [34] the global response of the beams was more similar to that of a quasi static point loading configuration. This difference might be explained by more impulsive nature of their tests, with stiffer beams (slenderness  $L/h = 8$ , reinforcing ratio of  $\rho = 1.6$  %) and a projectile-to-beam mass ratio 1.92 times higher.

In addition, Figure 14 compares the strength demand (experimental  $M-V$  evolution) with the theoretical capacity curves, obtained with the Bentz's model at different values of strain rate. These capacity curves represent the envelope of the peak capacity of the beams considering different shear

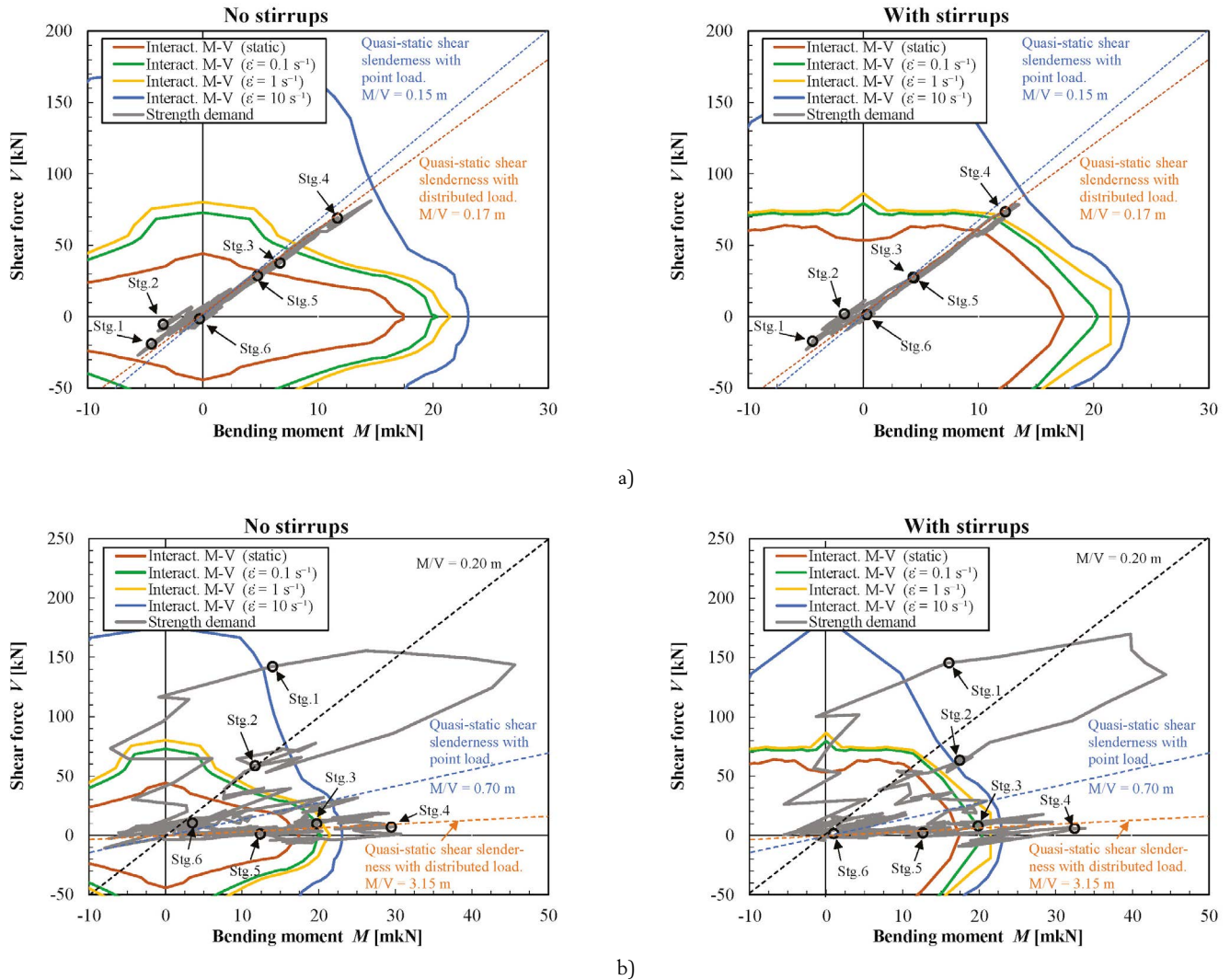


Figure 14. Interaction shear-bending moment in critical sections: (a) section at  $d = 0.15$  m from the supports, A-A' or D-D'; (b) section at  $h/2 = 0.10$  m from the midspan, B B' or C C'.

slenderness ( $M/V$  ratios). During the first impact stages, the strength capacity was overcome at the midspan sections B-B' and C-C' for both beams, thereby explaining the opening of shear plug within the initial local response of the beams. The strength demand between stages 1 and 2 was even greater than the theoretical beam capacity considering an average strain rate of  $10 \text{ s}^{-1}$ . The shear demand in the sections near the supports (A-A' and D-D') was below the shear capacity in these early stages, but it overpassed the static capacity from stage 3 when the response of the beam shifted from local to global. Furthermore, the dynamic bending capacity was reached at midspan during the global response of the beam, Figure 14(b), which explains the formation of severe flexural cracks in that phase (Figure 8). In the sections near the supports, Figure 14(a), the peak of the shear demand was reached when the M-V evolution laid between the capacity curves corresponding to 1 and  $10 \text{ s}^{-1}$  at both beams. In the case of the beam without stirrups, the higher demand corresponds to the diagonal crack growth observed during stage 4 (Figure 8 and Figure 9(a)).

According to Figure 14 it is shown that, unlike in a quasi-static test, the shear failure development in an impact test is progressive, reaching the full failure of the beam without

stirrups in stage 5, when the M-V demand was low, even below the static capacity. The crack propagation velocity can be estimated from Figure 9(a), which yields values ranging from 370 to 620 m/s, of the same order the magnitude as crack propagation velocities reported by other authors in moderate impact regime [47]. It must be reminded that the capacity curves shown in Figure 14 represent the envelope of the peak capacity of the beams. Therefore, they can explain the formation of shear cracks but they do not provide information about the post-peak behavior. There are few models that have included this effect in the dynamic range and the existing ones [26,46] have focused on post-punching behavior. Therefore, it seems convenient to research further on this field in future studies.

## 5. CONCLUSIONS

This manuscript presents the analysis of RC beams under impact loading with the help of HSV-supported DIC in order to determine the time-dependent evolution of shear forces and

bending moments, and its correlation with the crack pattern development. The conclusions obtained from the present research are the following:

- HSV allowed observing the progressive development of bending and shear cracks, with focus on the shear failure development. A shear plug formed during the first local response of tested beams when the effect of the impact force is dominant and the reactions have not yet been activated. In turn, the critical shear-bending crack developed during the global impact response that takes place after the reaction forces have reached their peak.
- The distribution of inertia forces under dynamic impact loading scenarios has a major role in the evolution of sectional forces. The present research shows that these might be assessed by using DIC combined with a HSV camera. By considering the distribution of inertia forces and the evolution of external forces it is possible to evaluate the distribution of sectional forces.
- The distribution of sectional forces at the critical cross-sections compared with the shear-bending capacity curves including strain-rate effects, has allowed discussing the formation shear cracks. Impact tests had two phases as a function of the dominating force, namely the impact or the reactions.
  - The first phase has a very impulsive nature with a high concentration of sectional forces close to the impact point, with significantly large shear forces and an equivalent shear slenderness ratio lower than under quasi-static conditions. The loading conditions in this phase have resulted in the formation of a shear-plug at the midspan of beams with and without stirrups.
  - During the second phase, the distribution of sectional forces is similar to the one caused by a distributed load in quasi-static conditions. This loading pattern has caused the formation of a critical shear-bending crack in the beam without stirrups.

### Acknowledgements

The study presented in this paper has received no particular funding, but the experimental infrastructure is a result of previous projects funded by the Spanish research agency (Ref. BIA2012-30998 and BIA2016-74960-R AEI/FEDER, UE).

### References

[1] S. Saatci, F.J. Vecchio, Effects of shear resisting mechanisms on impact behavior of reinforced concrete beams, *ACI Struct. J.* 106 (2009) no. 1 78-86, <https://doi.org/10.14359/56286>

[2] T.D. Hrynyk, F.J. Vecchio, Behavior of steel fiber-reinforced concrete slabs under impact load, *ACI Struct. J.* 111 (2014) no. 5 1213-1223, <https://doi.org/10.14359/51686923>

[3] S.M. Soleimani, N. Banthia, A novel drop weight impact setup for testing reinforced concrete beams, *Exp. Tech.* 38 (2012) 1-8, <https://doi.org/10.1111/j.1747-1567.2012.00810.x>

[4] N. Banthia, S. Mindess, A. Bentur, M. Pigeon, Impact testing of concrete using a drop-weight impact machine, *Exp. Mech.* 29 (1989) 63-69, <https://doi.org/10.1007/BF02327783>

[5] T. Galkovski, Y. Lemcherreq, J. Mata-Falcón, W. Kaufmann, Fundamental studies on the use of distributed fibre-optical sensing on concrete

and reinforcing bars, *Sensors* 21 (2021) no. 7643 1-24, <https://doi.org/10.3390/s21227643>

[6] R.C. Elstner, E. Hognestad, Laboratory investigation of rigid frame failure, *ACI J.* 53 (1957) no. 1 637-668, <https://doi.org/10.14359/11540>

[7] F.J. Vecchio, M.P. Collins, The modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear, *ACI J.* 83 (1986) no. 2 219-231.

[8] A. Muttoni, M. Fernández Ruiz, Shear strength of members without transverse reinforcement as function of critical shear crack width, *ACI Struct. J.* 105 (2008) no. 2 163-172, <https://doi.org/10.14359/19731>

[9] A. Mari, A. Cladera, J. Bairán, E. Oller, C. Ribas, Shear-flexural strength mechanical model for the design and assessment of reinforced concrete beams subjected to point or distributed loads, *Fron. Struct. Civil Eng.* 8 (2014) no. 4 337-353, <https://doi.org/10.1007/s11709-014-0081-0>

[10] American Concrete Institute. ACI 318-11: Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary. Farmington Hills, MI: American Concrete Institute, 2011.

[11] CEN (European Committee for Normalization). Eurocode 2 EN 1992-1-1:2012. 2012. Design of concrete structures - Part 1: General rules and rules for buildings. Brussels, 2012.

[12] FIB (International Federation for Structural Concrete). Model Code for concrete structures 2010. 2013. Lausanne, Switzerland.

[13] CSA (Canadian Standardization Association). CSA A23.3: 19 Design of concrete structures. 2019. Toronto, ON.

[14] J.M. Gallego, C. Zanuy, L. Albajar, Shear fatigue behaviour of reinforced concrete elements without shear reinforcement, *Eng. Struct.* 79 (2014) 45-57, <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2014.08.005>

[15] C. Zanuy, J.M. Gallego, L. Albajar, Fatigue behavior of reinforced concrete haunched beams without stirrups, *ACI Struct. J.* 112 (2015) no. 3 371-382, <https://doi.org/10.14359/51687411>

[16] M. Fernández Ruiz, A. Muttoni, J. Sagaseta, Shear strength of concrete members without transverse reinforcement: a mechanical approach to consistently account for size and strain effects, *Eng. Struct.* 99 (2015) 360-372, <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.05.007>

[17] M. Fernández Ruiz, C. Zanuy, F. Natário, J.M. Gallego, L. Albajar, A. Muttoni, Influence of Fatigue Loading in Shear Failures of Reinforced Concrete Members without Transverse Reinforcement, *J. Adv. Concrete Tech.* 13 (2015) no. 5 263-274, <https://doi.org/10.3151/jact.13.263>

[18] G. Ulzurrun, C. Zanuy, Flexural response of SFRC under impact loading, *Con. Build. Mat.* 134 (2017) 397-411, <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2016.12.138>

[19] G. Ulzurrun, C. Zanuy, Enhancement of impact performance of reinforced concrete beams without stirrups by adding steel fibers, *Con. Build. Mat.* 145 (2017) 166-182, <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2017.04.005>

[20] S. Saatci, Behaviour and modelling of reinforced concrete structures subjected to impact loads. 2007. PhD thesis. University of Toronto.

[21] K.H. Kishi, H. Mikami, K.G. Matsuoka, T. Ando, Impact behavior of shear-failure type RC beams without shear rebar, *Int. J. Impact Eng.* 27 (2002) 955-68, [https://doi.org/10.1016/S0734-743X\(01\)00149-X](https://doi.org/10.1016/S0734-743X(01)00149-X)

[22] W.J. Yi, D.B. Zhao, S.K. Kunnath, Simplified approach for assessing shear resistance of reinforced concrete beams under impact loads, *ACI Struct. J.* 113 (2016) no. 14 747-756, <https://doi.org/10.14359/51688617>

[23] D.B. Zhao, W.J. Yi, S.K. Kunnath, Numerical simulation and shear resistance of reinforced concrete beams under impact, *Eng. Struct.* 166 (2018) 387-401, <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.03.072>

[24] D.M. Cotsovos, S.D. Stathopoulos, C.A. Zeris, Behavior of RC beams subjected to high rates of concentrated loading, *J. Struct. Eng.* 134 (2008) no. 12 1839-1851, [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2008\)134:12\(1839\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2008)134:12(1839))

[25] D.M. Cotsovos, A simplified approach for assessing the load-carrying capacity of reinforced concrete beams under concentrated load applied at high rates, *Int. J. Impact Eng.* 37 (2010) 907-917, <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2010.01.005>

[26] K. Micallef, J. Sagaseta, J. M. Fernández Ruiz, A. Muttoni, Assessing punching shear failure in reinforced concrete flat slabs subjected to localised impact loading, *Int. J. Impact Eng.* 71 (2014) 17-33, <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2014.04.003>

[27] CEB-FIP. Model Code for concrete structures. 1991. Lausanne, Switzerland.

[28] N. Madjlessi, D.M. Cotsovos, M. Moatamedi, Drop-weight testing of slender reinforced concrete beams, *Struct. Concr.* 22 (2021) no. 4 2070-2088, <https://doi.org/10.1002/suco.202000395>

- [29] Spanish Ministry for Transportation, Mobility and Urban Planning. Código Estructural. Vol. III. Dimensionamiento y comprobación de estructuras de hormigón (Spanish code for structural concrete). 2021. Madrid, Spain.
- [30] C. Zanuy, G. Ulzurrun, Impact resisting mechanisms of shear-critical reinforced concrete beams strengthened with high-performance FRC, *Appl. Sciences* 10 (2020) 3154, <https://doi.org/10.3390/app10093154>
- [31] A. Nghiem, T.H.K. Kang, Drop-weight testing on concrete beams and ACI design equations for maximum and residual deflections under low-velocity impact, *ACI Struct. J.* 117 (2020) no. 2199-210, <https://doi.org/10.14359/51721316>
- [32] GOM. GOM Correlate 2018. Free version. 2018.
- [33] J. Leppänen, M. Johansson, P. Grassl, On the dynamic response of reinforced concrete beams subjected to drop weight impact, *Finite Elements in Analysis and Design* 180 (2020) 103438, <https://doi.org/10.1016/j.finel.2020.103438>
- [34] C. Zanuy, G. Ulzurrun, M. Curbach, Experimental determination of sectional forces in impact tests: application to composite RC-HPFRCC beams, *Eng. Struct.* 256 (2022) 114004, <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.114004>
- [35] M. Johansson, R. Rempling, G. Ulzurrun, C. Zanuy, Key aspects of digital image correlation in impact tests of reinforced concrete beams. IABSE 2019 Symposium Towards a resilient built environment - Risk and asset management. Guimaraes, Portugal. 2019:961-968, <https://doi.org/10.2749/guimaraes.2019.0961>
- [36] M.S. Kirugulige, H.V. Tippur, T.S. Denney, Measurement of transient deformations using digital image correlation method and high-speed photography: application to dynamic fracture, *Appl. Opt.* 46 (2007) no. 22 1-7, <https://doi.org/10.1364/AO.46.005083>
- [37] M. Hering, F. Bracklow, T. Kühn, M. Curbach, Impact experiments with reinforced concrete plates of different thicknesses, *Struct. Concr.* 21 (2019) no. 2 587-598, <https://doi.org/10.1002/suco.201900195>
- [38] T. Siebert, T. Becker, K. Splitthof, I. Neumann, R. Krupta, High-speed digital image correlation: error estimations and applications, *Opt. Eng.* 46 (2007) no. 5 1-7, <https://doi.org/10.1117/1.2741217>
- [39] T. Liu, T.H.K. Kang, A. Nghiem, Y. Xiao, Impact testing of reinforced concrete beams shear-strengthened with fiber-reinforced polymer wraps, *ACI Struct. J.* 117 (2020) no. 3 297-310, <https://doi.org/10.14359/51723497>
- [40] W. Fan, B. Liu, X. Huang, Y. Sun, Efficient modelling of flexural and shear behaviors in reinforced concrete beams and columns subjected to low-velocity impact loading, *Eng. Struct.* 195 (2019) 22-50, <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.05.082>
- [41] E. Bentz, F. Vecchio, M. Collins, Simplified modified compression field theory for calculating shear strength of reinforced concrete elements, *ACI Struct. J.* 103 (2006) no. 4 614-624, <https://doi.org/10.14359/16438>
- [42] G.S.D. Ulzurrun, Capacidad resistente de elementos lineales de hormigón armado reforzado con fibras bajo cargas de impacto. PhD thesis. Universidad Politécnica de Madrid 2019, <https://doi.org/10.20868/UPM.thesis.58074>
- [43] L.J. Malvar, C.A. Ross, Review of strain rate effects for concrete in tension, *ACI Mat. J.* 95 (1998) no. 6 735-739, <https://doi.org/10.14359/418>
- [44] L.J. Malvar, Review of static and dynamic properties of steel reinforcing bars, *ACI Mat. J.* 95 (1998) no. 5 609-616, <https://doi.org/10.14359/403>
- [45] K. Fujikake, B. Li, S. Soeun, Impact response of reinforced concrete beam and its analytical evaluation, *J. Struct. Eng.* 135 (2009) no. 8 938-950, [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0000039](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000039)
- [46] CEB (Euro-International Committee for Structural Concrete). Bulletin No. 187. Concrete structures under impact and impulsive loading. Lausanne, Switzerland: CEB, 1988.
- [47] M.A. Tarifa Crespo, Procesos de fractura dinámica en hormigón de alta resistencia. PhD thesis. Universidad de Castilla-La Mancha 2012.



# Predicción a largo plazo de la resistencia a cortante de vigas de hormigón armado basada en un modelo mecánico considerando la corrosión de la armadura

## *Long-Term Shear Strength of RC Beams Based on a Mechanical Model that Considers Reinforcing Steel Corrosion*

Alejandro Frontera<sup>a</sup> y Antoni Cladera<sup>b,\*</sup>

<sup>a</sup> Estudiante de Doctorado. Departamento de Ingeniería Industrial y Construcción. Universitat de les Illes Balears.

<sup>b</sup> Catedrático de Universidad. Departamento de Ingeniería Industrial y Construcción. Universitat de les Illes Balears.

Recibido el 12 de diciembre de 2023; aceptado el 22 de enero de 2024

### RESUMEN

La corrosión de los cercos, generalmente con un menor diámetro y recubrimiento, afecta significativamente la resistencia a cortante de los elementos de hormigón armado. Puesto que las roturas a cortante pueden provocar colapsos de carácter frágil, es necesario evitarlas durante toda la vida útil de la estructura. El *Compression Chord Capacity Model* (CCCM, modelo de capacidad de la cabeza comprimida) es un modelo mecánico que ha sido extendido recientemente para predecir la resistencia a cortante de elementos dañados por los efectos de la corrosión. Este trabajo combina la capacidad del modelo mecánico con los dos modelos de deterioro incluidos en el nuevo Código Estructural para evaluar la resistencia a cortante a largo plazo, permitiendo considerar tanto la corrosión por carbonatación como la inducida por iones cloruro. Finalmente, en el artículo se lleva a cabo un análisis paramétrico para explorar el efecto de los parámetros más influyentes en la degradación de la resistencia a cortante según los modelos utilizados y en función de diferentes clases de exposición.

©2024 Hormigón y Acero, la revista de la Asociación Española de Ingeniería Estructural (ACHE). Publicado por Cinter Divulgación Técnica S.L. Este es un artículo de acceso abierto distribuido bajo los términos de la licencia de uso Creative Commons (CC BY-NC-ND 4.0)

Traducido por los autores del artículo original publicado por Wiley en la revista *Structural Concrete*: Frontera A, Cladera A. Long-term shear strength of RC beams based on a mechanical model that considers reinforcing steel corrosion. *Structural Concrete*. 2023; 24(1): 25–40. <https://doi.org/10.1002/suco.202200428>

### ABSTRACT

Corrosion of stirrups (generally with small diameters and concrete covers) significantly affects the shear strength of reinforced concrete elements. As shear failures may lead to brittle collapses, hence the need to avoid them during structures' entire service life. The Compression Chord Capacity Model (CCCM), a shear mechanical model, was recently extended to predict the strength of corrosion-damaged beams by identifying the model parameters that could be most affected by steel corrosion. In this paper, the CCCM is combined with two material deterioration models included in the new Spanish Structural Code, and considers carbonation of concrete or chloride ions, to predict long-term shear strength evolution. Finally, a parametric analysis is carried out to explore the effect of the most influential parameters on shear strength degradation according to the used models and depending on different exposure classes.

©2024 Hormigón y Acero, the journal of the Spanish Association of Structural Engineering (ACHE). Published by Cinter Divulgación Técnica S.L. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons (CC BY-NC-ND 4.0) License

Translated by the authors from the original article published in the *Journal Structural Concrete*, published by Wiley. Frontera A, Cladera A. Long-term shear strength of RC beams based on a mechanical model that considers reinforcing steel corrosion. *Structural Concrete*. 2023; 24(1): 25–40. <https://doi.org/10.1002/suco.202200428>

\* Persona de contacto / *Corresponding author*.  
Correo-e / e-mail: [antoni.cladera@uib.es](mailto:antoni.cladera@uib.es) (Antoni Cladera)

Como citar este artículo: Frontera A, Cladera A. Predicción a largo plazo de la resistencia a cortante de vigas de hormigón armado basada en un modelo mecánico considerando la corrosión de la armadura. *Hormigón y Acero* 75 (302-303) 79-90. <https://doi.org/10.33586/hya.2024.3136>

## 1. INTRODUCCIÓN

El motivo principal del deterioro de estructuras de hormigón armado es la carbonatación y/o la presencia de iones cloruro que provocan el deterioro del acero [1], y que está probablemente influenciado por los efectos del cambio cli-

mático [2-5]. En estructuras de hormigón armado, la corrosión provoca una reducción del área seccional de las barras [6], afecta las propiedades mecánicas del acero [7] y puede deteriorar la adherencia entre el acero y el hormigón [8, 9].



Figura 1: Corrosión severa en un edificio abandonado junto al mar (Ballenera de Quintay, Chile).

Además, la expansión volumétrica de los productos de la corrosión causa tensiones de tracción que pueden llevar a la aparición de fisuras y, en ocasiones, al desconchado del recubrimiento [10] (ver figura 1). Como resultado de estos fenómenos, las reducciones en rigidez, adherencia, capacidad de anclaje y resistencias a flexión y cortante pueden afectar la seguridad de las estructuras hasta la posibilidad de ser motivo de colapso. Por ejemplo, el colapso del viaducto Polcevera (*Viadotto Polcevera*) en Génova en 2018, que había estado en servicio más de 50 años, fue probablemente producida por una combinación de corrosión y efectos provocados por la fatiga [11]. Un ejemplo más reciente es el colapso de un edificio en Surfside, Miami, en 2021. Análisis preliminares indican que las causas podrían ser el asentamiento de la cimentación, la corrosión de la armadura y problemas a largo plazo de impermeabilización [12].

La corrosión puede afectar a cualquier armadura dentro de los elementos de hormigón armado, pero los cercos son los elementos más susceptibles de sufrir las consecuencias de estos ataques debido a su menor recubrimiento y diámetro. En consecuencia, la corrosión de la armadura afecta principalmente la resistencia a cortante, que decaerá de forma más pronunciada que la resistencia a flexión. Por tanto, teniendo en cuenta que las roturas a cortante pueden ser de carácter frágil, la corrosión podría conducir a un cambio en el modo de rotura de las estructuras de hormigón armado, de flexión dúctil a rotura frágil por cortante.

Los modelos conceptuales que basan su análisis de la resistencia a cortante en principios mecánicos pueden ser fundamentales para evaluar el daño provocado por la corrosión, porque los parámetros que gobiernan el comportamiento y la resistencia estructural aparecen de forma natural en su desarrollo. Por tanto, estos modelos pueden ser adaptados considerando los aspectos diferenciales del nuevo contexto.

El *Compresion Chord Capacity Model* (CCCM) [13] es un modelo mecánico de resistencia a cortante orientado a proyecto basado en otro modelo analítico más complejo (el *Multi-Action Shear Model* (MASM) [14]). Ambos modelos han demostrado ser excepcionalmente versátiles al adaptarse a distintas situaciones ofreciendo resultados satisfactorios para elementos esbeltos de hormigón armado y pretensado con sección rectangular o en T [13], vigas no esbeltas [15], vigas de hormigón reforzadas con fibras de acero sin cercos [16], vigas reforzadas con barras de polímero reforzado con fibras (FRP) [17], vigas reforzadas externamente a cortante utilizando aleaciones con memoria de forma [18,19] y elementos de hormigón armado sometidos a cargas de fatiga [20]. Recientemente, el CCCM ha sido también validado para la predicción de la resistencia a cortante para vigas de

hormigón esbeltas, y no esbeltas, con armaduras corroídas [21]. Para ello, se identificaron los parámetros más susceptibles a verse afectados por la corrosión y fueron modificados consecuentemente. Los resultados de las predicciones fueron comparados con los resultados experimentales de 146 vigas esbeltas y no esbeltas que fallaron a cortante y en las que los cercos, y/o la armadura longitudinal, habían sido afectados por corrosión acelerada. Las predicciones fueron muy satisfactorias cuando se consideraron las reducciones de las áreas seccionales de la armadura de refuerzo y del ancho del alma de las vigas. Además, de forma preliminar, este modelo se combinó con un modelo de deterioro por carbonatación para estudiar la viabilidad de evaluar la resistencia a cortante a largo plazo de estas estructuras de hormigón armado [22].

En este artículo, el CCCM se ha utilizado para predecir la evolución de la resistencia a cortante de elementos de hormigón armado durante su vida útil considerando el deterioro a largo plazo. Para conseguirlo, se ha combinado el CCCM [21] con dos modelos de deterioro, un modelo de carbonatación y un modelo de penetración de cloruros, ambos incluidos en el nuevo Código Estructural [23]. Estos dos modelos de deterioro permiten calcular el período de iniciación, definido como el tiempo que transcurre entre la puesta en servicio de la estructura y el tiempo que tarda el agente agresivo en alcanzar la armadura de refuerzo y, por tanto, iniciarse la corrosión. También permiten calcular la propagación del deterioro gracias a la velocidad de corrosión proporcionada para cada tipo de clase de exposición, pudiendo calcular así la pérdida de sección de la armadura debida a la corrosión. Este trabajo también muestra cómo, combinando la reducción del área con la extensión del CCCM para vigas con armadura corroída [21], se puede lograr predecir la evolución de la resistencia a cortante a largo plazo. Esta nueva contribución al estado del conocimiento podría brindar una herramienta que ayudase a tomar decisiones en fase de proyecto, y en la evaluación de estructuras existentes, considerando siempre los altos niveles de incertidumbre ligados a cualquier predicción a largo plazo así como en función de la evolución de la resistencia a flexión (fuera del alcance de este artículo). Las limitaciones de los modelos utilizados se señalarán claramente en los apartados siguientes cuando sea necesario, tanto para los modelos de deterioro del material como para el modelo de resistencia a cortante utilizado. Por último, destacar que los trabajos experimentales con vigas deterioradas en la literatura científico-técnica no cubren completamente la vida útil de 50 o 100 años considerada en este artículo, especialmente para algunos ambientes agresivos.

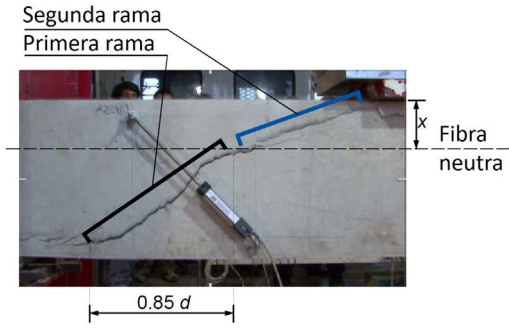


Figura 2. Definición de la fisura crítica a cortante.

## 2.

### EL COMPRESSION CHORD CAPACITY MODEL PARA VIGAS ESBELTAS DE HORMIGÓN ARMADO Y SU EXTENSIÓN CONSIDERANDO EFECTOS ESTRUCTURALES CAUSADOS POR LA CORROSIÓN

#### 2.1. El Compression Chord Capacity Model (CCCM)

Como se ha mencionado anteriormente, el CCCM es una versión simplificada de otro modelo que permite calcular la resistencia a cortante de elementos de hormigón armado o pretensado, que pueden, o no, contar con armadura a cortante. El modelo es válido para elementos de sección rectangular, en forma T o I, tanto para elementos esbeltos como no esbeltos. Con el fin de resumir, solamente se presentarán a continuación las ecuaciones para elementos de sección rectangular y vigas esbeltas, aun así, la metodología aplicada podría ser aplicada para cualquiera de los otros casos.

Las ecuaciones principales propuestas para el cálculo de la resistencia a cortante se presentan mediante las Ecuaciones (1)-(4):

$$V_R = V_{cu} + V_{su} \leq V_{max} \quad (1)$$

$$V_{cu} = 0.3 \zeta \frac{x}{d} f_{cm}^{2/3} b_w d \leq V_{cu, min} = 0.25 \left( \zeta K_c + \frac{20}{d_0} \right) f_{cm}^{2/3} b_w d \quad (2)$$

$$V_{su} = 1.4 \frac{A_{sw}}{s} f_{yw} (d-x) \cot \theta \quad (3)$$

$$V_{max} = \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cm} \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} \approx 0.25 f_{cm} b_w d \quad (4)$$

siendo  $V_{cu}$  y  $V_{su}$ , respectivamente, las contribuciones del hormigón y de los cercos a la resistencia a cortante,  $V_R$ . La contribución del hormigón depende de la profundidad de la fibra neutra,  $x/d$  y del factor de efecto tamaño y forma,  $\zeta$ . Ambos términos se definen en las Ecs. (5) y (6).

$$\frac{x}{d} = n \rho_l \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2}{n \rho_l}} \right) \approx 0.75 (n \rho_l)^{1/3} \quad (5)$$

$$\zeta = \frac{2}{\sqrt{1 + \frac{d_0}{200}}} \left( \frac{d}{a} \right)^{0.2} \leq 0.45 \quad d \text{ and } d_0 \text{ in mm} \quad (6)$$

Por otro lado, la contribución de la armadura a cortante,  $V_{su}$ , y la máxima resistencia a cortante dada por el agotamiento de las bielas comprimidas,  $V_{max}$ , dependen del ángulo de las bielas comprimidas,  $\theta$ , asumido en el modelo como igual a la

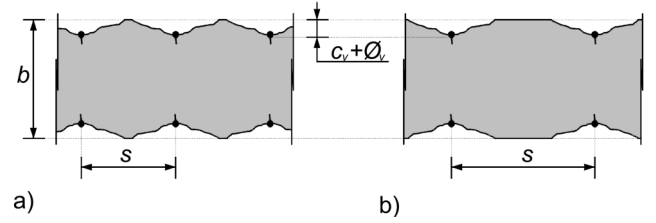


Figura 3. Vista esquemática del desconchado del hormigón en el alma de una viga debido a la corrosión. Adaptado de [10].

inclinación de la primera rama de la fisura crítica (figura 2) dada por la Ec. (7):

$$\cot \theta = \frac{0.85d}{d-x} \leq 2.5 \quad (7)$$

El resto de parámetros se pueden consultar en las anotaciones y en las referencias [13,21].

#### 2.2. Efectos estructurales de la corrosión: simplificación para extender el CCCM

La corrosión del acero puede afectar los mecanismos resistentes a cortante debido a la pérdida de sección del armado, la reducción de la anchura del alma por el desconchado del recubrimiento del hormigón, el deterioro de la adherencia entre el acero y el hormigón y, en algunos casos, la reducción del canto efectivo cuando el hormigón deteriorado es el de la cabeza comprimida debido a la corrosión del armado longitudinal de compresión y de los cercos. Estos efectos se han simplificado tal y como se muestra en [21], para considerarlos en el CCCM de la siguiente forma:

- 1) Armadura longitudinal: se considera solamente el área del armado restante tras la pérdida por corrosión. Esto afecta de manera importante a la profundidad de la fibra neutra,  $x/d$  (Ec. 5). El parámetro básico para medir el grado de deterioro de las barras de refuerzo es,  $\eta_{sv}$ . Este parámetro considera el área seccional de la armadura antes y después de sufrir el daño y puede obtenerse tal y como se muestra en la Notación. La diferencia entre el deterioro causado por la corrosión inducida por carbonatación o por iones cloruros se mostrará en la Sección 3.
- 2) La expansión de los productos de la corrosión puede provocar fisuras en el hormigón y llegar a causar el desprendimiento o desconchado del recubrimiento. Como se sugiere en [10], el ancho del alma  $b_w$  deberá ser sustituido por  $b_{eff, corr}$ , (término definido en las Ecs. (8-9) y representado en la figura 3), cuando los cercos presenten una pérdida de sección media superior al 10%. Nótese que las ecuaciones 8 y 9 fueron modificadas ligeramente por Cladera et al. [21] para mejorar la continuidad entre ambas.

$$b_{eff, corr} = b_w - 2(c_v + \phi_v) + \frac{s}{5.5} \quad \text{if } s \leq 5.5(c_v + \phi_v) \quad (8)$$

$$b_{eff, corr} = b_w - \frac{s}{5.5} (c_v + \phi_v)^2 \quad \text{if } s > 5.5(c_v + \phi_v) \quad (9)$$

- 3) Reducción del canto de la viga: en ocasiones puede ser necesario considerarlo, consecuentemente se tendrá que reducir el canto efectivo,  $d$ , cuando aparezca el desconchado del hormigón de la cabeza comprimida. En este artículo, este fenómeno se va a considerar, con motivos ilustrativos, solo en algunos casos reduciendo el canto efectivo de la viga de  $d$  a  $d_{c,v}$ . Consultar [24] para un proceso más preciso para estimar la reducción de  $b$  o  $d$ .
- 4) La reducción del área de la sección transversal de la armadura a cortante se contempla teniendo en cuenta únicamente el área restante de los cercos (a través de  $\eta_{w,sn}$ , la relación de pérdida de la sección del acero del alma) cuando se calcula la contribución de los cercos  $V_{stc}$ .

Un importante efecto estructural causado por la corrosión de la armadura es el cambio en las propiedades de adherencia entre en acero y el hormigón. La pérdida de la superficie de contacto entre ambos materiales por la corrosión y fisuración del hormigón provoca una pérdida de adherencia que, eventualmente, puede conducir a roturas a cortante debido a la pérdida del anclaje. Sin embargo, la capacidad de adherencia de las barras corroídas no se proporcionaba en las bases de datos utilizadas en la extensión del CCCM, por lo que este tipo de roturas no se consideraron en [21]. Del mismo modo, la reducción en la resistencia a compresión del hormigón fisurado tampoco fue tenida en cuenta en [21]. Consecuentemente, estos dos efectos no se consideran tampoco en este artículo, pero se trabajará para tener en cuenta estos efectos en futuros refinamientos del modelo.

### 2.3. Verificación experimental

La mayor parte de los ensayos sobre vigas corroídas publicados utilizaron vigas no esbeltas (cortas) por lo que son poco representativos de los elementos más habituales. Por este motivo, solo se han analizado aquí las vigas esbeltas (62 ensayos). Las vigas esbeltas incluidas en la base de datos se encuentran en [21] y en el Apéndice incluido en este artículo. A su vez, estos datos fueron originalmente presentados en [6, 25-29]. La tabla 1 resume el rango de las principales variables de los 62 ensayos incluidos en la base de datos. Todas las vigas tenían sección transversal rectangular. Nótese las pequeñas dimensiones de las vigas, que no son demasiado representativas de los elementos encontrados habitualmente en ingeniería civil. Por ejemplo,  $h$  es menor o igual a 350 mm para todas las vigas de la base de datos. Por este motivo, ajustar parámetros y coeficientes en función de esta base de datos debería ser evitado. En caso contrario, los modelos derivados empíricamente a partir de esta base de datos podrían ser inseguros para vigas de mayores dimensiones.

La figura 4 muestra la correlación entre los resultados empíricos y las predicciones. Si el daño por corrosión no se considera, el modelo presenta resultados muy inseguros (rombos negros). Sin embargo, las predicciones se corrigen satisfactoriamente si se tiene en cuenta la extensión del modelo presentada en la Sección 2.2 (valor medio de la ratio  $V_{test}/V_{pred}$  igual a 1.19 y coeficiente de variación de 21.98%). La reducción del canto se considera únicamente para las vigas severamente corroídas,  $\eta_{w,sn} > 75\%$ , de la referencia [6] (siendo  $\eta_{w,sn}$  el ratio de pérdida de sección de la armadura a cortante, ver la Notación para una definición más detallada). A pesar de los resultados razonablemente satisfactorios obtenidos al

comparar las predicciones de la resistencia a cortante usando la extensión del CCCM para vigas que han sufrido ataques por corrosión con los resultados empíricos para las vigas esbeltas incluidas en la base de datos, desarrollos futuros (fuera del alcance de este artículo) deberían incluir la consideración del deterioro de la adherencia [30, 31], la reducción de la resistencia a la compresión del hormigón fisurado y el cambio en las propiedades mecánicas de la barras corroídas [32, 33].

TABLA 1  
Rango de las variables de los 62 ensayos reportados en [21].

Parámetro	Unidad	Valor mínimo	Valor máximo
$b_w$	mm	120	200
$h$	mm	180	350
$f_{cm}$	N/mm <sup>2</sup>	22.5	50
$\rho_l$	%	1.77	3.27
$\rho_w$	%	0.10	0.52
$a/d$	-	2.5	4.7
$\eta_{l,sn}$	%	0	32
$\eta_{w,sn}$	%	0	97.2

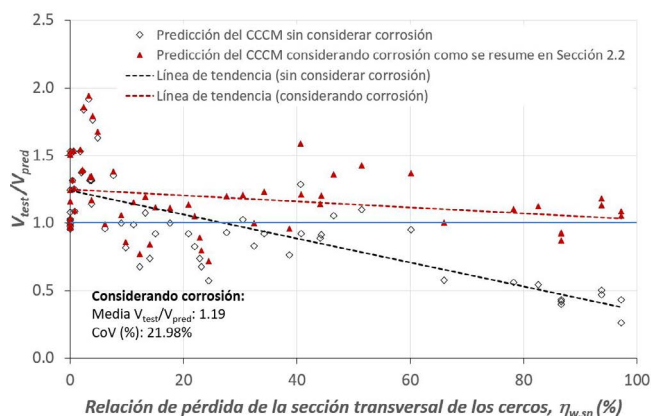


Figura 4. Correlación entre los resultados experimentales y las predicciones frente a la relación de pérdida de sección transversal de los cercos.

## 3. PREDICCIÓN DE LA RESISTENCIA A CORTANTE A LARGO PLAZO CONSIDERANDO EL DAÑO POR CORROSIÓN

El modelo anteriormente expuesto puede ser utilizado para predecir la evolución de la resistencia a cortante de las vigas durante su vida útil considerando el deterioro a largo plazo. Para ello, el CCCM debe ser combinado con modelos de deterioro.

El nuevo Código Estructural [23] propone un período de iniciación así como la variación del diámetro del armado debido a la corrosión en función de las distintas clases de exposición (tabla 2). Para ello, desarrolla dos modelos, uno para carbonatación y otro para penetración de cloruros. Ambos comparten la misma expresión que define la vida útil, Ec. (10):

$$t_{est} = t_{inic} + t_{prop} \quad (10)$$

Los términos  $t_{inic}$  y  $t_{prop}$  son, respectivamente, el tiempo que transcurre entre la puesta en servicio de la estructura hasta

TABLA 2

Clase de exposición y velocidad de corrosión según [23].

Tipo de ataque	Clase de exposición	Designación	Velocidad de corrosión $v_{corr}$ ( $\mu\text{m}/\text{año}$ )
Corrosión inducida por carbonatación	Seco o permanentemente húmedo	XC1	1
	Húmedo, raramente seco	XC2	4
	Humedad moderada	XC3	2
	Sequedad y humedad cíclicas	XC4	5
Corrosión inducida por cloruros de origen marino	Expuesto a aerosoles marinos, pero no en contacto directo con el agua de mar	XS1	20
	Sumergido permanentemente	XS2	4
	Zona de carrera de mareas afectadas por el oleaje o salpicaduras	XS3	50
Corrosión inducida por cloruros de origen no marino	Humedad moderada	XD1	35
	Húmedo, raramente seco	XD2	20
	Ciclos humedad y secado	XD3	35

que empieza la corrosión del acero, y el tiempo que transcurre desde este punto hasta que la pérdida de sección se considera inadmisibile. Además, la normativa proporciona dos opciones dependiendo de la exposición: si la clase de exposición es XC, debe usarse el cálculo para la corrosión debido a la carbonatación; en otros casos (XS y XD) se considera ataque por ion cloruro.

Nótese el aviso incluido en el Código Estructural sobre el uso de estos modelos: “En la mayoría de los casos, las investigaciones y estudios que dan apoyo a estos modelos están en plena fase de desarrollo y maduración, siendo previsible que se vayan produciendo avances significativos en los próximos años y ampliando el conocimiento sobre los procesos de degradación que actúan sobre el hormigón”. El mismo código propone, en sus comentarios, que dada la importancia de las consecuencias derivadas de una aplicación no adecuada de estas herramientas, es muy recomendable contar con la participación de un experto en la materia.

### 3.1. Estimación de la vida útil utilizando el modelo de carbonatación

El tiempo de iniciación para exposiciones XC (corrosión inducida por carbonatación, ver tabla 2) se define como  $t_{inic, desp}$ , Ec. (11), donde  $c$  es el recubrimiento mínimo de hormigón de la armadura analizada y  $k_{app, carb}$  es el coeficiente de carbonatación, cuyo valor se puede obtener a partir de la Ec. (12) si no es posible determinarlo experimentalmente según las recomendaciones detalladas en EN 12390-10 [34].

$$t_{inic, desp} = \left( \frac{c}{k_{app, carb}} \right)^2 \quad (11)$$

$$k_{app, carb} = c_{env} c_{air} a (f_{ck} + 8)^b \quad (12)$$

El parámetro  $c_{env}$  es el coeficiente de ambiente, que considera la influencia del contenido de humedad en la corrosión. Como se muestra en el código, el coeficiente vale 1 para hormigón protegido de la lluvia, 0.5 para hormigón expuesto a la lluvia, 0.3 para elementos de cimentación enterrados por encima del nivel freático y 0.2 para cimentaciones por debajo

del nivel freático. El parámetro  $c_{air}$  es el coeficiente de utilización de aireantes y vale 1 para contenidos de aire ocluido inferiores a 4.5% y 0.7 para contenidos iguales o superiores a 4.5%. Finalmente,  $a$  y  $b$  son parámetros adimensionales de ajuste que dependen del conglomerante, y en especial de las adiciones (cemento Portland:  $a = 1,800$  y  $b = -1.7$ ; cemento Portland + 28% de cenizas volantes:  $a = 360$  y  $b = -1.2$ ; cemento Portland + 9% humo de sílice:  $a = 400$  y  $b = -1.2$ ).

El tiempo de propagación del hormigón,  $t_{prop}$ , se define por la relación entre el acero perdido de una determinada sección y la velocidad de la corrosión ( $\mu\text{m}/\text{año}$ ). Así, la profundidad de penetración de la corrosión,  $\Delta\phi$ , puede ser obtenida para cualquier período de tiempo mediante la Ec. (13):

$$\Delta\phi = t_{corr} v_{corr} \quad (13)$$

En el caso de carbonatación del hormigón, la corrosión del acero será homogénea y la reducción de la sección del acero tendrá lugar como se representa en la figura 5, considerando  $\Delta\phi$  según la Ec. 13. El valor de la velocidad de corrosión,  $v_{corr}$  expresado en  $\mu\text{m}/\text{año}$ , se presenta en la tabla 2 en función de la clase de exposición. El parámetro  $t_{corr}$  es el tiempo, en años, que ha transcurrido desde el momento de inicio de la corrosión hasta el instante estudiado.

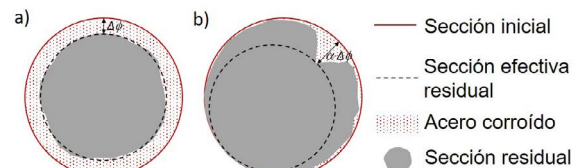


Figura 5. Sección residual de una armadura (adaptado de [24]). a) Corrosión homogénea. b) Picadura ( $\alpha \leq 10$ ).

La figura 6 muestra la evolución a largo plazo de la resistencia a cortante para una viga sometida a carbonatación, no solo para ilustrar la viabilidad del enfoque propuesto, sino también para mostrar como la velocidad de corrosión afecta

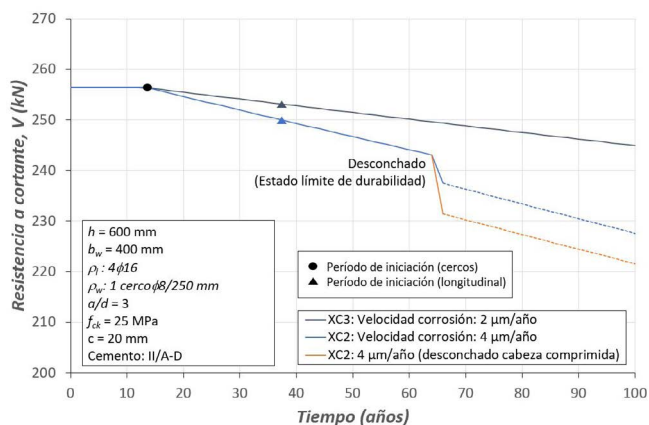


Figura 6. Ejemplo de la reducción de la resistencia a cortante de una viga de referencia para clases de exposición XC, incluyendo dos opciones para el desprendimiento del hormigón (en azul el hormigón afectado es del alma, en naranja se considera el daño del hormigón del alma y de la cabeza comprimida).

a la predicción. La resistencia a cortante de la viga intacta se calcula de acuerdo con el CCCM (Ecs. (1-7)). El período de iniciación de la corrosión, tanto para los cercos como para la armadura longitudinal, se obtiene mediante las Ecs. (11) y (12). Después del inicio de la corrosión, la ecuación. (13) permite determinar la profundidad de penetración del ataque por corrosión en cualquier instante. De nuevo, las ecuaciones (1-7) sirven para obtener la resistencia a cortante de la viga deteriorada, pero ahora considerando solo el área transversal restante de las armaduras tras la corrosión, tal y como se ha indicado en la Sección 3. En el caso mostrado en la figura 6 para la situación con la mayor velocidad de corrosión (4  $\mu\text{m}/\text{año}$ , equivalente a la clase de exposición XC2) se producirá el desconchado del hormigón cuando los cercos presenten una pérdida de sección promedio equivalente al 10%. En ese instante, la figura 6 presenta dos posibles escenarios distintos. En el primero de ellos, representado por una línea azul, el desconchado del hormigón del alma de la viga se considera según las Ecs. (8) y (9), tal y como se sugiere en [10]. En el segundo escenario, representado por una línea naranja en la figura 6, combina tanto el desconchado del hormigón del recubrimiento del alma y de la cabeza comprimida. En esta segunda opción, de forma simplificada, la resistencia a cortante se ha calculado considerando una disminución del canto efectivo de la viga, del canto original  $d$  hasta  $d-c$  para el elemento deteriorado, considerando para ello el desconchado del recubrimiento del hormigón de la cabeza comprimida debido a la corrosión de los cercos (no se ha considerado el efecto de la armadura longitudinal a compresión corroída, que podría ser relevante dependiendo del diámetro y número de barras). El segundo escenario (línea naranja) produce un descenso más pronunciado en la resistencia a cortante en ese instante. Dependiendo de la exposición de cada elemento se debería considerar la primera o la segunda opción.

Es preciso remarcar que este modelo tiene margen de mejora, como por ejemplo incrementar la velocidad de corrosión después del desprendimiento del hormigón, efecto que no se considera en este estudio (líneas azules y naranjas discontinuas en la figura 6). Del mismo modo, se podrían tener en cuenta diferentes enfoques para definir el inicio del descon-

chado. Por ejemplo, el Código Estructural [23] considera que el tiempo transcurrido desde el inicio de la corrosión hasta la fisuración del recubrimiento de hormigón se puede obtener por la Ec. (14):

$$t_{fis,corr} = \frac{80 \cdot c}{\phi \cdot v_{corr}} \quad (14)$$

En el caso estudiado en la figura 6 para la clase de exposición XC2, la Ec. (14) proporciona, considerando la influencia de los cercos, un valor  $t_{fis,corr} = 50$  años ( $c=20$  mm,  $\phi=8$  mm y  $v_{corr}=4$   $\mu\text{m}/\text{años}$ ). Este valor es más conservador que el valor de 64 años obtenido al considerar que el desconchado se produce cuando la pérdida de sección promedio de los cercos es igual al 10% (ver figura 6).

### 3.2. Estimación de la vida útil utilizando el modelo de ataque por cloruros

Para elementos estructurales sometidos a clases de exposición XS y XD, el avance de los cloruros no se establece como un frente (a diferencia de lo que ocurre en la corrosión por carbonatación). En el Código Estructural, el contenido límite de iones cloruro en el hormigón,  $C_{th}$ , que provoca el inicio de la corrosión en la armadura, expresado en porcentaje del peso de cemento y definido a una profundidad  $c$ , expresada en mm, y a una edad  $t$ , expresada en años, vale:

$$c_{th} = c_b + (c_s - c_b) \left[ 1 - \text{erf} \left( \frac{c}{\sqrt{2} D_{app,c}(t) t} \right) \right] \quad (15)$$

El parámetro  $C_b$  es el contenido de cloruros aportado por los materiales utilizados en la fabricación del hormigón, expresado en porcentaje sobre el peso de cemento, calculado según la Ec. (16), en la que  $C_{b,i}$  es el contenido de iones cloruros en cada uno de los materiales componentes.

$$C_b = \sum_{i=1}^n C_{b,i} \quad (16)$$

$C_s$  es el contenido de cloruros que se encuentra en la superficie del hormigón, expresada en porcentaje del peso de cemento. A falta de información específica adicional,  $C_s$  (expresado como porcentaje sobre el peso de hormigón) vale 0.25 para exposiciones XS1 próximas a la zona de salpicaduras, y 0.15 para otros casos de exposición XS1 siempre que la distancia a la costa sea menor a 5 km.  $C_s$  es igual a 0.4 para clases XS2, XD1, XD2, y XD3 y, finalmente, igual a 0.5 para exposiciones XS3. Estos valores están expresados como porcentaje sobre el peso del hormigón. Para convertirlos se toma 2300  $\text{kg}/\text{m}^3$  como densidad del hormigón y 300 kg (si no se ha especificado otro valor) como masa de cemento por metro cúbico de hormigón.

El parámetro  $c$  es el recubrimiento de hormigón, y  $t$  es el tiempo de iniciación de la corrosión,  $t_{mic}$ , calculado por la Ec. (10). Finalmente,  $D_{app,c}(t)$  es el coeficiente de difusión de cloruros aparente, expresado como  $\text{mm}^2/\text{año}$ , a la edad  $t$ , obtenido experimentalmente. En la fase de proyecto para hormigones en clase de exposición XS3 se puede obtener mediante la Ec. (17). En este artículo, esta ecuación se ha utilizado para cualquier clase de exposición XS.

$$D_{app,c}(t) = k_e \cdot D_{app,c}(t_0) \left( \frac{t_0}{t} \right)^n \quad (17)$$

TABLA 3.

Valores indicativos del coeficiente de difusión de cloruros,

$D_{app,c}(t_0)$ , valores a  $t_0 = 28$  días según [23].

Tipo de conglomerante	relación $(a/c)_{eq}$ (*)			
	0.35	0.40	0.45	0.50
CEM I	-	8.9	10.0	15.8
CEM II/B-V, CEM I con adición de más del 22% de cenizas volantes	-	5.6	6.9	9.0
CEM I con adición de humo de sílice por encima del 5%	4.4	4.8	-	-
CEM III/B	-	1.4	1.9	2.8

(\*) La relación agua/conglomerante efectiva  $(a/c)_{eq}$  se obtendrá considerando tanto el contenido de clinker, como los de las adiciones, ponderados en este caso por sus correspondientes coeficientes de eficacia.

TABLA 4.

Tipos de cemento recomendados según la clase de exposición según [23].

Clase de exposición	Tipo de proceso	Cementos recomendados
XC	Corrosión de las armaduras de origen diferente de los cloruros	CEM I, cualquier CEM II (preferentemente CEM II/A), CEM III/A, CEM IV/A.
XS(*)	Corrosión de las armaduras por cloruros de origen marino	Muy adecuados los cementos CEM II/S, CEM II/V (preferentemente los CEM II/B-V), CEM II/P (preferentemente los CEM II/B-P), CEM II/A-D, CEM III, CEM IV (preferentemente los CEM IV/A) y CEM V/A.
XD	Corrosión de las armaduras por cloruros de origen no marino	Preferentemente, los CEM I y CEM II/A y, además, los mismos que para la clase de exposición XS.

(\*) En esta clase de exposición es necesario el empleo de cementos que cumplan las prescripciones relativas a la característica adicional de resistencia al agua de mar (MR).

$D_{app,c}(t_0)$  es el coeficiente de difusión de cloruros aparente a la edad  $t_0 = 28$  días. La norma EN 12390-11 [35] sugiere ensayar específicamente este valor, sin embargo, en el caso de no disponer de él, [23] ofrece los valores alternativos presentados en la tabla 3 dependiendo del tipo de cemento utilizado.  $n$  es el coeficiente de envejecimiento; de nuevo, si no es posible obtener el valor experimentalmente, el Código Estructural presenta los siguientes valores (para XS2 y XS3, utilizadas en este documento también para XS1): 0.3 para CEM I con una relación  $a/c$  entre 0.4-0.5, y 0.5 para otros casos.

Como complemento a la tabla 3, la referencia [23] ofrece también instrucciones que recomiendan el tipo de cemento para cada clase de exposición (resumido en la tabla 4 de este artículo).

Dependiendo de la temperatura media ambiental,  $T_{real}$  expresada en °C, se puede obtener  $k_e$  mediante la Ec. (18):

$$k_e = e^{4800 \left( \frac{1}{293} - \frac{1}{273 + T_{real}} \right)} \quad (18)$$

El límite en el contenido de cloruros  $C_{th}$  que marca el inicio de la corrosión también se establece en el Código Estructural como igual a 0.60 (% sobre peso de cemento) para XS1, XS3, XD1 y XD2, y en 0,80 para XS2 y 0.40 para XD3. Para ar-

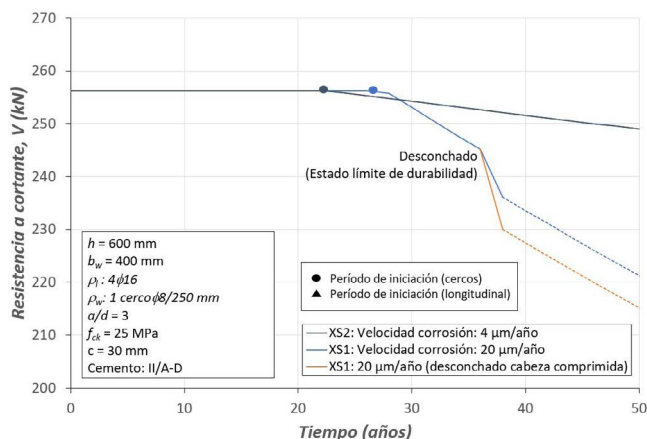


Figura 7. Ejemplo de la reducción de la resistencia a cortante de una viga de referencia para las exposiciones marinas XS1 y XS2, incluyendo dos opciones para el desprendimiento del hormigón (en azul el hormigón afectado es del alma, en naranja se considera el daño del hormigón del alma y de la cabeza comprimida). Coeficiente de picadura  $\alpha = 2$  considerado en los cálculos (ver figura 5).

maduras activas, el valor límite del contenido de cloruros a la altura de la armadura de pretensado será  $C_{th} = 0.30$  en el caso general y 0.20 para la clase de exposición XD3. Por lo tanto, el objetivo es establecer el tiempo  $t$  en la Ec. (15) a partir del cual el contenido de cloruros alcanza el valor umbral  $C_{th}$ .

Como anteriormente en el modelo de carbonatación, la Ec. (13) permite calcular la profundidad de penetración de la corrosión,  $\Delta\phi$ , que a su vez permitirá obtener el área de armadura remanente tras la pérdida de sección transversal por los efectos de la corrosión. Las Ecs. (1-4) permitirán calcular la evolución de la resistencia a cortante a través del tiempo. La figura 7 muestra los resultados de una viga expuesta a ambientes marinos XS, considerando en este caso una vida útil de proyecto de 50 años debido a la mayor incertidumbre ligada al deterioro en ambientes marinos. El ejemplo de la figura 7 muestra como el recubrimiento en elementos permanentemente sumergidos (XS2) no llega al punto de desconcharse. Contrariamente, el ejemplo indica que el mismo elemento ubicado en una zona de salpicaduras sufre un descenso mucho más rápido de la resistencia a cortante. Una vez más, la pérdida de sección transversal del 10% marca el uso de las Ecs. (8)-(9), utilizadas para evaluar la disminución de la resistencia a cortante cuando sí se produce la fisuración del hormigón del recubrimiento. En la figura 7, de forma similar al caso visto de la figura 6, aparece una comparación entre distintos modos de considerar el desconchado, con una línea azul, considerando solo el desconchado del alma lateral, y con una línea naranja, considerando tanto el desconchado del alma lateral como el de la cabeza comprimida.

Nótese que el Código Estructural no define claramente el modo en el que han de tenerse en cuenta los efectos de las picaduras localizadas en elementos afectados por los ataques de la corrosión inducida por cloruros. Sin embargo, según [24], la profundidad de la penetración del ataque puede estimarse igual a  $\alpha \cdot \Delta\phi$  (ver figura 5.b), donde  $\alpha$  es un coeficiente que depende del tipo de ataque y que puede alcanzar valores de hasta 10 cuando la corrosión es altamente localizada (pitting). En este artículo se considera  $\alpha = 2$ , lógicamente el uso de un valor mayor produciría una reducción más rápida de la resistencia. El hecho de considerar  $\alpha = 2$  provoca que,

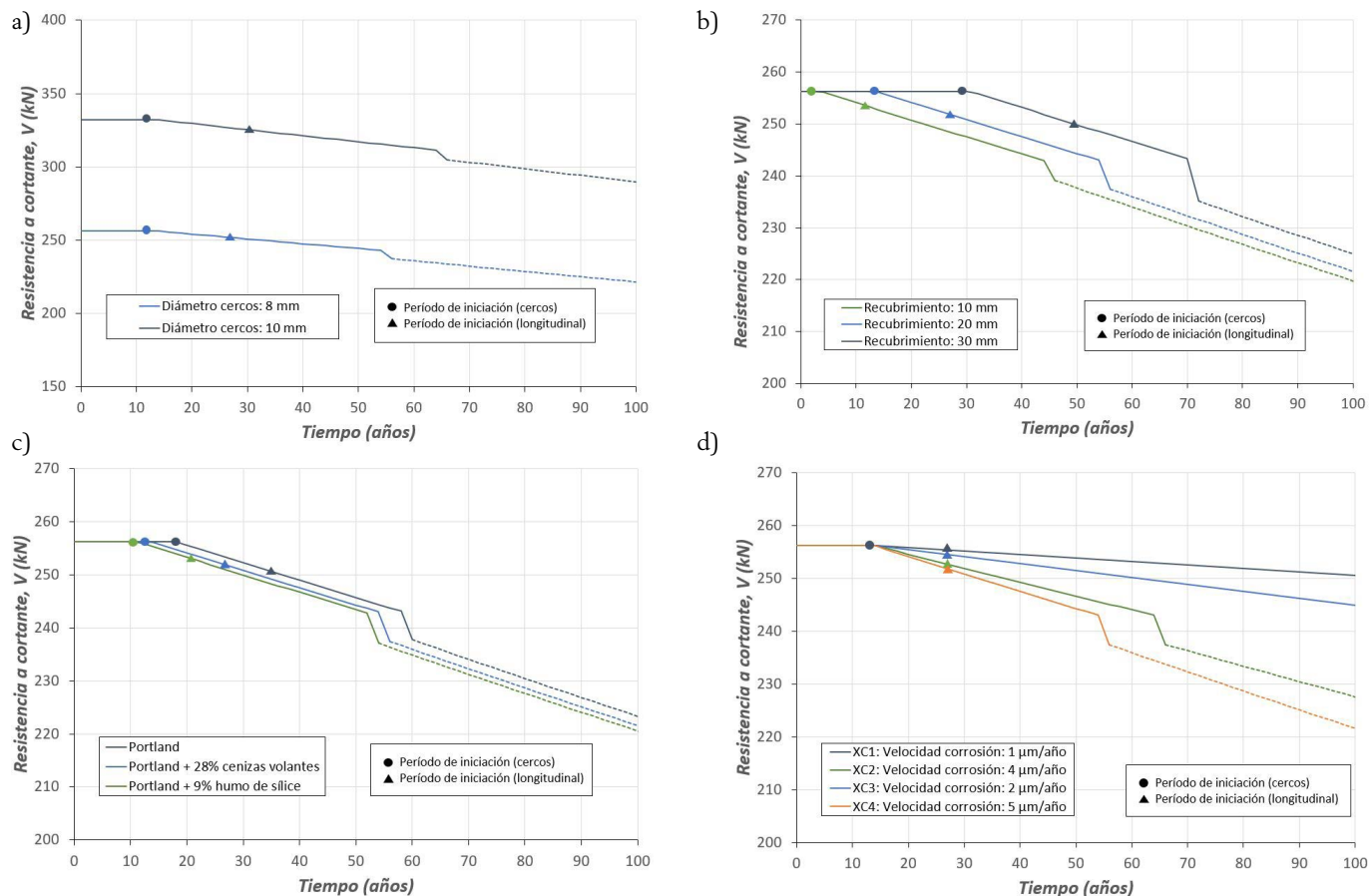


Figura 8. Predicción a largo plazo de la resistencia a cortante para corrosión inducida por carbonatación y exposición XC4. a) Efecto de diferentes diámetros. b) Importancia del recubrimiento sobre el periodo de iniciación. c) Variación del periodo según conglomerante. d) Variación de la resistencia a cortante según velocidad de corrosión. ( $c = 20$  mm,  $h = 600$  mm,  $b_w = 400$  mm,  $\rho_l = 4\phi 16$ ,  $\rho_w = 1\phi 8/250$  mm ( $1\phi 10/250$  mm en figura a) cuando el diámetro del cerco es 10 mm),  $f_{ck} = 25$  MPa)

para la misma velocidad de corrosión (por ejemplo,  $4 \mu\text{m/año}$ , correspondiente a clases de exposición XC2 y XS2, ver tabla 2), la sección transversal residual efectiva (ver figura 5) disminuirá al mismo ritmo para la corrosión causada por la carbonatación que para corrosión por iones cloruro. Para más información acerca de la reducción del área de la armadura de barras sometidas a corrosión localizada (*pitting*) se recomienda consultar la referencia [24]. Se debe considerar también que el modelo aquí utilizado para la penetración de cloruros no considera el efecto de la fisuración del hormigón. En [36] se presenta, aplica y analiza más información relacionada con diferentes enfoques sobre cómo extender las ecuaciones de penetración de cloruros en hormigón fisurado.

#### 4. ANÁLISIS PARAMÉTRICO PARA MOSTRAR LA VIABILIDAD DE PREDECIR LA RESISTENCIA A CORTANTE A LARGO PLAZO SEGÚN LOS MODELOS UTILIZADOS

La capacidad del CCCM en combinación con los dos modelos de deterioro para adaptarse a distintas condiciones para predecir la resistencia a cortante a largo plazo se muestra mediante los ejemplos de las figuras 8 y 9. Nótese que en estos ejemplos no se ha considerado la posibilidad de desprendimiento del hormigón de la cabeza comprimida, previéndose únicamente el

desconchado del recubrimiento de hormigón del alma.

La figura 8 muestra el efecto de distintos parámetros en la evolución de la resistencia a cortante debido a la corrosión de los cercos por carbonatación del hormigón. Por ejemplo, en el caso de la figura 8.a se observa el efecto del diámetro de los cercos en clases de exposición XC4 (corrosión por carbonatación con sequedad y humedad cíclicas). Aunque la evolución es similar, un mayor diámetro implica un mayor periodo de tiempo hasta que la pérdida de sección transversal alcanza un 10% (el valor considerado en este artículo a partir del cual se considera que se produce el desconchado de hormigón del recubrimiento). La figura 8.b sirve para demostrar la gran influencia que tiene el recubrimiento de hormigón,  $c$ , y la figura 8.c muestra la influencia de las adiciones utilizadas y sus efectos en la durabilidad. Finalmente, en el caso expuesto en la figura 8.d puede verse la importancia de la velocidad de corrosión,  $v_{corr}$ , para clases de exposición XC ( $1 \mu\text{m/año}$  para XC1,  $4 \mu\text{m/año}$  para XC2,  $2 \mu\text{m/año}$  para XC3,  $5 \mu\text{m/año}$  para XC4). Bajo las mismas condiciones, el modelo predice el desconchado del hormigón del recubrimiento para las clases de exposición XC2 y XC4 debido a su mayor velocidad de corrosión.

Por otro lado, la figura 9 resume el efecto de los distintos parámetros que afectan la evolución de la resistencia a cortante a largo plazo por corrosión inducida por penetración de iones de cloruro. En este caso, el modelo presentado en la Sección 3.2 cuenta con más parámetros a ser contemplados,



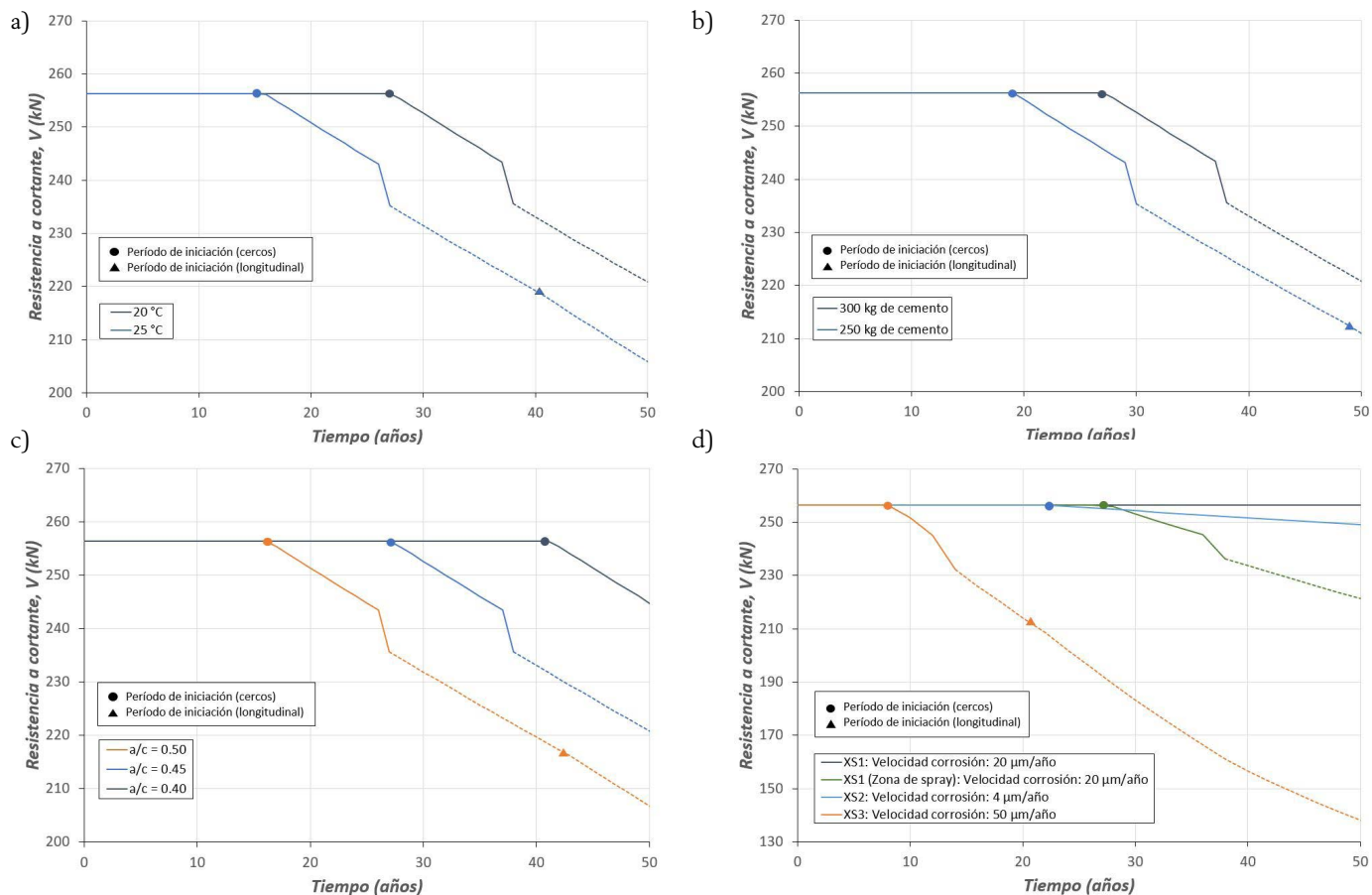


Figura 9. Predicción a largo plazo de la resistencia a cortante para elementos sometidos a los efectos de la corrosión inducida por iones cloruros. a) Efecto de diferentes temperaturas en el período de iniciación. b) Efecto del contenido de cemento. c) Impacto de la relación  $a/c$ . d) Influencia de las distintas clases de exposición XS. ( $c = 30$  mm,  $h = 600$  mm,  $b_w = 400$  mm,  $\rho_l = 4\phi 16$ ,  $\rho_w = 1\phi 8/250$  mm,  $f_{ck} = 25$  MPa, coeficiente de picadura  $\alpha = 2$  considerado para los cálculos, ver figura 5).

como el efecto de la temperatura, del contenido de cemento, la relación agua/cemento,  $a/c$ , o la naturaleza de las adiciones. Por ejemplo, la figura 9.a demuestra como una temperatura media más elevada acorta el período de iniciación. Se podría obtener un resultado similar al utilizar un menor contenido de cemento (figura 9.b).

La figura 9.c compara las predicciones para distintas relaciones  $a/c$ : a menor relación  $a/c$ , mayores períodos de iniciación y, consecuentemente, más protegido estará el elemento frente a la corrosión.

Por último, la clase de exposición define la velocidad de corrosión (como se ha definido en la tabla 2), pero también condiciona el contenido de cloruros en la superficie del hormigón. La figura 9.d representa la iniciación de la corrosión y la disminución de la resistencia a cortante para vigas idénticas expuestas a diferentes ambientes marinos. Si la clase de exposición es XS1 (expuesto a aerosoles marinos, pero no en contacto directo con el agua del mar) y está fuera de la zona de spray, el período de iniciación es mayor que 100 años; para XS1 dentro de la zona de spray (mayor  $C_s$ ) el período de iniciación es de 27 años; finalmente para XS2 (sumergido permanentemente en agua de mar) y XS3 (zona de carrera de mareas, afectadas por el oleaje o salpicaduras), el período de iniciación es de 22 y 9 años. Además, debido a las altas velocidades de corrosión en ambientes XS3, el desprendimiento del hormigón del recubrimiento aparece antes. El caso particular representado por la línea naranja en la figura 9.d (XS3, zona de carrera de mareas o

salpicaduras) claramente sería un caso de diseño no aceptable: un recubrimiento demasiado pequeño ( $c = 30$  mm) y una resistencia a compresión del hormigón baja ( $f_{ck} = 25$  N/mm<sup>2</sup>) para un ambiente muy agresivo. Se debe tener en cuenta que para los diferentes casos representados en la figura 9, el período de inicio de la corrosión del armado longitudinal aparece después del desprendimiento del hormigón del recubrimiento. Los modelos de durabilidad incluidos en el Código Estructural limitan la vida útil al instante del desprendimiento del revestimiento (o la fisuración del recubrimiento). Por lo tanto, los resultados más allá de ese punto, marcados con líneas discontinuas en las figuras 6-9, están en realidad más allá del límite de aplicabilidad del modelo en esta etapa de desarrollo.

## 5. CONCLUSIONES

La aplicación conjunta del CCCM con dos modelos de deterioro incluidos en el Código Estructural, un modelo de carbonatación y un modelo corrosión inducida por iones cloruro, permite predecir, por primera vez, la evolución de la resistencia a cortante a largo plazo. Además, se ha mostrado la capacidad de proporcionar predicciones razonables bajo diversas circunstancias a pesar de las simplificaciones realizadas, como no considerar el deterioro de la adherencia entre el acero corroído y el hormigón o la reducción de la resistencia a compresión del hormigón

fisurado de la cabeza comprimida. Se han presentado distintos casos de estudio en los que se puede comparar la evolución de la resistencia a cortante bajo distintos escenarios. En base a los resultados, se han obtenido las siguientes conclusiones:

1. El CCCM presenta predicciones satisfactorias de la resistencia a cortante de vigas con cercos y/o armaduras longitudinales corroídas al compararlas con resultados empíricos.
2. Los dos modelos de deterioro considerados para la carbonatación del hormigón carbonatado o la corrosión inducida por ion cloruro tienen en cuenta un número considerable de parámetros para calcular el período de iniciación de la corrosión y, dependiendo de la clase de exposición, definen diferentes velocidades de corrosión para la propagación de la corrosión. La combinación del período de iniciación y la propagación de la corrosión permite obtener la pérdida de sección transversal de la armadura en cualquier instante de tiempo considerado.
3. Las picaduras localizadas por iones de cloruro (*pitting*) pueden producir reducciones rápidas de las secciones residuales efectivas de la barra (ver [figura 5](#)). En este trabajo se ha considerado el coeficiente de picadura  $\alpha = 2$ , aunque en la literatura científico-técnica se han propuesto valores hasta 10, como se ha comentado anteriormente.
4. La predicción de la pérdida de la sección transversal de la armadura, combinada con el CCCM, permite realizar predicciones preliminares de la evolución de la resistencia a cortante a largo plazo para diferentes clases de exposición.
5. Los modelos de deterioro considerados todavía no permiten todas las combinaciones posibles de clases de exposición y, en ocasiones, sería necesario obtener experimentalmente algunos parámetros importantes.

Finalmente, cabe señalar que tanto la resistencia a cortante como el deterioro del armado se tratan como valores deterministas en este artículo. Sin embargo, principalmente debido a la alta incertidumbre que conlleva el proceso de corrosión de la armadura de refuerzo, esta investigación debería ampliarse para considerar variables y modelos clave desde una perspectiva probabilística. Además, para la aplicación práctica real, sería necesario combinar las predicciones de resistencia a cortante a largo plazo presentadas en este artículo con predicciones de resistencia a flexión, también a largo plazo, con el objetivo de evitar un posible cambio en el modo de rotura de los elementos de hormigón armado durante toda la vida útil de la estructura, pasando de una rotura por flexión dúctil a una rotura frágil a cortante.

### Agradecimientos

Los autores desean agradecer los proyectos PID2021-123701OB-C22 y RTI2018-099091-B-C22 financiados por MCIN/AEI/10.13039/501100011033 y por FEDER-Una manera de hacer Europa. También agradecemos al Dr. Antonio Marí, al Dr. Carlos Ribas y al Dr. Joaquín Ruiz por su ayuda en el desarrollo de la primera etapa de esta investigación, que se resume en [22] y se presentó en el congreso CACRCS Days 2021 (organizado por CTE y fib). Asimismo, queremos expresar nuestro agradecimiento a la Dra. Imma Estrada por ceder nos la fotografía de la [figura 1](#) (Ballenera de Quintay, Chile).

### Referencias

- [1] Pacheco-Torgal F, Melchers RE, Shi X, De Belie N, Van Tittelboom K, Sáez A. Eco-efficient Repair and Rehabilitation of Concrete Infrastructures. Eco-Efficient Repair Rehabil Concr Infrastructures 2018;1:–757. doi:10.1016/C2016-0-04100-1.
- [2] Stewart MG, Wang X, Nguyen MN. Climate change impact and risks of concrete infrastructure deterioration. Eng Struct 2011;33:1326–37. doi:10.1016/J.ENGSTRUCT.2011.01.010.
- [3] Bastidas-Arteaga E, Stewart MG. Damage risks and economic assessment of climate adaptation strategies for design of new concrete structures subject to chloride-induced corrosion. Struct Saf 2015;52:40–53. doi:10.1016/J.STRUSAFE.2014.10.005.
- [4] Rózsás Á, Kovács N, Vigh LG, Sýkora M. Climate change effects on structural reliability in the Carpathian Region. Q J Hungarian Meteorol Serv n.d.;120:103–25.
- [5] Eklou SO. Implications of global CO2 emissions on natural carbonation and service lifespan of concrete infrastructures – Reliability analysis. Cem Concr Compos 2020;114. doi:10.1016/j.cemconcomp.2020.103744.
- [6] Rodríguez J, Ortega LM, Casal J. Load carrying capacity of concrete structures with corroded reinforcement. Constr Build Mater 1997;11:239–48. doi:10.1016/S0950-0618(97)00043-3.
- [7] Fernández I, Bairán JM, Mari AR. Corrosion effects on the mechanical properties of reinforcing steel bars. Fatigue and  $\sigma$ - $\epsilon$  behavior. Constr Build Mater 2015;101:772–83. doi:10.1016/j.conbuildmat.2015.10.139.
- [8] Al-Sulaimani GJ, Kaleemullah M, Basunbul IA, Rasheeduzzafar. Influence of corrosion and cracking on bond behavior and strength of reinforced concrete members. ACI Struct J 1990;87:220–31. doi:10.14359/2732.
- [9] Alonso C, Andrade C, Rodríguez J, Díez JM. Factors controlling cracking of concrete affected by reinforcement corrosion. Mater Struct Constr 1996;31:435–41. doi:10.1007/bf02480466.
- [10] Higgins C, Farrow WC, Potisuk T, Miller TH, Yim SC, Holcomb GR, et al. Shear Capacity Assessment of Corrosion-Damaged Reinforced Concrete Beams. No. FHWA-OR-RD-04-06. Oregon. Dept. of Transportation. Research Unit, 2003.
- [11] Calvi GM, Moratti M, O'Reilly GJ, Scatreggia N, Monteiro R, Malomo D, et al. Once upon a Time in Italy: The Tale of the Morandi Bridge. Struct Eng Int 2019;29:198–217. doi:10.1080/10168664.2018.1558033.
- [12] Lu X, Guan H, Sun H, Li Y, Zheng Z, Fei Y, et al. A preliminary analysis and discussion of the condominium building collapse in surfside, Florida, US, June 24, 2021. Front Struct Civ Eng 2021. doi:10.1007/s11709-021-0766-0.
- [13] Cladera A, Mari A, Bairán JM, Ribas C, Oller E, Duarte N. The compression chord capacity model for the shear design and assessment of reinforced and prestressed concrete beams. Struct Concr 2016;17:1017–32. doi:10.1002/suco.201500214.
- [14] Mari A, Bairán J, Cladera A, Oller E, Ribas C. Shear-flexural strength mechanical model for the design and assessment of reinforced concrete beams. Struct Infrastruct Eng 2015;11:1399–419. doi:10.1080/15732479.2014.964735.
- [15] Bairán JM, Mendiña R, Mari A, Cladera A. Shear strength of non-slender reinforced concrete beams. ACI Struct J 2020;117:277–89. doi:10.14359/51721369.
- [16] Mari A, Spinella N, Recupero A, Cladera A. Mechanical model for the shear strength of steel fiber reinforced concrete (SFRC) beams without stirrups. Mater Struct Constr 2020;53. doi:10.1617/s11527-020-01461-4.
- [17] Mari A, Cladera A, Ribas C, Oller E, Bairán J. Simplified Multi-Action Shear Model for Plain or Steel Fibre Reinforced Concrete Beams Longitudinally Reinforced with Steel or FRP Bars. Towar. a Ration. Underst. Shear beams slabs - fib Bull. 85, 2018, p. 260–73.
- [18] Rius JM, Cladera A, Ribas C, Mas B. Shear strengthening of reinforced concrete beams using shape memory alloys. Constr Build Mater 2019;200:420–35. doi:10.1016/j.conbuildmat.2018.12.104.
- [19] Montoya-Coronado LA, Ruiz-Pinilla JG, Ribas C, Cladera A. Experimental study on shear strengthening of shear critical RC beams using iron-based shape memory alloy strips. Eng Struct 2019;200:109680. doi:10.1016/j.engstruct.2019.109680.
- [20] Cladera A, Ribas C, Oller E, Mari A. Shear fatigue strength of reinforced concrete members without transverse reinforcement according to the compression chord capacity model. Eng Struct 2020;211. doi:10.1016/j.engstruct.2020.110495.
- [21] Cladera A, Mari A, Ribas C. Mechanical model for the shear strength prediction of corrosion-damaged reinforced concrete slender and non slender beams. Eng Struct 2021;247:113163. doi:10.1016/J.ENGSTRUCT.2021.113163.

- [22] Cladera A, Frontera A, Ribas C, Ruiz-Pinilla JG, Mari A. Mechanical model for the long-term shear strength prediction of corrosion-damaged reinforced concrete beams. In: Belletti B, Coronelli D, editors. *Capacit. Assess. Corroded Reinforc. Concr. Struct. Proc. fib CACRCS DAYS 2021, On-Line Event: Fédération Internationale du Béton (fib)*; 2021, p. 135–8.
- [23] Ministerio de Transportes Movilidad y Agenda Urbana. Código estructural. Real Decreto y Articulado (Volumen I). 1a edición. Ministerio de Transportes, Movilidad y Agenda Urbana; 2021.
- [24] EC Innovation Programme IN30902I. CONTECVET: A validated Users Manual for assessing the residual service life of concrete structures. 2001. Available at: [https://www.ietcc.csic.es/wp-content/uploads/1989/02/manual\\_contecvet\\_ingles.pdf](https://www.ietcc.csic.es/wp-content/uploads/1989/02/manual_contecvet_ingles.pdf)
- [25] Zhao YX, Jin WL. Analysis on shearing capacity of concrete beams with corroded stirrups (in Chinese). *J Zhejiang Univ (Eng Sci)* 2012;8:19–24.
- [26] Xue X, Seki H, Chen ZW. Shear capacity of RC beams containing corroded longitudinal bars. Proc. Thirteenth East Asia-Pacific Conf. Struct. Eng. Constr., Sapporo, Japan: The Thirteenth East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction (EASEC-13); 2013, p. C-6–2.
- [27] Xue X, Seki H, Song Y. Shear Behavior of RC Beams Containing Corroded Stirrups. *Adv Struct Eng* 2014;17:165–77. doi:10.1260/1369-4332.17.2.165.
- [28] El-Sayed AK, Hussain RR, Shuraim AB. Influence of Stirrup Corrosion on Shear Strength of Reinforced Concrete Slender Beams. *ACI Struct J* 2016;113:1223–32. doi:10.14359/51689147.
- [29] Lu Z-H, Li H, Li W, Zhao Y-G, Tang Z, Sun Z. Shear behavior degradation and failure pattern of reinforced concrete beam with chloride-induced stirrup corrosion. *Adv Struct Eng* 2019;22:2998–3010. doi:10.1177/1369433219855917.
- [30] Anaya P, Martín-Pérez B, Rodríguez J, Andrade C. Transfer length of corroded wires in prestressed concrete members. *Struct Concr* 2022;23:154–71. doi:10.1002/suco.202100265.
- [31] Bartolozzi M, Casas JR, Domaneschi M. Bond deterioration effects on corroded RC bridge pier in seismic zone. *Struct Concr* 2022;23:51–66. doi:10.1002/suco.202000681.
- [32] Sánchez Montero J, Rebolledo Ramos N, Torres Martín JE. Comportamiento frágil de las armaduras corroídas. *Hormigón y Acero* 2022;In press. doi:10.33586/hya.2020.2434.
- [33] Caprili S, Mattei F, Salvatore W. Structural and economical performance of reinforced concrete frames with Dual-Phase and TempCore® steel rebars in uncorroded and corroded conditions. *Struct Concr* 2022;23:67–80. doi:10.1002/suco.202100253.
- [34] CEN/TC 104. EN 12390-10:2018 Testing hardened concrete - Part 10: Determination of the carbonation resistance of concrete at atmospheric levels of carbon dioxide. 2018.
- [35] CEN/TC 104. EN 12390-11:2015 Testing hardened concrete - Part 11: Determination of the chloride resistance of concrete, unidirectional diffusion. 2015.
- [36] Schultheiß AL, Patel RA, Vogel M, Dehn F. Comparative study of probabilistic modeling approaches for chloride ingress in concrete structures with macro-cracks. *Struct Concr* 2022;1–14. doi:10.1002/suco.202200069.

## Notación

- $a$**  Luz a cortante, medida entre el eje del soporte y el eje de la carga. Para proyecto, en elementos con longitud  $L$  sometidos a una carga uniformemente repartida,  $a = 0.25L$  para vigas simplemente apoyadas, y  $a = 0.5L$  en el caso de vigas en voladizo. Además,  $a = 0.2L$  para las regiones de momento positivo en vigas continuas de luz  $L$  y  $a = 0.15L$  para regiones de momento negativo.
- $b_{eff,corr}$**  ancho del alma efectivo después del desconchado del hormigón del recubrimiento
- $b_w$**  ancho del alma
- $c, c_v$**  recubrimiento de hormigón
- $d$**  canto útil de la sección
- $d_0$**  canto útil de una sección,  $d$ , pero no inferior a 100 mm
- $f_{cm}$**  valor medio de la resistencia a compresión del hormigón sobre probeta cilíndrica (150x300 mm)
- $f_{cm}$**  valor medio de la resistencia del hormigón a tracción considerada en este artículo igual a  $0.30 \cdot f_{cm}^{2/3}$  en MPa, pero no mayor a 4.60 MPa
- $f_{yw}$**  límite elástico de la armadura a cortante
- $h$**  canto de la sección
- $n$**  relación modular,  $E_s/E_c$
- $s$**  separación entre cercos
- $x$**  profundidad de la fibra neutra de la sección fisurada, obtenida asumiendo resistencia a tracción nula
- $z$**  brazo mecánico. En el análisis a cortante de vigas de hormigón armado sin esfuerzos axiales, generalmente se usa  $z \approx 0.9d$  como valor aproximado
- $A_0$**  área de la sección transversal del acero antes de la corrosión
- $A_{min}$**  área de la sección transversal del acero después de la corrosión. Ver figura 5 para observar las diferencias entre la corrosión causada por carbonatación o iones cloruros
- $A_s$**  área de la sección transversal de la armadura longitudinal a tracción
- $A_{sv}$**  área de la sección transversal de la armadura a cortante
- $E_c$**  módulo de elasticidad secante del hormigón, considerado igual a  $E_c = 22,000(f_{cm}/10)^{0.3} \times 39$  GPa en este artículo
- $E_s$**  módulo de elasticidad del acero, considerado igual a 200,000 MPa
- $K_c$**  igual a la profundidad relativa de la fibra neutra,  $x/d$ , pero no mayor a 0.20; Ec. (2)
- $V_{cu}$**  contribución del hormigón a la resistencia a cortante; ver Ec. (2)
- $V_{cu,min}$**  contribución mínima del hormigón a la resistencia a cortante; ver Ec. (2)
- $V_{max}$**  máxima resistencia a cortante que puede ser resistida por el elemento, limitada por el agotamiento de las bielas comprimidas; ver Ec. (4)
- $V_{pred}$**  predicción de la resistencia a cortante
- $V_{su}$**  contribución de la armadura a cortante la resistencia a cortante; ver Ec. (3)
- $V_{test}$**  resistencia a cortante obtenida en un ensayo
- $\alpha$**  coeficiente de picadura (ver definición gráfica en figura 5b). En este artículo se considera  $\alpha = 2$  (se pueden encontrar valores de hasta 10 en la literatura científica)
- $\alpha_{cv}$**  coeficiente que considera el estado tensional de las bielas. Véase el Eurocódigo 2 para más información
- $\eta_{sn}$**  relación de pérdida de sección obtenida como:
- $$\eta_{sn} = \frac{A_0 - A_{min}}{A_0} \times 100\% = \frac{\phi_0^2 - \phi_{min}^2}{\phi_0^2} \times 100\%$$
- $\eta_{l,sn}$**  relación de pérdida de la sección de la armadura longitudinal
- $\eta_{w,sn}$**  relación de pérdida de la sección de la armadura a cortante
- $v_l$**  factor de reducción de la resistencia a cortante para hormigón fisurado. Véase el Eurocódigo 2 para más información
- $\theta$**  ángulo entre la biela comprimida de hormigón y el eje de la viga perpendicular al esfuerzo cortante, dado por Ec. (7)
- $\phi_0$**  diámetro de la sección transversal del acero antes de la corrosión
- $\phi_{min}$**  diámetro de la sección transversal del acero después de la corrosión. Ver figura 5 para diferencias entre la corrosión causada por la carbonatación del hormigón y por iones cloruro
- $\phi_v$**  diámetro del cerco
- $\rho_l$**  cuantía de armadura traccionada referida al canto efectivo  $d$  y al ancho del alma  $b_w$  para vigas con sección rectangular
- $\rho_w$**  cuantía de armadura transversal (armadura a cortante)
- $\xi$**  factor de efecto tamaño y esbeltez, dado por Ec. (6)

APÉNDICE

TABLE A1

Referencia	Espécimen	$f_{yt150}$ (N/mm <sup>2</sup> )	$h$ (mm)	$b_w$ (mm)	$d$ (mm)	$\rho_l$ (%)	$\rho_v$ (%)	$f_c$ (N/mm <sup>2</sup> )	$f_{cr}$ (N/mm <sup>2</sup> )	$s$ (mm)	$a/d$	$\eta_{con}$ (%)	$\eta_{con}$ (%)	$V_{test}$ (kN)	$V_{pred,CCCM}$ (kN)	$V_{test}/V_{pred}$
Rodríguez <i>et al.</i> (1997) <sup>[61]</sup>	123	35.0	200	150	170	1.77	0.22	585	626	170	4.7	12.3	78.2	37.3	37.5	1.10
	124	35.0	200	150	170	1.77	0.22	585	626	170	4.7	15.4	86.6	27.9	33.6	0.92
	125	35.0	200	150	170	1.77	0.22	585	626	170	4.7	15.1	93.8	31.4	30.6	1.13
	136	37.0	200	150	170	1.77	0.22	585	626	170	4.7	13.5	86.6	29.1	34.7	0.93
	135	37.0	200	150	170	1.77	0.22	585	626	170	4.7	13.8	93.8	33.9	31.7	1.18
	215	35.0	200	150	170	1.77	0.22	585	626	170	4.7	10.7	66.0	38.6	42.8	1.00
	216	35.0	200	150	170	1.77	0.22	585	626	170	4.7	11.6	82.6	36.2	35.7	1.12
	213	35.0	200	150	170	1.77	0.22	585	626	170	4.7	14.1	86.6	26.6	33.8	0.87
	214	35.0	200	150	170	1.77	0.22	585	626	170	4.7	15.4	97.2	28.7	29.2	1.09
	315	37.0	200	150	170	1.77	0.45	585	626	85	4.7	16.9	97.2	27.7	29.0	1.06
Zhao and Jin (2012) <sup>[25]</sup>	1-0	22.5	180	150	150	2.79	0.25	369	332	150	3.1	0.0	0.0	80	52.2	1.53
	1-1	22.5	180	150	150	2.79	0.25	369	332	150	3.1	0.0	0.6	80	52.1	1.54
	1-2	22.5	180	150	150	2.79	0.25	369	332	150	3.1	0.0	1.8	80	51.8	1.54
	1-3	22.5	180	150	150	2.79	0.25	369	332	150	3.1	0.0	2.4	96	51.7	1.86
	1-4	22.5	180	150	150	2.79	0.25	369	332	150	3.1	0.0	3.3	100	51.5	1.94
	1-5	22.5	180	150	150	2.79	0.25	369	332	150	3.1	0.0	4.0	92	51.3	1.79
	2-0	22.5	180	150	150	2.79	0.38	369	332	100	3.1	0.0	0.0	96	63.8	1.51
	2-1	22.5	180	150	150	2.79	0.38	369	332	100	3.1	0.0	0.4	84	63.6	1.32
	2-2	22.5	180	150	150	2.79	0.38	369	332	100	3.1	0.0	0.7	80	63.5	1.26
	2-3	22.5	180	150	150	2.79	0.38	369	332	100	3.1	0.0	2.2	88	63.0	1.40
	2-4	22.5	180	150	150	2.79	0.38	369	332	100	3.1	0.0	3.5	84	62.6	1.34
	2-5	22.5	180	150	150	2.79	0.38	369	332	100	3.1	0.0	4.9	104	62.1	1.67
	3-0	22.5	180	150	150	2.79	0.45	369	332	150	3.1	0.0	0.0	72	70.0	1.03
	3-1	22.5	180	150	150	2.79	0.45	369	332	150	3.1	0.0	0.8	76	69.7	1.09
	3-2	22.5	180	150	150	2.79	0.45	369	332	150	3.1	0.0	2.0	96	69.2	1.39
3-3	22.5	180	150	150	2.79	0.45	369	332	150	3.1	0.0	3.8	80	68.5	1.17	
3-4	22.5	180	150	150	2.79	0.45	369	332	150	3.1	0.0	3.8	92	68.5	1.34	
3-5	22.5	180	150	150	2.79	0.45	369	332	150	3.1	0.0	3.7	92	68.5	1.34	
Xue <i>et al.</i> (2013) <sup>[26]</sup>	B(2.6)-m1s	35.1	240	120	220	2.17	0.39	706	300	120	2.6	5.0	0.0	77.4	75.0	1.03
	B(2.6)-m2s	35.9	240	120	220	2.17	0.39	706	300	120	2.6	32.0	0.0	82.1	70.7	1.16
	B(3.2)-m1s	34.9	240	120	220	2.17	0.39	706	300	120	3.2	8.0	0.0	70.5	72.8	0.97
	B(3.2)-m2s	33.3	240	120	220	2.17	0.39	706	300	120	3.2	8.5	0.0	71.7	71.8	1.00
Xue <i>et al.</i> (2014) <sup>[27]</sup>	B (39)-s0	33.1	240	120	220	2.17	0.39	706	300	120	2.6	0.0	0.0	74.0	74.4	1.00
	B (39)-s1	34.2	240	120	220	2.17	0.39	706	300	120	2.6	0.8	6.1	72.0	72.7	0.99
	B (39)-s2	33.9	240	120	220	2.17	0.39	706	300	120	2.6	1.0	11.2	74.1	64.2	1.15
	B (39)-s3	34.6	240	120	220	2.17	0.39	706	300	120	2.6	1.6	20.9	69.5	61.0	1.14
	B (39)-s4	35.1	240	120	220	2.17	0.39	706	300	120	2.6	1.8	27.6	70.4	58.8	1.20
	B (39)-s5	34.9	240	120	220	2.17	0.39	706	300	120	2.6	0.9	34.2	69.5	56.3	1.23
	B (52)-s0	33.1	240	120	220	2.17	0.52	706	300	90	2.6	0.0	0.0	84.1	86.6	0.97
	B (52)-s1	34.9	240	120	220	2.17	0.52	706	300	90	2.6	0.8	9.0	87.9	83.2	1.06
	B (52)-s2	34.6	240	120	220	2.17	0.52	706	300	90	2.6	0.7	15.0	80.7	72.3	1.12
	B (52)-s3	33.9	240	120	220	2.17	0.52	706	300	90	2.6	0.7	22.0	72.1	68.6	1.05
El-Sayed <i>et al.</i> (2016) <sup>[28]</sup>	B10-200	34.9	350	200	325	3.27	0.25	480	495	200	3	0.0	9.8	157	182.7	0.86
	B20-200	40.7	350	200	325	3.27	0.25	480	495	200	3	0.0	23.1	136	168.0	0.81
	B10-150	34.6	350	200	325	3.27	0.34	480	495	150	3	0.0	14.0	166	193.5	0.86
	B20-150	40.9	350	200	325	3.27	0.34	480	495	150	3	0.0	22.8	173	190.4	0.91
	B10-100	44.4	350	200	325	3.27	0.50	480	495	100	3	0.0	12.2	204	260.2	0.78
	B20-100	44.0	350	200	325	3.27	0.50	480	495	100	3	0.0	24.5	172.5	236.3	0.73
Lu <i>et al.</i> (2019) <sup>[29]</sup>	A-2	40.8	300	200	259	2.20	0.10	390	339	200	2.5	1.8	7.6	137.8	99.6	1.38
	A-3	40.8	300	200	259	2.20	0.16	390	373	250	3.0	16.5	46.5	119.8	87.2	1.37
	A-4	40.8	300	200	259	2.20	0.20	390	373	200	3.5	15.6	44.3	109.8	90.0	1.22
	A-6	40.8	300	200	259	2.20	0.11	390	458	200	2.5	0.0	0.0	139.2	111.8	1.25
	A-7	40.8	300	200	259	2.20	0.16	390	433	250	3.0	22.7	60.1	115.4	83.4	1.38
	A-10	40.8	300	200	259	2.20	0.11	390	476	200	2.5	4.3	17.6	111.8	98.6	1.13
	A-11	40.8	300	200	259	2.20	0.14	390	524	250	3.0	12.7	38.7	93.8	96.9	0.97
	A-12	40.8	300	200	259	2.20	0.18	390	524	200	3.5	13.5	40.8	121.3	99.1	1.22
	B-2	50.0	300	200	259	2.20	0.10	390	339	200	2.5	3.2	13.3	119.8	100.4	1.19
	B-3	50.0	300	200	259	2.20	0.16	390	373	250	3.0	10.4	30.5	125.7	103.0	1.22
	B-6	50.0	300	200	259	2.20	0.11	390	458	200	2.5	14.1	51.4	133.5	93.5	1.43
B-7	50.0	300	200	259	2.20	0.16	390	433	250	3.0	15.8	44.1	115.8	100.6	1.15	
B-10	50.0	300	200	259	2.20	0.11	390	476	200	2.5	10.6	40.7	155.8	98.0	1.59	
B-11	50.0	300	200	259	2.20	0.14	390	524	250	3.0	10.5	32.4	109.8	108.7	1.01	

\* Las vigas ensayadas por Rodríguez *et al.* (1997) fueron sometidas a elevados niveles de corrosión, incluyendo la armadura superior a compresión. Tal y como se ha comentado en la Sección 2.3, la reducción del canto efectivo, debido al desconchado de la cabeza comprimida por encima de los cercos se ha considerado en estas vigas de forma excepcional (10 vigas).

Número	62
Media	1.19
Des.est	0.26
COV	21.98

# The Influence of Flexural Reinforcement Yielding on the Shear Strength of Reinforced Concrete Beams with and without Shear Reinforcement

## *Influencia de la plastificación del armado a flexión en la resistencia a cortante de las vigas de hormigón armado con y sin armadura de cortante*

Andrea Monserrat López<sup>a,\*</sup>, Pedro Fco. Miguel Sosa<sup>b</sup>

<sup>a</sup> *Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona (Spain) - Postdoctoral Margarita Salas Fellowship funded by Universitat Politècnica de València, Valencia (Spain)*

<sup>b</sup> *Universitat Politècnica de València, Valencia (Spain)*

Recibido el 14 de julio de 2022; revisado el 12 de septiembre de 2022, aceptado el 18 de noviembre de 2022

### ABSTRACT

Statically indeterminate structures such as continuous beams allow redistribution of internal forces. For increasing loads after yielding of the flexural reinforcement, shear forces and flexural deformations may increase, making it possible to reach shear failures even after the full flexural capacity of the structure is developed.

An extensive experimental programme consisting of 30 shear tests (15 cantilever tests and 15 continuous beam tests) was carried out to assess the shear strength of reinforced concrete beams with and without shear reinforcement. Some of the tests were designed to fail in shear after yielding of the flexural reinforcement. The main objective of this experimental study was analysing the influence of large flexural strains on shear strength.

The tests were instrumented by means of surface measurements using Digital Image Correlation (DIC). These measurements allowed controlling the evolution of strains at concrete surface to obtain the rotation of the plastic hinges and tracking the development and kinematics of the critical shear crack to obtain, by accounting for suitable constitutive models, the contribution of the various shear-transfer actions.

The analysis of the test results confirmed the reduction of shear strength provided by concrete with increasing flexural rotation both in tests with and without shear reinforcement. Moreover, this shear strength component weakened for increasing shear reinforcement ratios. The test results were compared with the shear strength values predicted by different design codes, showing that these formulations did not properly capture the loss of shear strength caused by plastic deformation. The proposed simplified method to calculate the shear strength of the plastic hinges accounting for the plastic rotation demand shows consistent agreement for the experimental results.

KEYWORDS: Shear strength; reinforced concrete; shear reinforcement; continuous beam; flexural rotation; digital image correlation.

©2024 Hormigón y Acero, the journal of the Spanish Association of Structural Engineering (ACHE). Published by Cinter Divulgación Técnica S.L. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons (CC BY-NC-ND 4.0) License

### RESUMEN

Las estructuras hiperestáticas, tales como las vigas continuas, permiten la redistribución de esfuerzos internos, de forma que, tras la plastificación de la armadura de flexión, el esfuerzo cortante y la deformación pueden aumentar con el incremento de las cargas aplicadas, siendo posible alcanzar roturas por cortante incluso después de agotar la capacidad resistente por flexión de la estructura.

En este artículo se presenta un extenso programa experimental constituido por 30 ensayos de cortante (15 ensayos de voladizo y 15 ensayos de vigas continuas) llevado a cabo para evaluar la resistencia a cortante de vigas de hormigón armado con y sin armadura de cortante, algunas de ellas diseñadas para fallar a cortante tras la plastificación de la armadura de flexión. El principal objetivo de este estudio experimental era analizar la influencia del desarrollo de grandes deformaciones de flexión en la resistencia a cortante.

Durante los ensayos, se empleó la Correlación Digital de Imágenes (DIC) para obtener medidas de deformación superficiales. Estas medidas permitieron analizar la evolución de las deformaciones en la superficie de hormigón para obtener la rotación de las rótulas plásticas y hacer un seguimiento del desarrollo y la cinemática de la fisura crítica de cortante con el objetivo de obtener, considerando los modelos constitutivos adecuados, la contribución a la resistencia de los distintos mecanismos de transferencia de cortante.

El análisis de los resultados confirmó la reducción de la componente de la resistencia a cortante proporcionada por el hormigón con el aumento de la rotación de flexión, tanto en los especímenes con armadura de cortante como sin ella. Además, esta componente de la resistencia a cortante resultó menor cuanto mayor era cuantía de armadura de cortante. Los resultados se compararon con los valores de resistencia propuestos por distintos códigos de diseño, mostrando que estas formulaciones no capturan adecuadamente la reducción de resistencia a cortante causada por la deformación plástica. El método simplificado que se propone para el cálculo de la resistencia a cortante de las rótulas plásticas considerando la demanda de rotación plástica predice resultados coherentes respecto a los obtenidos experimentalmente.

PALABRAS CLAVE: resistencia a cortante; hormigón armado; armadura de cortante; viga continua; rotación de flexión; correlación digital de imágenes.

©2024 Hormigón y Acero, la revista de la Asociación Española de Ingeniería Estructural (ACHE). Publicado por Cinter Divulgación Técnica S.L. Este es un artículo de acceso abierto distribuido bajo los términos de la licencia de uso Creative Commons (CC BY-NC-ND 4.0)

\* Persona de contacto / *Corresponding author*:  
Correo-e / e-mail: [andrea.monserrat@upc.edu](mailto:andrea.monserrat@upc.edu) (Andrea Monserrat López)

## NOTATION

$b$	concrete section width
$c$	concrete cover
$d$	effective depth (distance from the extreme compression fibre to the centroid of the tensile flexural reinforcement)
$d_g$	maximum diameter of the aggregate
$f_c$	compressive cylinder strength of concrete
$f_{ct}$	tensile strength of concrete
$f_u$	tensile strength of reinforcement
$f_x$	point of the crack lip (first lip, $x = 1$ ; second lip, $x = 2$ )
$f_y$	yield strength of reinforcement
$l_{cont,i}$	tributary length of the crack $i$
$l_j$	distance between crack $i$ and the point $j$
$l_k$	distance between crack $i$ and the point $k$
$l_{tot}$	total specimen length
$l_x$	cantilever length ( $x = 1, 3$ ) or span ( $x = 2$ )
$l_{xx}$	segment of the span ( $xx = a, b, c$ )
$m$	linear gradient of stress prior to yielding of reinforcement
$m_y$	linear gradient of stress after yielding of reinforcement
$s$	spacing of the shear reinforcement
$u$	horizontal displacement of the crack
$v$	vertical displacement of the crack
$v_s$	vertical displacement related to shear deformation
$w$	crack width normal to the crack
$\vec{w}$	crack kinematics vector
$A_s$	area of tensile flexural reinforcement
$A'_s$	area of compressive flexural reinforcement
$A_{sw}$	area of shear reinforcement
$M_1$	absolute value of bending moment (at $A$ support section in cantilever tests and at $B$ support section in continuous beam tests)
$M_2$	bending moment (at section of applied load $P_2$ in continuous beam tests)
$M_{y,1}$	bending moment when flexural reinforcement is yielded at $B$ support section
$M_{y,2}$	bending moment when flexural reinforcement is yielded at section of applied load $P_2$
$P_x$	applied load ( $x = 1, 2$ )
$P_{x,R}$	applied load at failure ( $x = 1, 2$ )
$R_A$	reaction in support section $A$
$R_B$	reaction in support section $B$
$V$	shear force
$V_{agg}$	shear force carried by aggregate interlock
$V_c$	shear force accounting for the sum of the various shear-transfer actions related to concrete
$V_{cc}$	shear force carried by inclined compression chord
$V_{c,R}$	shear force at failure accounting for the sum of the various shear-transfer actions related to concrete
$V_{dow}$	shear force carried by dowel action
$V_{dow,c}$	shear force carried by dowel action (compressive flexural reinforcement)
$V_{dow,t}$	shear force carried by dowel action (tensile flexural reinforcement)
$V_E$	shear force applied
$V_{res}$	shear force carried by concrete residual tensile strength
$V_R$	shear strength
$V_{R,calc}$	estimated shear strength according to theoretical expression
$V_{R,test}$	experimental shear strength

$V_s$	shear force carried by shear reinforcement
$V_{sw}$	shear force carried by a stirrup
$V_{s,R}$	shear force at failure carried by shear reinforcement
$V_y$	shear force at yielding of the flexural reinforcement
$\beta$	inclination of a segment of the polyline that approximates the shape of the critical shear crack ( $\alpha=180^\circ-\beta$ )
$\delta$	crack sliding
$\delta_b$	relative concrete-to-steel slip
$\delta_{by}$	relative concrete-to-steel slip at yielding
$\delta_x$	specimen deflection under applied load ( $x = 1, 2$ )
$\epsilon_{sw}$	strain of a stirrup
$\epsilon_u$	strain at maximum load of reinforcement
$\epsilon_y$	yield strain of reinforcement
$\theta$	angle of the critical shear crack
$\theta_B$	slope of the specimen axis at support section $B$
$v_{sw,i}$	vertical crack opening of the crack $i$ at the location where it intercepts a stirrup
$v_{sw,i,SX}$	vertical crack opening at failure of the crack $i$ at the location where it intercepts a stirrup ( $x = 1, 2, 3$ )
$\rho$	reinforcement ratio of flexural reinforcement
$\rho_w$	reinforcement ratio of shear reinforcement
$\sigma_{sw}$	stress of a stirrup
$\tau_b$	bond stress of reinforcement
$\tau_{b1}$	bond stress prior to yielding of reinforcement
$\tau_{b2}$	bond stress after yielding of reinforcement
$\phi$	nominal diameter of a reinforcing bar
$\chi$	section curvature
$\psi_f$	flexural rotation of the specimen (general: $\psi$ )
$\psi_s$	rotation related to shear deformation
$\psi_t$	total rotation of the specimen

## 1. INTRODUCTION

Shear behavior of reinforced concrete members has been extensively studied in recent decades and it has meant the development of extensive experimental campaigns. Mostly of these experimental studies have been focused on simply supported beams (statically determinate structures) under point loads [1,2], although many common structures, such as bridge decks or building frames are continuous beams. These structures are statically indeterminate structures with continuity and redundancy properties that allow the redistribution of internal forces. After yielding of the flexural reinforcement and with increasing loads, shear forces increase while bending moment remains almost constant in the region where the plastic hinge develops, which makes it possible for shear failures to occur after yielding of the flexural reinforcement before the full flexural capacity of the structure is developed.

The different types of shear failure –after or before yielding of the flexural reinforcement– in statically determinate and indeterminate structures are schematically illustrated in Figure 1. This figure depicts the shear-deformation path for both statically determinate and indeterminate structures and the shear failure criterion, which considers a decrease of the shear strength with increasing flexural deformation, as stated by the critical shear-crack theory (CSCT) [3]. For statically determinate structures (such as simply supported beams), members can fail in

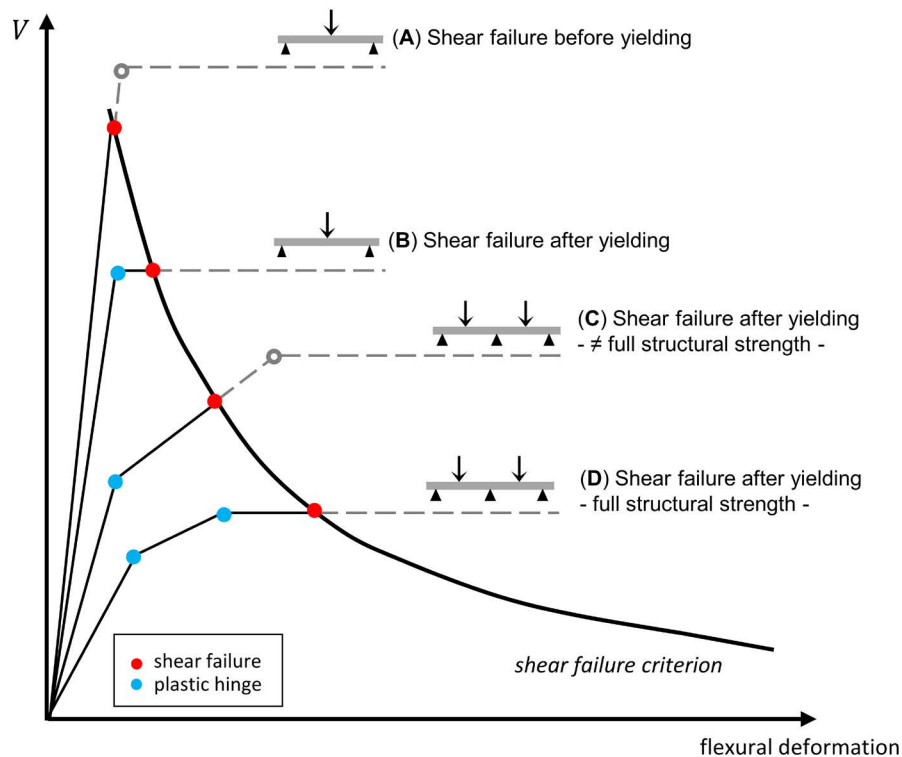


Figure 1. Structural response of structural determinate and indeterminate structures failing in shear before and after yielding of the flexural reinforcement.

shear before yielding of the flexural reinforcement (branch A in Figure 1) or after it (branch B in Figure 1). On this last case, plastic deformation develops with small load increments until the shear failure occurs. For statically indeterminate structures (such as continuous beams), members can also fail in shear before or after yielding of the flexural reinforcement. Nevertheless, in these members, load can still increase after yielding of the flexural reinforcement. As a result, members can fail in shear after yielding of the flexural reinforcement with increasing load (and increasing shear forces) –before developing the full flexural capacity of the structure– (branch C in Figure 1). After yielding, shear forces remain almost constant but the shear resistance of plastic hinges decreases for increasing flexural deformations (flexural rotation). For this reason, these members can fail in shear even though shear forces remain almost constant (branch D in Figure 1).

This structural response of statically indeterminate structures failed in shear under constant shear forces can be also understood as a reduction of the rotation capacity of plastic hinges because of shear forces, which was experimentally verified for reinforced concrete statically determinate beams without shear reinforcement failed in shear before yielding of the flexural reinforcement [3] and after this yielding [4].

Due to the lack of experimental studies focused on the shear behaviour of statically indeterminate beams –with or without stirrups– failed in shear after yielding of the flexural reinforcement and redistributing of internal forces, the authors have recently carried out an extensive experimental programme consisting of 30 shear tests aimed at representing realistic conditions of reinforced concrete structures (the experimental programme and the test results were presented and analysed in detail by Monserrat López *et al.* [5-7]). In

this study, the moment-shear interaction is investigated by accounting for the influence of large flexural strains on shear strength based on displacement measurements performed by the Digital Image Correlation (DIC). To this aim, reinforced concrete members with and without shear reinforcement were tested to fail in shear under different deformation levels. In the first stage of the experimental programme (9 specimens), different flexural reinforcement ratios and configurations of load and support points were considered as the flexural rotation was the variable of study (shear reinforcement was constant for all specimens). In the second stage (6 specimens), the shear reinforcement ratio was included as a new variable of study. Although the results of this experimental programme have been previously published in other scientific papers [5-7], this paper constitutes a clear and standalone synthesis that provides the reader all required data. In addition to this summary, section 5 presents results that have not been published, constituting an original contribution of this paper.

The shear strength formulations in codes have been based on the extensive experimental and theoretical research carried out over the last decades. In this sense, design approaches have been different for members with and without shear reinforcement. While equilibrium-based models [8,9] and stress fields [10] have been developed for members with shear reinforcement, empirical formulation calibrated on the basis of experimental results (ACI 318-19 [11] and Eurocode 2 [12]) has been provided for members without shear reinforcement. Other expressions have also been extended for design of members with shear reinforcement, such as the Modified Compression Field Theory (MCFT) [13,14] (implemented in the Model Code 2010 [15] for both members

with and without shear reinforcement) or the Softened Truss Models [16,17]. For members with stirrups, design codes also have different approaches, although they share the same model, constituted by an inclined compression field and stirrups in tension. MC2010 [15] and ACI 318-19 [11] are based on adding two shear forces, a “concrete term” ( $V_c$ ) and a “steel term” ( $V_s$ ), referred to a section cut of these stress fields at the angle of the critical shear crack. Nevertheless, EC-2 [12] only considers a “steel term” ( $V_s$ ), the shear force provided by the stirrups referred to a section cut performed parallel to the compression field. In EC-2 formulation, the shear strength contribution provided by concrete is indirectly taken into account with a variable-angle of the compression field. As far as the moment-shear interaction concerned, it is considered in the shear formulation proposed by the MC2010 [15] by a reduction of the shear strength because of the presence of a concomitant bending moment. This formulation has proven the capability of accurately predicting shear behaviour of reinforced concrete members [14]. On the contrary, other design codes such as ACI 318-19 [11] and EC-2 [12] provide empirical shear formulation for beams without stirrups which depends on the longitudinal tension reinforcement area. Unlike the previous one, this formulation has proven to be unable to properly capture the influence of different variables on the shear strength [1].

In this paper, the experimental results of the aforementioned experimental programme as well as an analysis of the shear strength according to the flexural and shear deformations is provided. Consequently, the shear failure criterion proposed by Vaz Rodriguez *et al* [4] is verified to be applicable to beams with and without shear reinforcement and for flexural rotations beyond the elastic behaviour. Based on this failure criterion, a simplified method is proposed to calculate the shear strength of the plastic hinges accounting for the plastic rotation demand.

## 2. EXPERIMENTAL PROGRAMME

### 2.1. Specimens

The experimental programme was presented in detail in Monserrat López *et al.* [5,6]. It involved 15 reinforced concrete beams and 30 shear tests. Specimens B1 to B9 were 9.00 m long (first stage of the experimental programme) and B10 to B15 were 7.00 m long (second stage of the experimental programme). All specimens had rectangular cross section of 250 x 450 mm. Two different shear tests were conducted on

TABLE 1. Reinforcement, geometry and material properties of all tests.

Specimen	Tests	$A_s$	$A'_s$	$\rho$ (%)	$A_{sw}$	$\rho_w$ (%)	$l_{tot}$ (m)	$l_1$ (m)	$l_2$ (m)	$l_3$ (m)	$l_a$ (m)	$l_b$ (m)	$l_c$ (m)	$f_c$ (MPa)	$f_{ct}$ (MPa)
B1	B1C-R1-S1-L1 B1S-R1-S1-L6	520	720	1.63	8/30	0.13	9.00	1.00	6.00	1.00	1.00	3.10	1.90	24.1	2.5
B2	B2C-R1-S2-L1 B2S-R1-S2-L6	720	520	2.29	8/30	0.13	9.00	1.00	6.00	1.00	1.00	2.50	2.50	22.3	3.1
B3	B3C-R1-S3-L1 B3S-R1-S3-L6	620	620	1.94	8/30	0.13	9.00	1.00	6.00	1.00	1.00	2.80	2.20	22.8	2.8
B4	B4C-R1-S1-L1.6 B4S-R1-S1-L5	520	720	1.63	8/30	0.13	9.00	1.62	5.00	1.00	1.00	2.10	1.90	22.3	2.6
B5	B5C-R1-S2-L1.6 B5S-R1-S2-L5	720	520	2.29	8/30	0.13	9.00	1.62	5.00	1.00	1.00	1.50	2.50	34.7	3.6
B6	B6C-R1-S3-L1.6 B6S-R1-S3-L5	620	620	1.94	8/30	0.13	9.00	1.62	5.00	1.00	1.00	1.80	2.20	35.9	3.3
B7	B7C-R1-S1-L2.3 B7S-R1-S1-L4	520	720	1.63	8/30	0.13	9.00	2.31	4.00	1.00	1.00	1.10	1.90	36.2	2.9
B8	B8C-R1-S2-L2.3 B8S-R1-S2-L4	720	520	2.29	8/30	0.13	9.00	2.31	4.00	1.00	1.00	0.50	2.50	34.5	3.4
B9	B9C-R1-S3-L2.3 B9S-R1-S3-L4	620	620	1.94	8/30	0.13	9.00	2.31	4.00	1.00	1.00	0.80	2.20	29.7	2.2
B10	B10C-R0-S1-L1 B10S-R0-S1-L4	520	720	1.63	-	-	7.00	1.00	4.00	1.00	0.70	1.40	1.90	36.4	2.1
B11	B11C-R0-S2-L1 B11S-R0-S2-L4	720	520	2.29	-	-	7.00	1.00	4.00	1.00	1.00	0.61	2.50	31.4	2.1
B12	B12C-R0-S3-L1 B12S-R0-S3-L4	620	620	1.94	-	-	7.00	1.00	4.00	1.00	0.89	0.91	2.20	28.7	2.9
B13	B13C-R2-S1-L1 B13S-R2-S1-L4	520	720	1.63	8/20	0.20	7.00	1.00	4.00	1.00	1.00	1.10	1.90	30.6	2.5
B14	B14C-R2-S2-L1 B14S-R2-S2-L4	720	520	2.29	8/20	0.20	7.00	1.00	4.00	1.00	1.00	0.50	2.50	31.4	2.9
B15	B15C-R2-S3-L1 B15S-R2-S3-L4	620	620	1.94	8/20	0.20	7.00	1.00	4.00	1.00	1.00	0.80	2.20	26.0	2.6



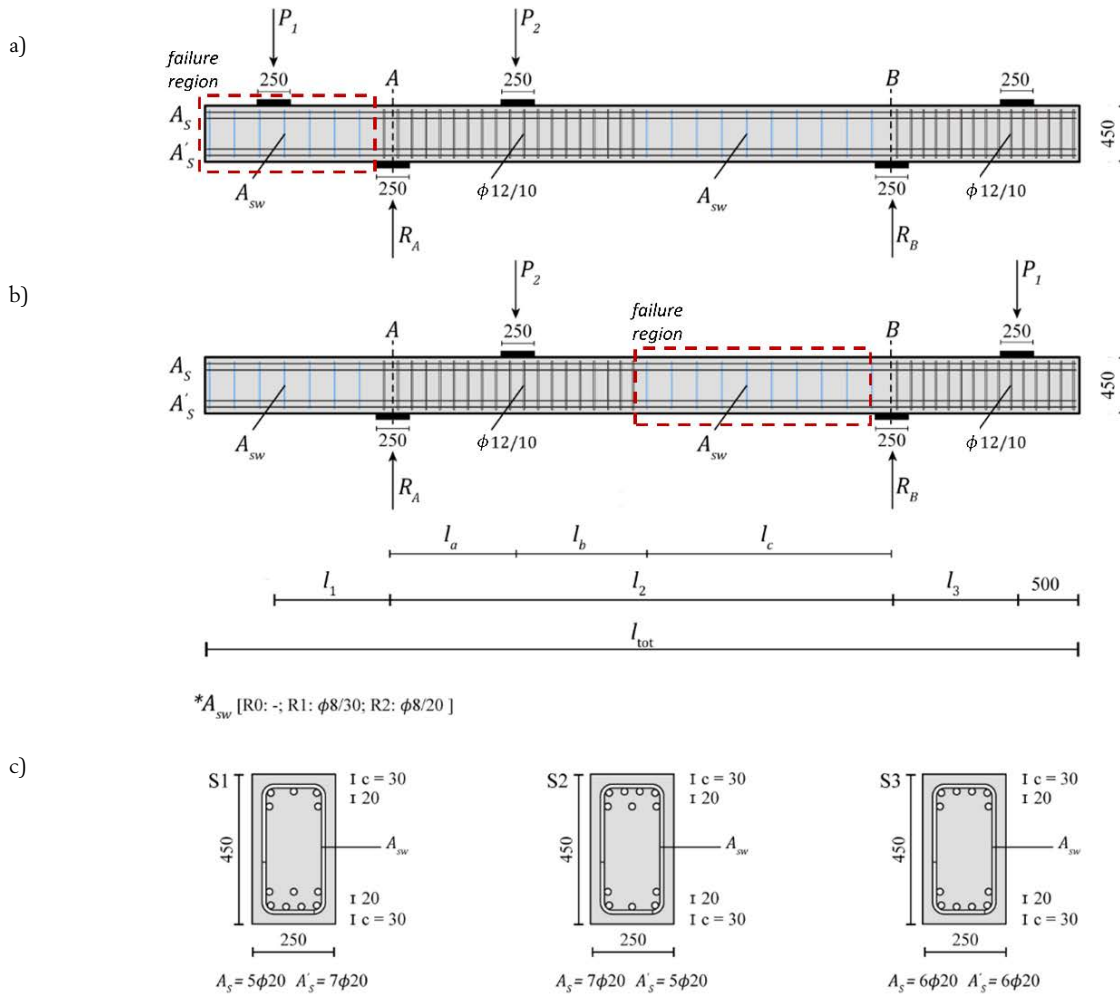


Figure 2. Reinforcement, geometry and load arrangement of the specimens in (a) cantilever test and (b) continuous beam test; (c) flexural reinforcement of section type S1 (specimens B1, B4, B7, B10 and B13), S2 (specimens B2, B5, B8, B11 and B14) and S3 (specimens B3, B6, B9, B12 and B15) (dimensions in mm).

each specimen according to different load configuration and test procedure (30 tests): test on cantilevers (Figure 2a) and test on continuous beam test (Figure 2b).

The specimens making up the first stage of the experimental programme (specimens B1 to B9) had different flexural reinforcement ratios and configurations of load and support points to allow reaching shear failures under different deformation levels (accounted by the flexural rotation). The shear reinforcement ratio was fixed in all specimens. In the second stage (specimens B10 to B15), shear reinforcement was included as a variable to study its influence in the shear behaviour of the specimens.

Three different flexural reinforcement ratios were considered (tensile top flexural reinforcement):  $\rho = 1.63\%$  (section S1, effective depth  $d = 386$  mm);  $\rho = 2.29\%$  (section S2, effective depth  $d = 385$  mm);  $\rho = 1.94\%$  (section S3, effective depth  $d = 389$  mm). All sections had a total of twelve 20 mm-diameter bars arranged as tensile (top) and compressive (bottom) flexural reinforcement (arranged in two layers, see Figure 2c) and constant along the length of the specimen. The different load and support configurations determined the length of the cantilever ( $l_1$ ) in the cantilever tests and the length of the span ( $l_2$ ) in the continuous beam tests. In the former  $l_1$  was 1.00

m (L1), 1.62 m (L1.6) and 2.31 m (L2.3) (see Figure 2a); in the latter  $l_2$  was 6.00 m (L6), 5.00 m (L5) and 4.00 m (L4) (see Figure 2b). Three series were considered with respect to the shear reinforcement: beams without shear reinforcement (series R0); beams with a shear reinforcement ratio  $\rho_w = 0.13\%$  (series R1, two-legged closed stirrups  $\phi 8/30$ ) and beams with a shear reinforcement ratio  $\rho_w = 0.20\%$  (series R2, two-legged closed stirrups  $\phi 8/20$ ). Outside of the expected failure regions, stirrups were provided to prevent shear failures ( $\rho_w = 0.90\%$  in all specimens). Table 1 summarizes the reinforcement, geometry and material properties of all tests (C –cantilever– refers to the cantilever test and S –span– to the continuous beam tests).

## 2.2. Test system

Loads ( $P_1$  and  $P_2$ ) and support reactions ( $R_A$  and  $R_B$ ) (see Figure 2a and 2b) were transmitted to the beam through steel plates measuring 250 x 250 x 40 mm. Both load and support systems allowed horizontal in-plane displacements and rotations (see Figure 3a and 3b). One of the supports of the specimens had restrained horizontal displacement during tests.

In cantilever tests (Figure 2a), load was applied with displacement control (0.02 mm/s) until shear failure, and  $P_2$

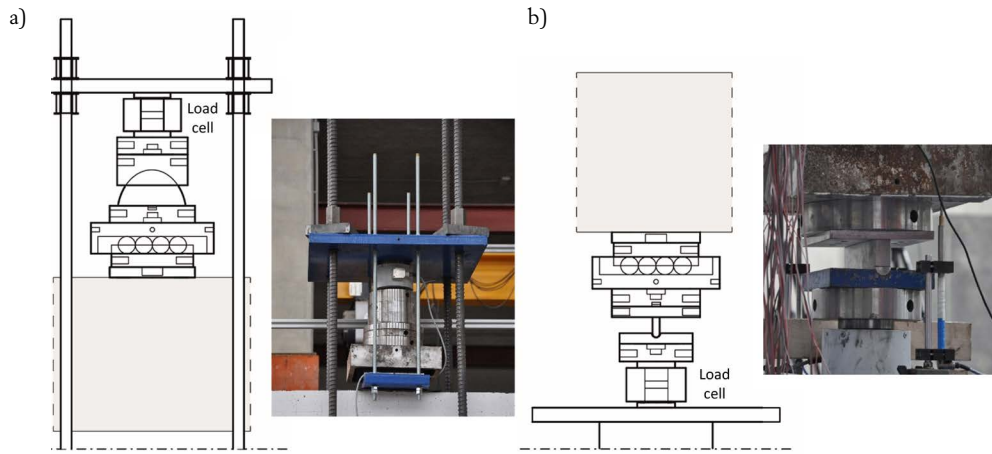


Figure 3. (a) Load system; (b) support system.

was applied with load control according to  $P_1$  to obtain no reaction in support  $B$ . In these tests, shear force and bending moment increased simultaneously along the cantilever ( $l_1$ ).

The continuous beam tests (Figure 2b) were carried out in two phases. In the first phase (Figure 4a), load  $P_1$  was applied with displacement control (0.02 mm/s), and load  $P_2$  with load control according to  $P_1$  to obtain no reaction at support  $A$ . This phase ended when the top flexural reinforcement at the support  $B$  section yielded. In the second phase (Figure 4b), load  $P_2$  was applied with displacement control (0.02 mm/s) until shear failure, and load  $P_1$  was applied with load control to keep the slope of the specimen axis at the support  $B$  ( $\theta_B$ ) constant and equal to the one at the end of the first phase. It must be pointed out that specimens became statically indeterminate structures (continuous beams) in the second phase of the tests, as efforts were determined by compatibility conditions because of the restriction imposed to the slope at the support  $B$  section. Precisely this restriction allowed increasing shear force along the inner span ( $l_2$ ) together with increasing flexural rotations at the plastic hinge at the support  $B$  section (plastic moment remained constant at this section). This restriction is not equivalent to keeping constant load  $P_1$ , which would result in a constant bending moment imposed at the support  $B$  section but in a decrease of rotation with increasing shear forces. Actually, it was observed that a limited increase of load  $P_1$  was required to maintain the slope due to the increasing rotation of the plastic hinge.

### 2.3. Instrumentation

Conventional instrumentation consisted of four load cells (see Figure 3) taking continuous measurements of the two loads applied by two independent hydraulic jacks and the reactions at the support sections. In addition, several concrete displacement and strain measurements were recorded by means of displacement transducers and strain gauges [6]. The deflection of the specimens was measured at load sections by absolute non-contact position sensors integrated into hydraulic jacks and at several points of the specimens' bottom surface by displacement transducers. Two displacement transducers were used to control the slope at support sections.

In addition to these conventional measurements, two-dimensional Digital Image Correlation (DIC) was used to track the displacement field of the specimens continuously during tests. Photogrammetry was performed on the region of the specimens where shear failure was expected. Canon EOS 5D Mark II digital cameras (21.1 megapixels) equipped with a fixed-focus lens Canon EF 85 mm f/1.8 USM were used (three or four cameras depending on the test). The image acquisition rate during tests was variable. Images were taken every two seconds at the beginning, but the frequency increased up to 1 Hz near failure. In the measurement regions, a pattern consisting of rounded black speckles was applied. An own software developed using NI-IMAQ driver and programming with LabVIEW was used to obtain the isolated displacement measurements at several points of the concrete

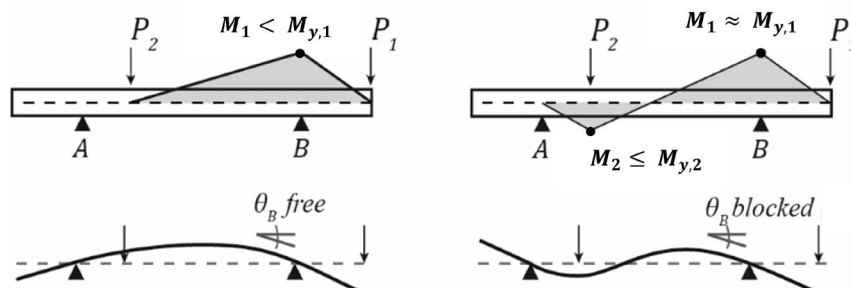


Figure 4. Bending moment diagrams for the continuous beam tests: (a) first phase of the test; (b) second phase of the test.

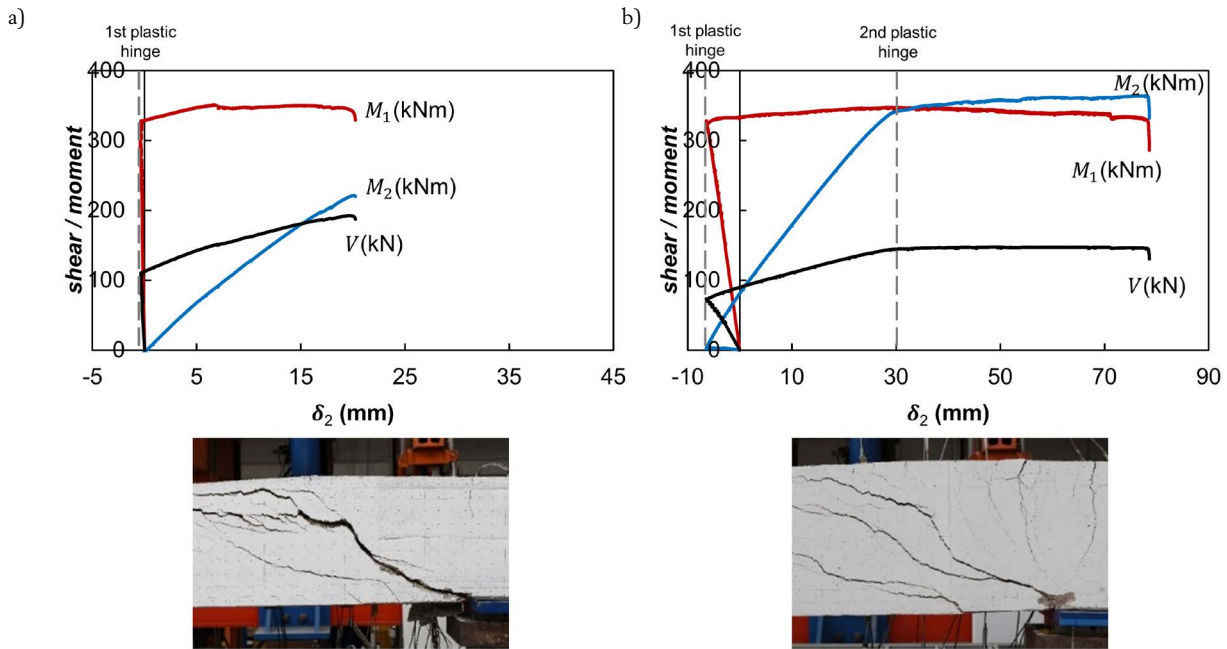


Figure 5. Evolution of the bending moments ( $M_1$  at  $M_2$  support section and at section of applied load  $P_2$ ) and shear force ( $V$ ) according to the specimen deflection  $P_2$  under the load for the continuous beam tests: (a) B9S-R1-S3-L4; (b) B3S-R1-S3-L6.

surface. For measuring displacements, images were divided into a grid of squared facets of  $100 \times 100$  pixels and each one was tracked from one image to the following. The software maximum error of the computed displacements was  $1/32$  pixels and the resolution of the calibration performed with the Vision Assistant of National Instruments software was  $0.2 \text{ mm/pixel}$ . Besides these measurements, the displacement field measurements associated with cracking development was obtained with VIC2D software [18].

### 3. MAIN TEST RESULTS

#### 3.1. Failure modes and shear strength

Several shear failure modes were observed for the cantilever tests and the continuous beam tests.

In cantilever tests, specimens L1 and L1.6 failed in shear before yielding of the top flexural reinforcement at the support section A (see Figure 2a) with increasing shear force and bending moment. However, specimens of the tests B8C-R1-S2-L2.3 and B9C-R1-S3-L2.3 failed in shear after yielding of the top flexural reinforcement. In these cases, shear failure occurred under constant shear force but for increasing deformations. Finally, test B7C-R1-S1-L2.3 failed in bending.

In continuous beam tests, all specimens failed in shear in the second phase of loading, after yielding of the top flexural reinforcement at support section B (see Figure 2b) and the development of large rotations of the plastic hinge. Two different failure modes were observed depending on the development or not of a second plastic hinge under load  $P_2$  (see Figure 2b). Specimens L4, and specimen of the test B4S-R1-S1-L5 failed in shear after formation of first plastic hinge

with increasing shear forces and increasing flexural rotations at the plastic hinge. Specimens L6, and specimens of the tests B5S-R1-S2-L5 and B6S-R1-S3-L5 failed in shear after formation of second plastic hinge. In these cases, shear failure occurred under constant shear force but for increasing flexural rotations at the plastic hinge. Figure 5 shows the evolution of the bending moments  $M_1$  and  $M_2$  (absolute value of bending moment at B support section and at section of applied load  $P_2$ , respectively) and the shear force  $V$  (absolute value of shear force at B support section) according to the deflection  $\delta_2$  (specimen deflection under the load  $P_2$ ) for the two different failure modes observed for the continuous beam tests (test B9S-R1-S3-L4 failed in shear after formation of first plastic hinge, see Figure 5a; and test B3S-R1-S3-L6 failed in shear after formation of second plastic hinge, see Figure 5b). The graphics show a first branch with negative slope and a limited force values, which corresponds to the first phase of the continuous beam tests.

The load-deflection curves for the specimens of series R1 ( $\rho_w = 0.13\%$ ) and section S3 ( $\rho = 1.94\%$ ) are plotted in Figure 6 (load  $P_1$  against the deflection under this load  $\delta_1$  for cantilever tests, see Figure 6a; and load  $P_2$  against the deflection under this load  $\delta_2$  for continuous beam tests, see Figure 6b).

Table 2 summarizes the main results of all tests at failure. It includes the failure mode, the applied loads at failure ( $P_{1,R}$  for cantilever tests and  $P_{1,R}$  and  $P_{2,R}$  for continuous beam tests) and the shear strength ( $V_R$ ) provided by tests at failure at the corresponding support section (support section A –cantilever side– for cantilever tests, see Figure 2a; and support section B –midspan side– for continuous beam tests (see Figure 2b).

#### 3.2. Cracking pattern

Regarding the cracking pattern at failure, it is different for cantilever tests and continuous beam tests. In all cantilever tests,

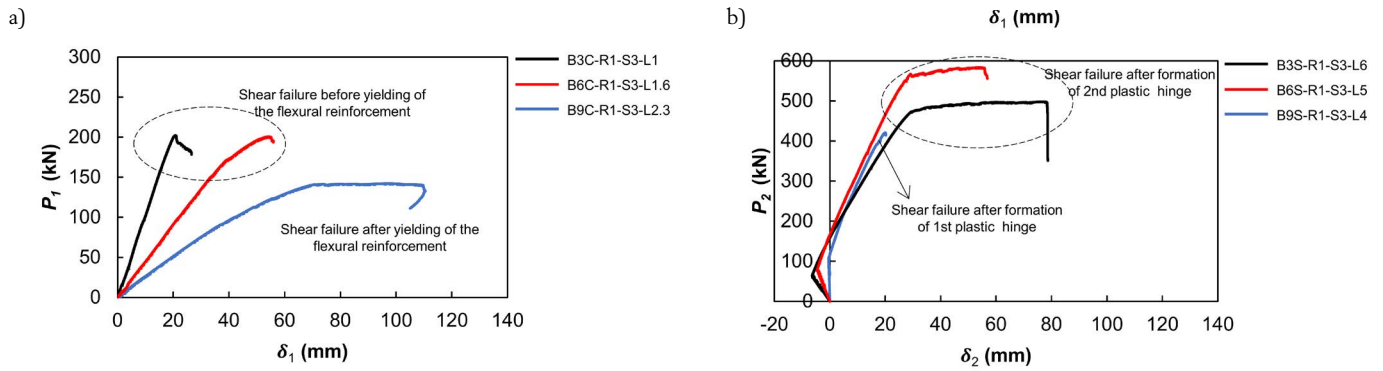


Figure 6. Load-deflection curves for the specimens of series R1 and section S3: (a) cantilever tests; (b) continuous beam tests.

TABLE 2.  
Reinforcement, geometry and material properties of all tests.

Specimen	Test	Failure mode	$P_{L,R}$ (kN)	$V_R$ (kN)	Test	Failure mode	$P_{L,R}$ (kN)	$P_{2,R}$ (kN)	$V_R$ (kN)
B1	B1C-R1-S1-L1	V (B)	192.6	196.8	B1S-R1-S1-L6	V (2PH)	272.6	513.2	139.4
B2	B2C-R1-S2-L1	V (B)	210.4	214.6	B2S-R1-S2-L6	V (2PH)	371.4	432.3	142.4
B3	B3C-R1-S3-L1	V (B)	202.1	206.3	B3S-R1-S3-L6	V (2PH)	324.4	495.8	145.1
B4	B4C-R1-S1-L1.6	V (B)	167.2	174.2	B4S-R1-S1-L5	V (1PH)	270.2	415.5	143.1
B5	B5C-R1-S2-L1.6	V (B)	208.1	215.2	B5S-R1-S2-L5	V (2PH)	374.1	540.1	188.7
B6	B6C-R1-S3-L1.6	V (B)	200.6	207.6	B6S-R1-S3-L5	V (2PH)	343.3	581.2	190.8
B7	B7C-R1-S1-L2.3	M	120.0	-	B7S-R1-S1-L4	V (1PH)	293.7	563.1	216.3
B8	B8C-R1-S2-L2.3	V (A)	157.8	167.6	B8S-R1-S2-L4	V (1PH)	389.6	405.6	200.9
B9	B9C-R1-S3-L2.3	V (A)	138.8	148.7	B9S-R1-S3-L4	V (1PH)	341.2	419.6	192.3
B10	B10C-R0-S1-L1	V (B)	146.0	150.2	B10S-R0-S1-L4	V (1PH)	224.2	118.1	82.4
B11	B11C-R0-S2-L1	V (B)	184.7	188.9	B11S-R0-S2-L4*	V (1PH)	363.7	94.7	92.0
B12	B12C-R0-S3-L1	V (B)	116.6	120.8	B12S-R0-S3-L4	V (1PH)	241.5	97.0	87.6
B13	B13C-R2-S1-L1	V (B)	230.8	235.0	B13S-R2-S1-L4	V (1PH)	290.6	557.2	217.6
B14	B14C-R2-S2-L1	V (B)	263.5	267.7	B14S-R2-S2-L4	V (1PH)	353.5	513.8	222.5
B15	B15C-R2-S3-L1	V (B)	276.8	281.0	B15S-R2-S3-L4	V (1PH)	310.5	463.4	199.1

Note: V (shear failure); M (bending failure); A (after yielding); B (before yielding); PH (plastic hinge); shear at corresponding support section including self-weight; \*test with different configuration [16].

cracking first started as vertical flexural cracks near the support section. In several tests, as load increased, one of those flexural cracks developed sub-horizontal branches (towards the support section firstly and towards the load section secondly) becoming the critical shear crack (see Figure 7a). Nevertheless, the critical shear crack developed directly as a diagonal crack in the web with increasing opening until shear failure in some L1 tests (B3C-R1-S3-L1, B11C-R0-S2-L1, B12C-R0-S3-L1 and B15C-R2-S3-L1, see Figure 7b). In continuous beam tests, the two different phases of the test influenced the evolution of the cracking pattern. In the first loading phase, mainly flexural cracking was observed, while cracking associated to shear deformations barely developed because of the limited shear forces. In the second phase, flexural cracks near to support section considerably increased and the critical shear crack progressed from a flexural crack by developing sub-horizontal branches. In general, the cracking pattern was influenced by

the shear reinforcement: specimens with stirrups (series R1 and R2) exhibited more distributed cracking and larger crack openings (associated to a significant vertical displacement) than those specimens without stirrups (series R0). The observed cracking patterns for all tests were presented in detail in Monserrat López *et al.* [7].

#### 4. ANALYSIS OF TEST RESULTS

##### 4.1. Shear strength contributions

The contribution of the various shear-transfer actions to the shear strength can be estimated by using the kinematics associated to cracking and suitable constitutive models. For

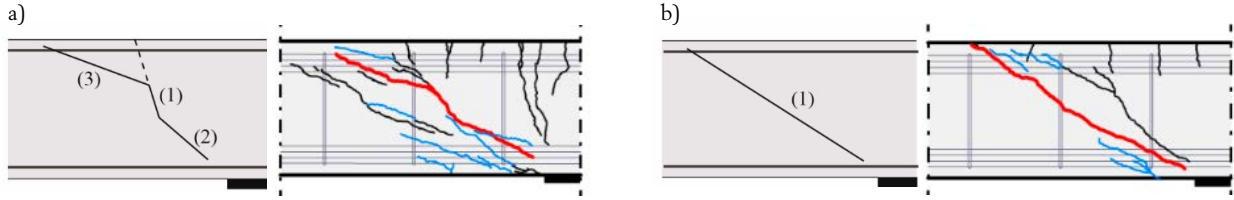


Figure 7. Crack development process: (a) critical shear crack from a flexural crack (B2C-R1-S2-L1); (b) critical shear crack as a diagonal crack in the web (B3C-R1-S3-L).

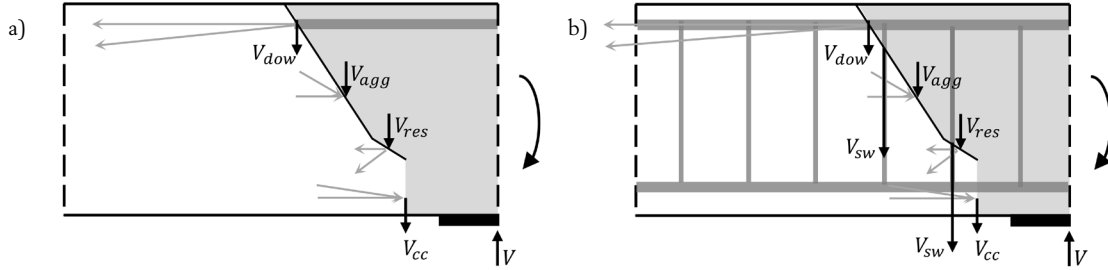


Fig. 8. (a) Shear-transfer actions in a specimen without shear reinforcement: aggregate interlock ( $V_{agg}$ ), dowel action ( $V_{dow}$ ), residual tensile strength ( $V_{res}$ ) and inclination of the compression chord ( $V_{cc}$ ); (b) shear-transfer actions in a specimen with shear reinforcement considering the contribution of the stirrups ( $V_{sw}$ ).

specimens without shear reinforcement (B10 to B12), several shear-transfer actions on cracked concrete contribute to the shear strength (aggregate interlock, residual tensile strength of concrete, dowel action of the flexural reinforcement and contribution of the compression chord, see Figure 8a). For specimens with shear reinforcement (B1 to B9 and B13 to B15), the contribution of the stirrups to the shear strength has to be also considered (see Figure 8b).

In this work, the contribution of the shear reinforcement ( $V_s$ ) and the contribution of the shear-transfer actions associated to the resistance of concrete ( $V_c$ ) –accounting for the sum of the various shear-transfer actions related to concrete– to the shear strength of the specimens is investigated. The contribution of the shear reinforcement ( $V_s$ ) is calculated following the procedure proposed by Campana *et al.* [19] and accounting for isolated DIC displacement measurements at stirrups location. The contribution associated to the concrete ( $V_c$ ) is obtained as the difference between the total shear strength of the specimens and the contribution of the shear reinforcement (the various shear-transfer actions related to concrete was presented in detail in Monserrat López *et al.* [7]).

The development of the inclined critical shear crack (the crack leading to shear failure) leads to the activation of the stirrups intercepted by it and, as a result, shear forces can be carried by them. The sum of the shear force ( $V_{sw}$ ) carried by each stirrup intercepted by the critical shear crack results in the contribution of the shear reinforcement ( $V_s$ ) according to:

$$V_s = \sum V_{sw} = \sum 2\sigma_{sw} \frac{\phi^2 \pi}{4} \quad (1)$$

where  $\phi$  is the diameter of the bar (stirrup with two branches) and  $\sigma_{sw}$  is the tensile stress of the stirrup, calculated following the procedure of Campana [19].

The tensile stress of a single stirrup ( $\sigma_{sw}$ ) is obtained [19] from the isolated measurements of the critical shear crack

openings performed by DIC. At the location where the critical shear crack ( $i$ ) intercepts the stirrup, its vertical crack opening ( $v_{sw,i}$ ) is obtained from the measured displacements of the concrete surfaces at two points ( $j$  and  $k$ ) vertically aligned with the stirrup (Figure 9a). Before bar yielding, the constant bond stress is assumed [20]  $\tau_{b1} = 2f_{ct}$  and, after yielding, it is reduced to  $\tau_{b2} = 2f_{ct}$  to consider the decreasing bond stress due to the bar lateral contraction [21] (Figure 9b). On this basis, and by considering a bilinear stress-strain relationship with strain hardening for the steel (Figure 9c), the measured crack openings, the stresses ( $\sigma_{sw}$ ) and strains ( $\epsilon_{sw}$ ) in a stirrup are determined (Figure 9d). The procedure neglects the concrete strains, so the crack opening ( $v_{sw,i}$ ) is obtained by integrating the strains distribution ( $\epsilon_{sw}$ ) of a stirrup along the tributary length ( $l_{cont,i}$ ) of the crack:

$$V_{sw,i} = \int_{l_{cont,i}} \epsilon_{sw}(x) dx \quad (2)$$

For the specimens of the experimental programme, two stirrups are normally intercepted by the critical shear crack in specimens of series R1, and three in the case of specimens of series R2 (cracking patterns for all tests were presented in detail in Monserrat López *et al.* [7]). Those stirrups intercepted by the horizontal branch of the critical shear crack are not considered [19,22] and the accounted stirrups are yielded at shear failure, as small crack openings are sufficient to yield small bar diameters [19,22]. Table 3 presents the values of the vertical opening of the critical shear crack ( $i$ ) at the location where it intercepts each stirrup ( $v_{sw,i,S1}$ ,  $v_{sw,i,S2}$  and  $v_{sw,i,S3}$ ) at shear failure (only for series R1 and R2).

The values of the contribution of the shear reinforcement ( $V_{s,R}$ ) and the contribution related to the concrete ( $V_{c,R}$ ) to the shear strength of the specimens based on test results is presented in Table 4.

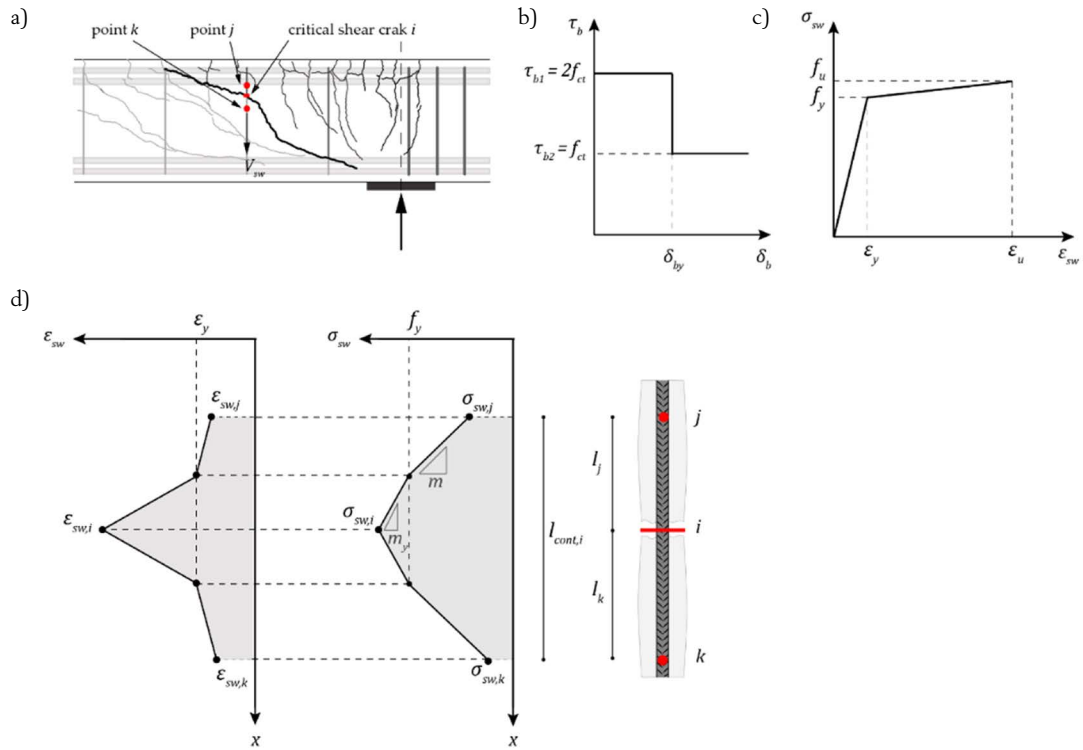


Figure 9. Shear reinforcement contribution: (a) obtaining the vertical crack opening of the critical shear crack by DIC; (b) the considered rigid-plastic bond behavior; (c) the considered bilinear hardening stress-strain relationship of steel (reinforcement steel properties in [6]) ; (d) transmission of stresses and strains in a stirrup [19].

TABLE 3.  
Vertical opening of the critical shear crack at the location where it intercepts the stirrups at failure.

Specimen	Test	$v_{sw,i,S1}$ (mm)	$v_{sw,i,S2}$ (mm)	$v_{sw,i,S3}$ (mm)	Test	$v_{sw,i,S1}$ (mm)	$v_{sw,i,S2}$ (mm)	$v_{sw,i,S3}$ (mm)
B2	B2C-R1-S2-L1	2.34	1.64	-	B2S-R1-S2-L6	0.39	0.60	-
B3	B3C-R1-S3-L1	1.57	1.78	-	B3S-R1-S3-L6	3.37	3.50	-
B4	B4C-R1-S1-L1.6	1.96	3.69	-	B4S-R1-S1-L5	3.23	3.36	-
B5	B5C-R1-S2-L1.6	2.04	3.13	-	B5S-R1-S2-L5	2.44	2.65	-
B6	B6C-R1-S3-L1.6	1.66	5.24	-	B6S-R1-S3-L5	1.09	1.71	-
B7	B7C-R1-S1-L2.3*	-	-	-	B7S-R1-S1-L4	0.97	2.19	-
B8	B8C-R1-S2-L2.3	2.70	1.80	-	B8S-R1-S2-L4	0.13	1.98	-
B9	B9C-R1-S3-L2.3	2.29	2.55	-	B9S-R1-S3-L4	1.05	3.12	-
B13	B13C-R2-S1-L1	2.16	3.18	2.19	B13S-R2-S1-L4	1.70	2.61	3.12
B14	B14C-R2-S2-L1	0.58	1.32	1.95	B14S-R2-S2-L4	0.49	1.52	1.50
B15	B15C-R2-S3-L1	2.19	1.27	1.68	B15S-R2-S3-L4	1.22	2.03	1.62

Note: V (shear failure); M (bending failure); A (after yielding); B (before yielding); PH (plastic hinge); shear at corresponding support section including self-weight; \*test with different configuration [16].

#### 4.2. Flexural and shear deformations

The analysis of flexural and shear deformations of the specimens is plotted in Fig. 10. The critical shear crack divides the specimens into two different bodies (one above the crack and other below it). The body above the critical shear crack only develops flexural deformation (accounted by the flexural rotation,  $\psi_j$ ); whereas the body below the crack develops shear

deformation as well linked to the development of the critical shear crack.

The kinematics of the critical shear crack (refers to Fig. 11a) can be explained by a rotational movement (shear crack rotation  $\psi_s$ , see Fig. 10) with the centre of rotations (CR) located near the tip of the crack [23,24] and a vertical displacement (shear displacement  $v_s$ , see Fig. 10) between the lips of the crack that may be constant or not along the

TABLE 4.  
Analysis of test results: calculated values at failure.

Specimen	Test	$V_{s,R}$	$V_{c,R}$	$\psi_f$	$\psi_t$	$w$	Test	$V_{s,R}$	$V_{c,R}$	$\psi_f$	$\psi_t$	$w$
		(kN)	(kN)	(mrad)	(mrad)	(mm)		(kN)	(kN)	(mrad)	(mrad)	(mm)
B1	B1C-R1-S1-L1	123.7	73.1	10.6	ND	2.7	B1S-R1-S1-L6	121.2	18.2	36.4	37.2	3.1
B2	B2C-R1-S2-L1	118.1	96.5	3.5	ND	1.5	B2S-R1-S2-L6	111.7	30.7	35.3	39.7	0.8
B3	B3C-R1-S3-L1	116.7	89.6	8.9	ND	1.4	B3S-R1-S3-L6	124.0	21.2	53.8	59.6	1.9
B4	B4C-R1-S1-L1.6	118.3	55.9	11.6	17.9	1.9	B4S-R1-S1-L5	127.0	16.1	25.3	27.0	2.8
B5	B5C-R1-S2-L1.6	119.1	96.0	13.1	24.7	1.6	B5S-R1-S2-L5	119.7	69.0	46.2	51.7	2.0
B6	B6C-R1-S3-L1.6	120.1	87.6	14.4	20.2	3.4	B6S-R1-S3-L5	116.4	74.4	41.3	42.3	1.4
B7	B7C-R1-S1-L2.3*	-	-	-	-	-	B7S-R1-S1-L4	116.8	99.5	15.7	23.4	1.1
B8	B8C-R1-S2-L2.3	111.4	56.3	30.7	34.2	1.6	B8S-R1-S2-L4	96.7	104.2	22.4	27.6	0.8
B9	B9C-R1-S3-L2.3	112.4	36.3	26.4	28.4	1.4	B9S-R1-S3-L4	116.8	75.5	14.8	27.0	2.1
B10	B10C-R0-S1-L1	0.0	150.2	8.0	ND	3.0	B10S-R0-S1-L4	0.0	82.4	11.0	11.7	0.6
B11	B11C-R0-S2-L1	0.0	188.9	4.0	ND	2.5	B11S-R0-S2-L4*	0.0	92.0	22.3	24.5	0.5
B12	B12C-R0-S3-L1	0.0	120.8	7.9	ND	4.5	B12S-R0-S3-L4	0.0	87.6	7.6	8.9	0.5
B13	B13C-R2-S1-L1	176.2	58.8	8.7	ND	2.0	B13S-R2-S1-L4	175.3	42.3	22.0	24.1	1.9
B14	B14C-R2-S2-L1	171.9	95.9	8.5	ND	1.0	B14S-R2-S2-L4	172.0	50.5	23.9	30.5	1.3
B15	B15C-R2-S3-L1	174.0	107.0	11.0	ND	ND	B15S-R2-S3-L4	174.5	24.6	24.6	29.7	1.7

Note: \*analysis not performed (bending failure); ND: no data available.

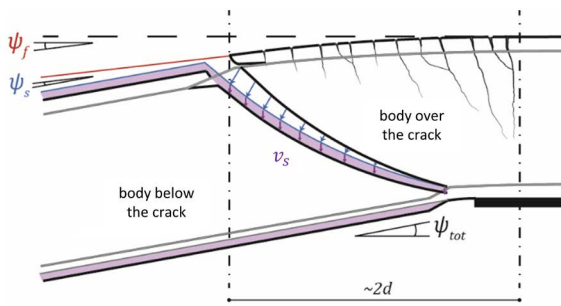


Figure 10. Flexural and shear deformations for the specimens: flexural rotation ( $\psi_f$ ) and total rotation ( $\psi_t$ ).

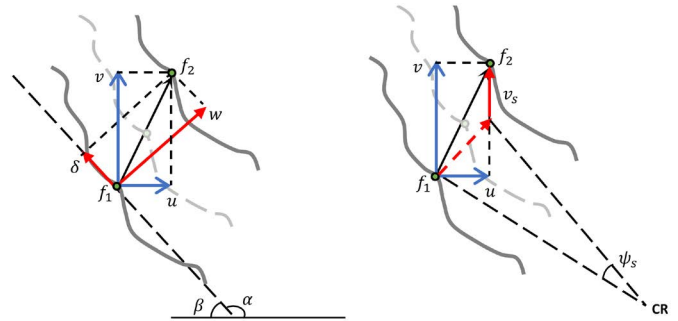


Figure 11. Critical shear crack kinematics: (a) simplification according to a rotation and a vertical displacement; (b) detailed crack opening and sliding.

crack (if it is not constant, it contributes to the rotation of the bottom fibres of the specimen) [25,26]. As a result, the total rotation  $\psi_t$  (see Figure 10) developed by the body below the critical shear crack is larger than the flexural one. This total rotation is obtained based on DIC measurements as the difference between the slope of the bottom fibres at the support section and the maximum slope at the end of the length of the specimen where the critical shear crack develops ( $2d$ ).

Flexural rotation ( $\psi_f$ ) represents the deformation of the specimens due to flexural stresses in an integrated way. At failure, the flexural rotations of the specimens are obtained by integrating the section curvature ( $\chi$ ) (estimated by the continuous measurements of the strains in the top and the bottom fibres performed by DIC) along the length of the specimen where the critical shear crack develops (Eq. 3). This length corresponds to the distance between the support section and the section at which the critical shear crack intercepts the flexural tensile reinforcement and it is approximately equal to  $2d$  for all specimens.

$$\psi_f = \int_{2d} \chi(x) dx \quad (3)$$

The normalized shear force ( $V/\sqrt{f_c}bd$ ) is plotted versus the flexural rotation ( $\psi_f$ ) for the specimens of series R1 ( $\rho_w = 0.13\%$ ) and section S2 ( $\rho = 2.29\%$ ) in Figure 12. In cantilever tests (Figure 12a), it can be noted that the flexural rotation increases with increasing shear force until failure for specimens failed in shear before yielding of the flexural reinforcement (B2C-R1-S2-L1 and B5C-R1-S2-L1.6), while this rotation increases under constant shear force after yielding until shear failure for the specimen B8C-R1-S2-L2.3. In continuous beam tests (Figure 12b), it is observed that the flexural rotation increases with increasing shear force until failure for the specimen failed in shear after the formation of the first plastic hinge (B2S-R1-S2-L6); however, shear failure occurs under increasing flexural rotation and constant shear force for specimens failed after the formation of second plastic hinge (B5S-R1-S2-L5 and B8S-R1-S2-L4).

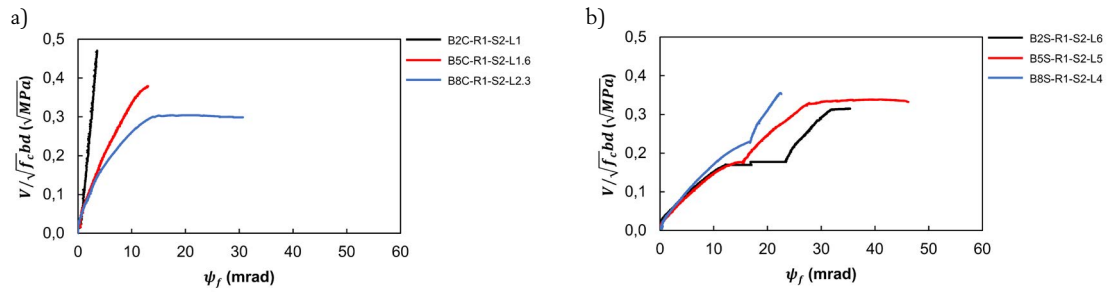


Figure 12. Normalized shear force *versus* flexural rotation for the specimens of series R1 and section S2: (a) cantilever tests; (b) continuous beam tests.

On the other hand, the development of inclined cracking (resulting in the critical shear crack leading to shear failure) evidences the deformation of the specimens due to shear stresses. Based on the displacement measurements of cracking performed by DIC [18] and following the procedure proposed by Campana *et al.* [19], the kinematics of the critical shear crack is obtained for all specimens. This kinematics (which involves relative horizontal  $-u-$  and vertical  $-v-$  displacements of the crack lips) can be explained by a crack opening normal to the crack ( $w$ ) and a sliding ( $\delta$ ) tangential to the crack according to [19] (refers to Figure 11b):

$$\vec{w} = \begin{bmatrix} \delta \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \quad (4)$$

The kinematics of the critical shear crack obtained from various cantilevers tests and continuous beam tests for specimens without shear reinforcement (series R0) and with shear reinforcement (series R1 and R2) is plotted in Figure 13. This kinematics is represented at various step loads: previous to the shear failure ( $V < V_R$ ), at shear failure just prior to the collapse of the specimen ( $V = V_R$ , the red point indicates this

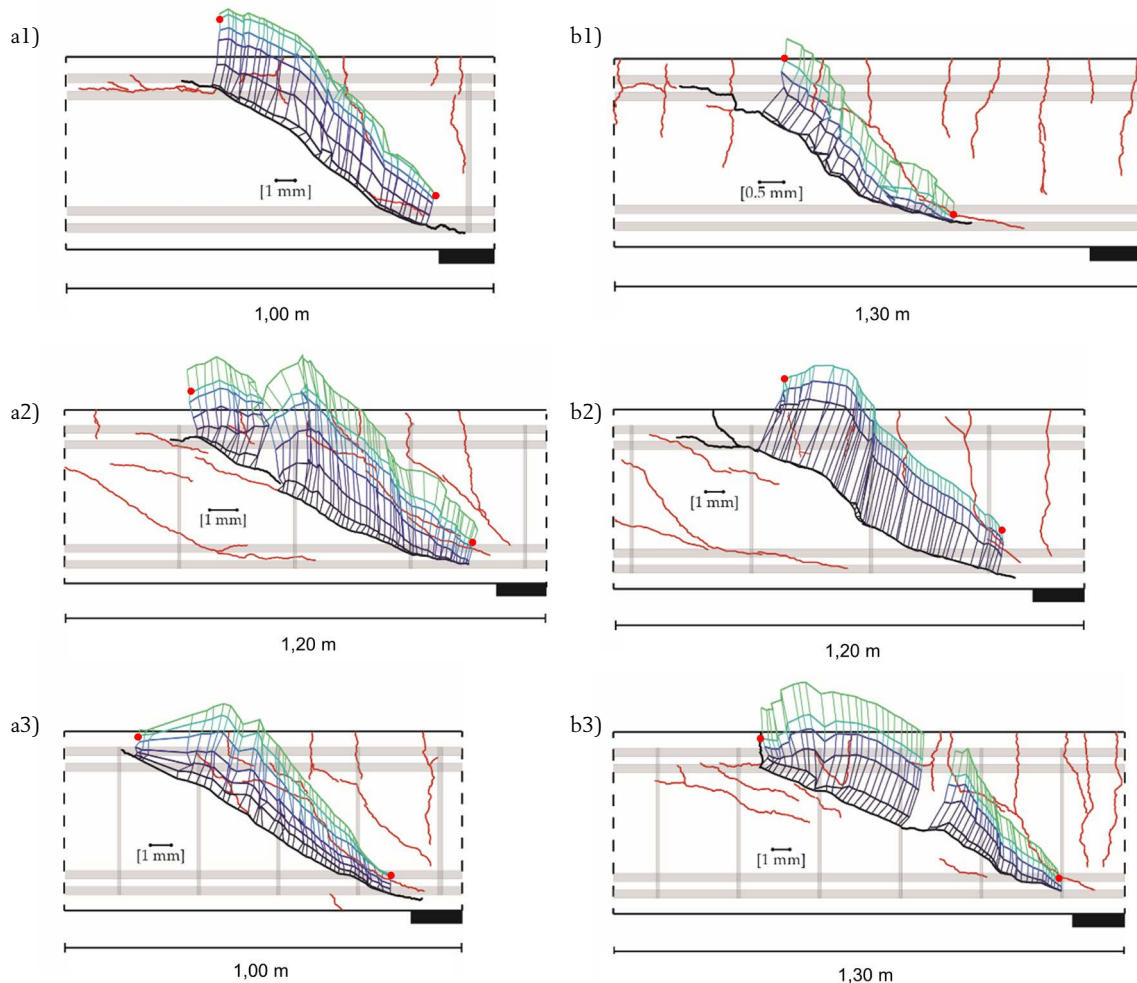


Figure 13. Kinematics of the critical shear crack (the red point indicates the step load corresponding to the shear failure): (a) cantilever tests -(a1) B10C-R0-S1-L1; (a2) B4C-R1-S1-L1.6; (a3) B13C-R2-S1-L1-; (b) continuous beam tests -(b1) B10S-R0-S1-L4; (b2) B1S-R1-S1-L6; (b3) B13S-R2-S1-L4-.



step load), and subsequent to the shear failure ( $V < V_R$  corresponding to the drop of the load due to the collapse of the specimen).

The values of the flexural rotation, of the total rotation and of the critical shear crack opening (average values of the crack opening corresponding to the different points of the polyline defining the crack) at failure for all specimens are summarized in Table 4.

### 4.3. Shear-flexural rotation interaction

The normalized shear strength associated to concrete ( $V_{c,R}/\sqrt{f_c b d}$ ) –accounting for the sum of the various shear-transfer actions related to concrete and obtained as the difference between the total shear strength and the contribution of the shear reinforcement at failure calculated according to Eq. 1– is plotted versus the flexural rotation ( $\psi_a$ ) at failure in Figure 14a and versus the critical shear crack opening ( $w$ ) at failure in Figure 14b for all specimens. It can be noted that the shear strength associated to concrete reduces for increasing flexural rotations (Figure 14a). This result evidences that the shear strength of the specimens is governed by the flexural strains developed. Nevertheless, it must be pointed out that the shear strength associated to concrete is not influenced by the crack opening for the tested specimens (14b). That is, the shear strength does not necessarily decrease for increasing crack openings. Although the increase of crack opening can entail a reduction of some shear-transfer actions (such as aggregate interlock) [3,4], it also can mean the activation of some others (such as dowel action), which results in an increase of the shear strength associated to the sum of the shear-carrying mechanisms related to concrete (a detailed analysis of the influence of the various shear-carrying mechanisms on the shear strength was presented in Monserrat López [27]).

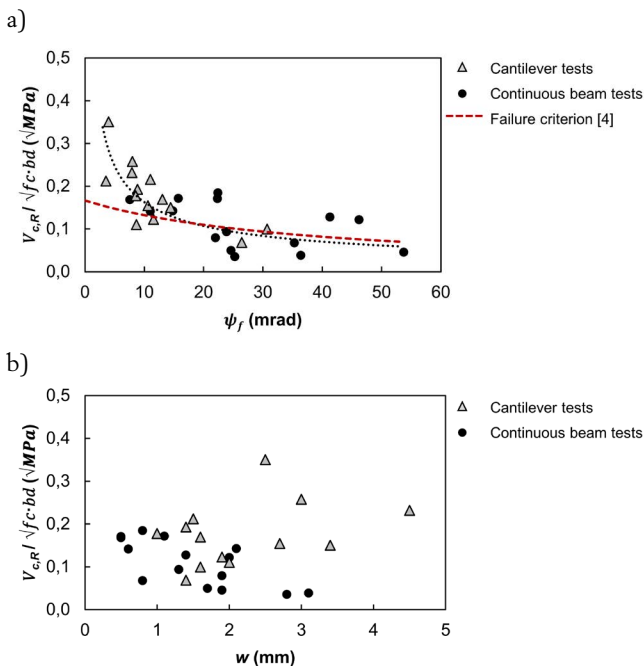


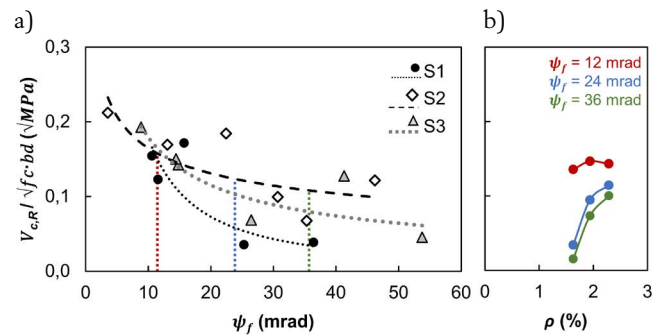
Figure 14. Normalized shear strength related to concrete for all specimens versus: (a) flexural rotation; (b) crack opening.

The reduction of the shear strength related to concrete for increasing flexural rotations occurs both for cantilever tests and continuous beam tests (Figure 14a). Generally, the later develop larger flexural strains (large flexural rotations) than the former and, as a consequence, the shear strength in continuous beams is more limited than in cantilever tests. In fact, the reduction of the shear strength until shear failure for increasing plastic strains in continuous beam tests (failure always occurs after yielding of the flexural reinforcement) evidences that the flexural deformation influences the shear behavior of the specimens beyond the yielding point. In addition, the shear-flexural rotation interaction on the tested specimens is common to specimens without and with shear reinforcement. That is, the shear strength related to concrete decreases for increasing flexural rotations regardless of the presence or absence of stirrups.

The loss of shear strength for increasing values of rotation after yielding of the flexural reinforcement was already confirmed by the experimental programme conducted by Vaz Rodrigues *et al.* [4] on statically determinate reinforced concrete beams without stirrups. The experimental results allowed formulating a shear failure criterion (refer to Figure 14a) according to the rotation for reinforced concrete members without shear reinforcement based on the Critical Shear Crack Theory (CSCT) [3].

Therefore, this experimental study [4] has already proved the influence of the flexural deformation on shear strength for statically determinate specimens without stirrups; however, the tests included in the present work allow extending the analysis of this phenomenon for statically determinate and indeterminate specimens without and with stirrups. This extended analysis evidences the reduction of the shear strength for increasing flexural rotations for statically determinate and indeterminate reinforced concrete members without and with shear reinforcement that reach shear failures before and after yielding of the flexural reinforcement (Figure 14a).

### 4.4. Influence of the tensile flexural reinforcement on the shear-flexural rotation interaction



Note: B7C-R1-S1-L2.3 - analysis not performed (bending failure).

Figure 15. Influence of the flexural reinforcement on the moment-shear interaction: (a) normalized shear strength related to concrete according to the flexural rotation for the specimens of series R1; (b) normalized shear strength related to concrete according to flexural reinforcement ratio for three different levels of flexural rotation.

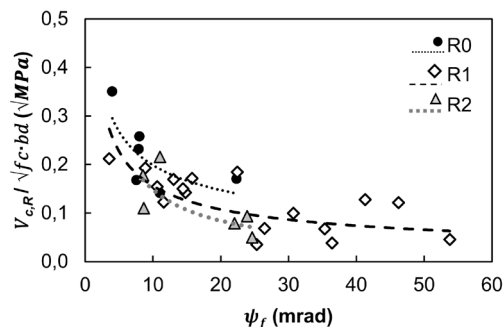
The influence of the flexural reinforcement on the shear-flexural rotation interaction (represented by the loss of shear

strength related to concrete  $-V_{c,R}/\sqrt{f_c}bd-$  for increasing flexural rotations  $-\psi_f-$  for the specimens of series R1 ( $\rho_w = 0.13\%$ ) is plotted in Figure 15a. It can be noted that for the same value of flexural rotation, the larger the flexural reinforcement ratio, the greater the shear strength for the tested specimen. In other words, depending on the flexural reinforcement of the section (sections S1, S2 and S3), the tested specimens reach the same shear strength under different levels of flexural rotation. In addition to this, it is observed that the increase of shear strength related to concrete with flexural reinforcement ratio for the same level of rotation is more significant as the flexural rotation increases. On this point, Figure 15b represents for three different levels of flexural rotation (12, 24 and 36 mrad) the values of the normalized shear strength related to concrete ( $V_{c,R}/\sqrt{f_c}bd$ ) versus the flexural reinforcement ratio of the sections S1 ( $\rho = 1.63\%$ ), S2 ( $\rho = 2.29\%$ ) and S3 ( $\rho = 1.94\%$ ) for the series R1 ( $\rho_w = 0.13\%$ ). It can be noted that the increase in shear strength for increasing flexural reinforcement ratios is more significant for larger rotations. While for a flexural rotation of 12 mrad, the shear strength related to concrete is almost the same independent of the flexural reinforcement; for larger values of flexural rotation (24 and 36 mrad), the shear strength provided by concrete considerably increases with flexural reinforcement ratio.

#### 4.5. Influence of the shear reinforcement on the shear-flexural rotation interaction

On the other hand, the influence of the shear reinforcement on the shear-flexural rotation interaction for the specimens of series R0 (without stirrups), R1 ( $\rho_w = 0.13\%$ ) and R2 ( $\rho_w = 0.20\%$ ) is plotted in Figure 16. It can be noted that for the same value of flexural rotation, the larger the shear reinforcement ratio, the lower the shear strength related to concrete for the tested specimen. This result evidences that, whereas the shear strength of the specimens increases for larger shear reinforcement ratios (see Table 2), the contribution to that resistance of the various shear-transfer mechanisms related to concrete decreases. This phenomenon is represented in Figure 17, where the normalized shear strength ( $V_{c,R}/\sqrt{f_c}bd$ ) (Figure 17a) and the normalized shear strength related to concrete ( $V_{c,R}/\sqrt{f_c}bd$ ) (Figure 17b) are plotted versus the shear reinforcement ratio (series R0, R1 and R2) for comparable tests (cantilever tests L1 and continuous beam tests L4, see Table 1). It is also observed in Figure 17 that, for the same amount of shear reinforcement, cantilever tests reach larger values of shear strength than continuous beam tests, although a greater scatter. The limited scatter of continuous beam tests (compared to cantilever tests) can be explained by the reduced contribution of the dowel action to shear strength due to the yielding of the tensile flexural reinforcement in continuous beam tests [7,28]. For cantilever tests, the contribution of the dowel action to the shear strength is considerable [7] and, apart from the kinematics of the critical shear crack, it depends on the amount of flexural reinforcement. Considering that the tested specimens have different amounts of this reinforcement according to three series (S1, S2 and S3), the scatter in cantilever tests may be explained. However, for continuous beam tests, the yielding of the flexural reinforcement before the shear failure limits the contribution of the dowel action and, as a result, the scat-

ter associated with the different flexural reinforcement ratios (S1, S2 and S3) is also limited.



Note: B7C-R1-S1-L2.3 - analysis not performed (bending failure).  
Figure 16. Influence of the shear reinforcement on the moment-shear interaction: normalized shear strength related to concrete according to the flexural rotation for the specimens of series R0, R1 and R2.

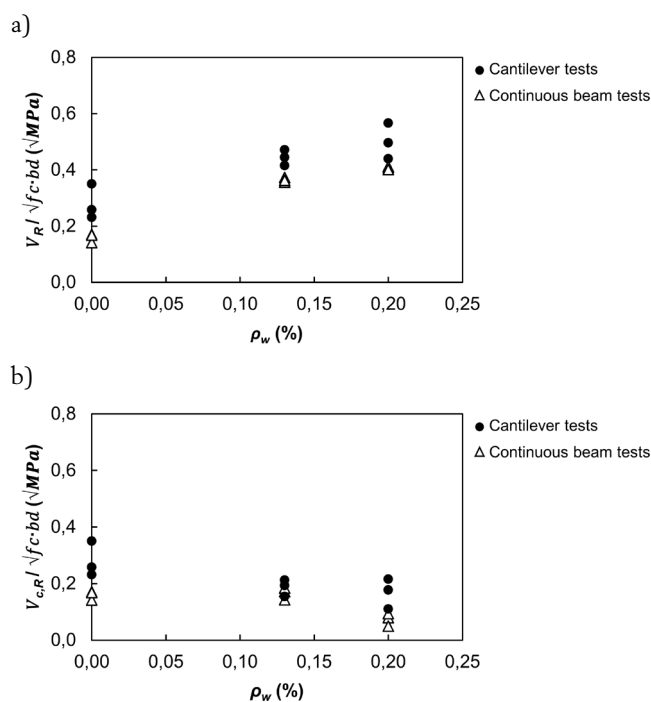


Figure 17. Influence of the shear reinforcement on the shear strength for cantilever tests L1 and continuous beam tests L4: (a) normalized shear strength; (b) normalized shear strength related to concrete.

#### 4.6. Comparison of the test results with existing code provisions

The experimental-to-predicted shear strength ( $V_{R,test}/V_{R,calc}$ ) ratio is plotted versus the flexural rotation ( $\psi_f$ ) at failure for all test in Figure 18 (statistics of the ratio are included). Only cantilever tests with shear failure before yielding of the flexural reinforcement (failure mode V(B), see Table 2) and continuous beam tests with shear failure after the development of first plastic hinge (failure mode V(1PH), see Table 2) are included in the analysis. The predicted shear strength is obtained for ACI 318-19 [11] (Figure 18a), EC-2 [12] (Figure 18b) and MC2010 [15] (LoA-I in Figure 18c and LoA-III in Figure 18d). In all cases, the partial safety factor for concrete material properties is considered equal to one and the angle between web compression and the axis of the member is the minimum.

Regarding the different code provisions for specimens without and with shear reinforcement, the scatter of the experimental-to-predicted shear strength ratio is always greater for test results of specimens without shear reinforcement (series R0) than for those of specimens with stirrups (series R1 and R2). This reflects the larger variability of the phenomena governing the shear strength for members without shear reinforcement than for those with it.

The provisions of shear strength differ considerably depending on whether the formulation of the design code accounts for the reduction of shear strength resulting from the development of flexural deformations in the flexural reinforcement. In this regard, the predicted ratio  $V_{R,test}/V_{R,calc}$  plotted in Figure 18 versus the flexural rotation allow identifying the capability of each design codes to capture the dependence between shear strength and flexural deformation (accounted by the flexural rotation). The formulation provided by ACI 318-19, EC-2 and MC2010 LoA-I does not directly include a reduction of the shear strength because of the development of flexural deformations (see the trend plotted in Figure 18a, 18b and 18c). Shear strength provisions in these cases show similar scatter values: 33~36% for specimens without stirrups and 11~16% for specimens with stirrups. However, the shear strength values predicted by MC2010 LoA-I are much more conservative (average of the ratio  $V_{R,test}/V_{R,calc}$  equal to 1,94 for specimens without stirrups and 1,67 for specimens with stirrups) than those predicted by ACI 318-19 (1,23 and 1,11, respectively) and EC-2 (1,01 and 1,17, respectively). On the

other hand, the iterative formulation provided by MC2010 LoA-III (based on the MCFT [13,14]) accounts for the moment-shear interaction by reducing shear strength according to the strains of the flexural reinforcement (see the trend plotted in Figure 18d) and it improves the shear strength LoA-I predictions. In all cases, the shear strength values predicted by MC2010 LoA-III (LoA-II for series R0) are lower than the experimental values obtained in tests ( $V_{R,test}/V_{R,calc} > 1$ ). The average of the ratio  $V_{R,test}/V_{R,calc}$  is 1,37 and 1,18 for specimens without and with stirrups, respectively, and the scatter of this ratio is the lowest (15% and 8% for specimens without and with stirrups, respectively). It must be pointed out that the reduction of shear strength is bounded because of flexural deformations in MC2010 LoA-III are limited to the yielding strain of the longitudinal tension reinforcement, since they are derived from a sectional analysis by assuming a linear elastic stress-strain relationship for the steel.

## 5. SHEAR STRENGTH REDUCTION ACCOUNTING FOR THE PLASTIC ROTATION DEMAND OF THE PLASTIC HINGES

The reduction of the shear strength of reinforced concrete members for increasing flexural rotations has been confirmed. It has also been proved that this reduction of the shear resistance extends for increasing rotations of the plastic

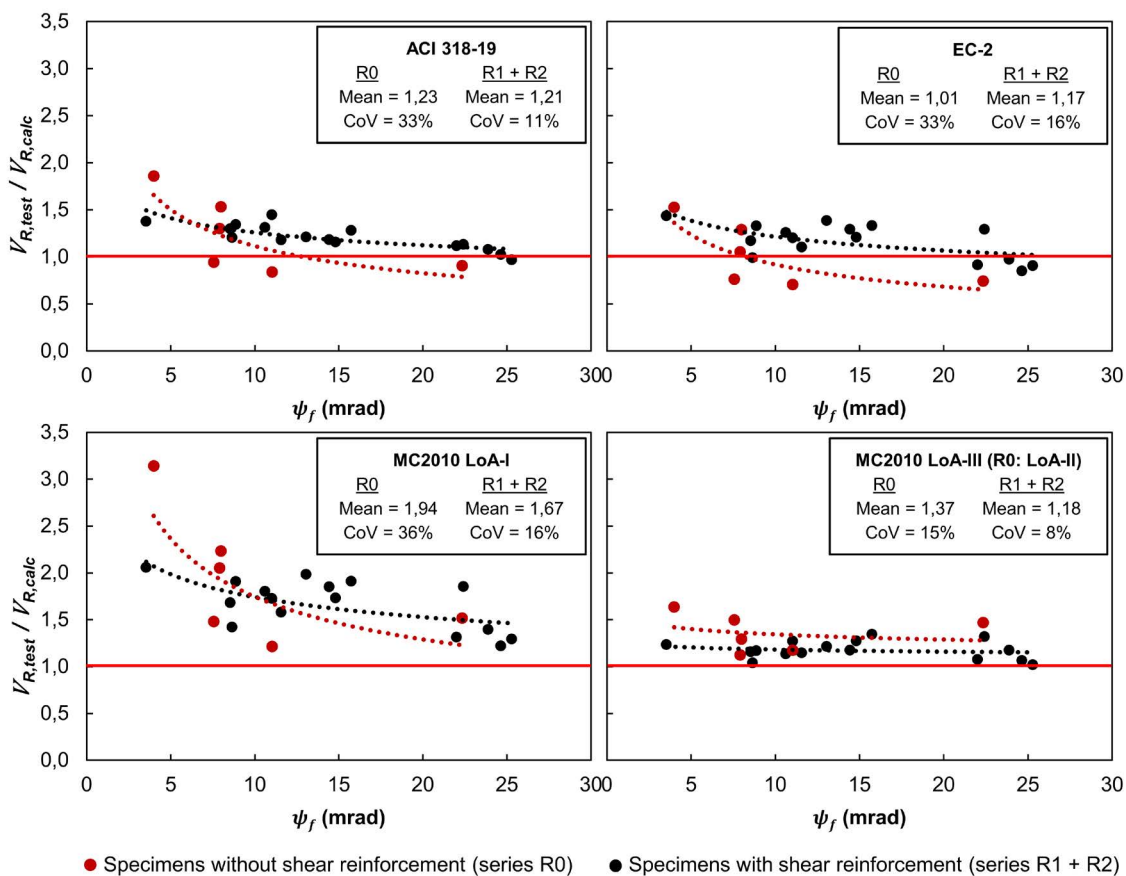


Figure 18. Experimental-to-predicted shear strength ratio versus flexural rotation for different design code provisions (ACI 318-19, EC-2, MC2010 LoA-I and MC2010 LoA-III) for specimens without and with shear reinforcement.

hinges after yielding of the flexural reinforcement. That is, the rotation demand of a plastic hinge for increasing loads after yielding involves a reduction of its shear strength. In statically indeterminate structures, these increasing loads also lead to increasing shear forces at the plastic hinge. When these shear forces reach the shear failure criterion, the shear capacity of the plastic hinge is reached. A simple procedure to calculate the shear capacity of a plastic hinge after yielding of the flexural reinforcement is linearizing the shear failure criterion considering the tangent to the shear failure criterion at the shear strength  $V_R(\psi_y)$  calculated for the rotation corresponding to the yielding of the flexural reinforcement ( $\psi_y$ ) (see line  $r_2$  in Figure 19) according to Eq. 5. The linearization of the shear failure criterion [4] provides a safe estimate of the shear strength as the failure criterion is concave (see Figure 14a).

$$V_R = V_R(\psi_R) - k_\psi (\psi - \psi_y) \quad (5)$$

where  $k_\psi = -\left[\frac{dV_R(\psi)}{d\psi}\right]_{\psi_y}$  is the slope (negative) of the line  $r_2$  (see Figure 19).

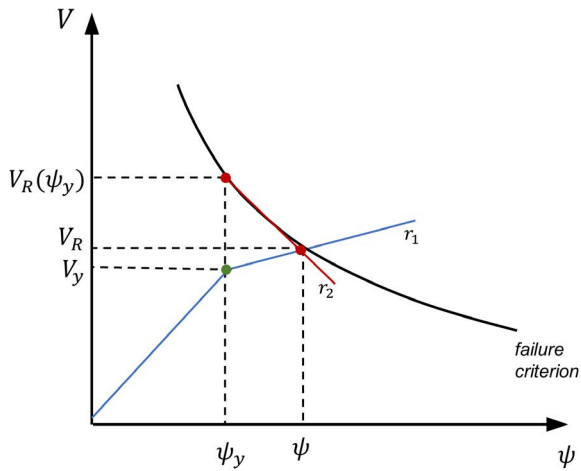


Figure 19. Shear strength of reinforced concrete members without shear reinforcement versus flexural rotation.

The expression of Eq. 5 shows that the shear strength of a plastic hinge can be calculated by considering the shear strength at yielding strain of the flexural tensile reinforcement reduced by a term that depends on the plastic rotation demand of the plastic hinge. This reduction will be small for low values of  $k_\psi$ , which corresponds to shear failures with large flexural rotations, according to the failure criterion (see Figure 19).

On the other hand, the plastic rotation demand of a plastic hinge ( $\psi - \psi_y$ ) can be expressed as a linear function of the applied shear forces according to (see line  $r_1$  in Figure 19):

$$\psi - \psi_y = \frac{1}{k_\theta} (V_E - V_y) \quad (6)$$

where  $k_\theta$  is the slope of the line  $r_1$  (see Figure 19) and depends on the geometrical and mechanical characteristics of the structure and  $V_y$  is the shear force applied for yielding of the flexural reinforcement.

The shear strength of a plastic hinge will be reached when the shear force reaches the shear failure criterion ( $V_E = V_R$ ). Thus, from Eq. 5 and 6, it follows that:

$$V_R = \frac{k_\theta V_R(\psi_y) - k_\psi V_y}{k_\theta - k_\psi} \quad (7)$$

For the calculation of  $V_R(\psi_y)$ , the failure criterion for reinforced concrete members without shear reinforcement proposed by Vaz Rodrigues *et al.* [4] (refer to Figure 14a) may be assumed. For members with stirrups, the shear resistance may be considered as the sum of the shear strength provided by concrete and the shear force resisted by the stirrups intercepted by the critical shear crack ( $V_{s,R}$ ) according to:

$$V_R(\psi_y) = \frac{1}{6} \frac{bd\sqrt{f_c}}{1 + 2\frac{\psi_y d}{d_g}} + V_{s,R}(\psi_y) \quad (8)$$

Considering the failure criterion proposed by Vaz Rodrigues *et al.* [4] (refer to Figure 14a), the value of  $k_\psi$  is thus given by:

$$k_\psi = -\left[\frac{dV_R(\psi)}{d\psi}\right]_{\psi_y} = 2\frac{d}{d_g} \frac{V_R(\psi_y)}{1 + 2\psi_y \frac{d}{d_g}} \quad (9)$$

The shear force resisted by stirrups intercepted by the critical shear crack is the sum of the individual forces of the stirrups  $V_{s,R} = \sum (2\pi\phi^2/4) \bar{\sigma}_{sw}$ . Assuming an average stress  $\bar{\sigma}_{sw}$  for these stirrups at shear failure and that this crack extends along the shear crack ( $d \cdot \cot\theta$ ), the shear force resisted by stirrups can be obtained as:

$$V_{s,R}(\psi \geq \psi_y) = \frac{2\pi\phi^2}{4} \frac{\bar{\sigma}_{sw}}{s} \frac{d \cot\theta}{s} \quad (10)$$

where  $\phi$  is the diameter of the bar (stirrup with two branches) and  $s$  is the spacing of the shear reinforcement. For the tested specimens,  $\bar{\sigma}_{sw} = f_y$  as the stirrups yielded and  $\cot(\theta) = 2$ .

The shear strength predicted by the proposed simplified method shows good agreement with the results obtained from the continuous beam tests carried out in this work. The average value of the ratio between the experimental shear strength (refer to Table 2) and the estimated shear strength (refer to Eq. 7) considering all the continuous beam tests (15 tests) is 1.06 (CoV = 11.7%) (see Figure 20).

For reduced plastic rotation demands -that is, large  $k_\theta$  leading to a slope of line  $r_1$  quite vertical (see Figure 19)-, the shear strength of the plastic hinge is close to the shear resistance  $V_R(\psi_y)$  calculated for the yielding of the flexural reinforcement. This is the case of beams with high sectional stiffness. Conversely, for large plastic rotation demands - that is, limited  $k_\theta$  leading to a slope of line  $r_1$  quite horizontal (see Figure 19)-, the shear strength of the plastic hinge is close to the shear force applied for yielding of the flexural reinforcement ( $V_y$ ).

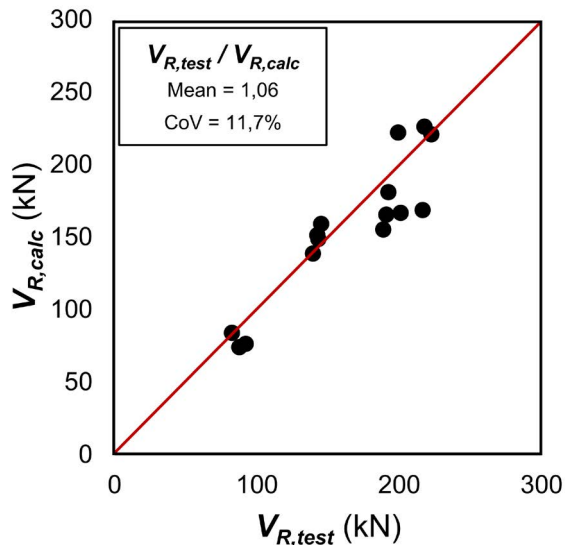


Figure 20. Shear strength for all continuous beam tests: experimental values and estimated values according to the proposed simplified method.

## 6. CONCLUSIONS

- The test system allowed reproducing shear failures of statically determinate and indeterminate structures on the tested specimens namely cantilever tests and continuous beam tests, respectively. In continuous beam tests, the tested specimens failed in shear after yielding of the flexural reinforcement due to the reduction of the shear strength capacity because of increasing plastic deformation (flexural rotation).
- Digital image correlation (DIC) technique has proved to be a powerful tool to perform displacement measurements on specimens. The employment of this technique allows the kinematics of the critical shear crack to be obtained in detail, as well as the rotations developed throughout the length of the specimen where this crack develops.
- The critical shear crack divides the specimen into two bodies. The body over this crack develops flexural deformation (flexural rotation), whereas the body below it develops both flexural and shear deformations. As a result, the total rotation measured in the bottom fibres of the specimen is larger than the flexural one. This difference between the flexural and the total rotation is attached to the rotations developed by the critical shear crack.
- Flexural rotation and critical shear crack width represent flexural and shear deformations developed by specimens, respectively. These two parameters are used to analyse the effect of both deformations on the contribution of the various shear-transfer actions related to concrete to the shear strength of the specimens.
- Shear strength provided by concrete decreases for increasing values of flexural rotation, both for specimens with and without shear reinforcement. The results confirm that even after yielding of the flexural reinforcement the plastic flexural rotation reduces the shear strength capacity.

- Shear strength provided by concrete is not influenced by critical shear crack width. Although the increase of this width can entail a reduction of some shear-transfer actions, it also can mean the activation of some others and, as a result, an increase of the overall shear strength associated to the sum of the shear-carrying mechanisms related to concrete.
- The reduction of shear strength provided by concrete for increasing values of bending rotation is influenced both by flexural reinforcement and shear reinforcement ratios. Although shear strength increases for increasing shear reinforcement ratios, concrete contribution decreases as this ratio increases.
- It has been experimentally verified that the shear failure criterion proposed by Vaz Rodrigues *et al.* [4] is applicable to shear failures with plastic deformations of the flexural reinforcement both in members with and without shear reinforcement.
- An expression to obtain the shear strength of a plastic hinge has been proposed by linearizing a shear failure criterion formulated as a function of the flexural rotation. To this aim, the failure criterion proposed by Vaz Rodrigues *et al.* [4] is considered because of its simplicity. However, this proposal could be improved by including the influence of the flexural and shear reinforcement on the shear strength provided by concrete.

## Acknowledgements

This research was funded with grants from the Ministerio de Economía y Competitividad (Spain) with Research Project BIA2015-64672-C4-4-R. Andrea Monserrat was particularly supported by the Conselleria d'Educació, Investigació, Cultura i Esport of the Generalitat Valenciana (Order 6/2015, DOCV no. 7615 15.09.2015) funded with European Regional Development Funds (ERDF) as a pre-doctoral researcher and by the Ministerio de Universidades (Spain) with the Recovery, Transformation and Resilience Plan (RD 289/2021 and order UNI/551/2021) funded by NextGenerationEU as a post-doctoral researcher. The experimental programme was developed in the Laboratory of Concrete of the Institute of Concrete Science and Technology (ICITECH) of the Universitat Politècnica de València (UPV). VIC2D software was employed during the research stay of Andrea Monserrat at the EPFL (Lausanne, Switzerland).

## References

- [1] K.-H. Reineck, E. C. Bentz, B. Fitik, D. A. Kuchma, and O. Bayrak, ACI-DAFStb Database of shear tests on slender reinforced concrete beams without stirrups, *ACI Struct. J.* 110 (2013) no. 5 867–876. <https://doi.org/10.14359/51685839>
- [2] K.-H. Reineck, E. Bentz, B. Fitik, D. A. Kuchma, and O. Bayrak, ACI-DAFStb Databases for shear tests on slender reinforced concrete beams with stirrups, *ACI Struct. J.* 111 (2014) no. 5 1147–1156. <https://doi.org/10.14359/51686819>
- [3] A. Muttoni and M. Fernández Ruiz, Shear strength of members without transverse reinforcement as function of critical shear crack width, *ACI Struct. J.* 105 (2008) no. 2 163–172. <https://doi.org/10.14359/19731>
- [4] R. Vaz Rodrigues, A. Muttoni, and M. Fernández Ruiz, Influence of shear on rotation capacity of reinforced concrete members wi-

- thout shear reinforcement, *ACI Struct. J.* 107 (2010) no. 5 516–525. <https://doi.org/10.14359/51663902>
- [5] A. Monserrat López, P. Miguel Sosa, J. L. Bonet Senach, and M. Á. Fernández Prada, Influence of the plastic hinge rotations on shear strength in continuous reinforced concrete beams with shear reinforcement, *Eng. Struct.* 207 (2020). <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.110242>
- [6] A. Monserrat López, P. Miguel Sosa, J. L. Bonet Senach, and M. Á. Fernández Prada, Experimental study of shear strength in continuous reinforced concrete beams with and without shear reinforcement, *Eng. Struct.* 220 (2020). <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.110967>
- [7] A. Monserrat López, M. Fernández Ruiz, and P. Miguel Sosa, The influence of transverse reinforcement and yielding of flexural reinforcement on the shear-transfer actions of RC members, *Eng. Struct.* 234 (2021). <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.111949>
- [8] J. Schlaich, K. Shafer, and M. Jennewein, Toward a consistent design of structural concrete, *PCI J.* 32 (1987) 74–150. <https://doi.org/10.15554/pcij.05011987.74.150>
- [9] J. Schlaich and K. Schäfer, Design and detailing of structural concrete using strut-and-tie models, *Struct. Eng.* 69 (1991) no. 6 113–125.
- [10] A. Muttoni, J. Schwartz, and B. Thürlimann, *Design of Concrete Structures with Stress Fields*, Birkhäuser / Springer, 1997.
- [11] ACI Committee 318, Building code requirements for structural concrete (ACI 318-19); and commentary (ACI 318R-19), American Concrete Institute, 2019.
- [12] CEN, EN 1992-1-1:2004, Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings, European Committee for Standardization, 2004.
- [13] F. J. Vecchio and M. P. Collins, The Modified Compression-Field Theory for reinforced concrete elements subjected to shear, *J. Proc.* 83 (1986) no. 2 219–231.
- [14] E. Bentz, F. J. Vecchio, and M. P. Collins, Simplified Modified Compression Field Theory of calculating shear strength of reinforced concrete elements, *ACI Struct. J.* 103 (2006) no. 4 614–624. <https://doi.org/10.14359/16438>
- [15] Fédération International du Béton (fib), *Model Code 2010*, Ernst & Sohn, 2012.
- [16] X.-B. D. Pang and T. T. C. Hsu, Behavior of reinforced concrete membrane elements in shear, *ACI Struct. J.* 92 (1995) no. 6 665–679. <https://doi.org/10.14359/9661>
- [17] X.-B. D. Pang and T. T. C. Hsu, Fixed-Angle Softened-Truss Model for reinforced concrete, *ACI Struct. J.* 93 (1996) no. 2 197–207. <https://doi.org/10.14359/1452>
- [18] Correlated Solutions, *Vic-2D Reference Manual*, 2009.
- [19] S. Campana, M. Fernández Ruiz, A. Anastasi, and A. Muttoni, Analysis of shear-transfer actions on one-way RC members based on measured cracking pattern and failure kinematics, *Mag. Concr. Res.* 65 (2013), no. 6 386–404. <https://doi.org/10.1680/macrc.12.00142>
- [20] V. Sigrist, *Zum Verformungsvermögen von Stahlbetonträgern (Deformation capacity of reinforced concrete beams)*, ETH Zürich, 1995.
- [21] M. Fernández Ruiz, A. Muttoni, and P. G. Gambarova, Analytical modeling of the pre- and postyield behavior of bond in reinforced concrete, *J. Struct. Eng.* 133 (2007) no. 10 1364–1372. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2007\)133:10\(1364\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2007)133:10(1364))
- [22] P. Huber, T. Huber, and J. Kollegger, Investigation of the shear behavior of RC beams on the basis of measured crack kinematics, *Eng. Struct.* 113 (2016) 41–58. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.01.025>
- [23] M. Fernández Ruiz, A. Muttoni, and J. Sagaseta, Shear strength of concrete members without transverse reinforcement: A mechanical approach to consistently account for size and strain effects, *Eng. Struct.* 99 (2015) 360–372. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.05.007>
- [24] F. Cavagnis, M. Fernández Ruiz, and A. Muttoni, A mechanical model for failures in shear of members without transverse reinforcement based on development of a critical shear crack, *Eng. Struct.* 157 (2018) 300–315. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2017.12.004>
- [25] J. T. Simões, M. Fernández Ruiz, and A. Muttoni, Validation of the Critical Shear Crack Theory for punching of slabs without transverse reinforcement by means of a refined mechanical model, *Struct. Concr.* 19 (2018) no. 1 191–216. <https://doi.org/10.1002/suco.201700280>
- [26] A. Muttoni, M. Fernández Ruiz, and J. T. Simões, The theoretical principles of the critical shear crack theory for punching shear failures and derivation of consistent closed-form design expressions, *Struct. Concr.* 19 (2018) no. 1 174–190. <https://doi.org/10.1002/suco.201700088>
- [27] A. Monserrat López, Comportamiento frente a cortante de vigas continuas de hormigón armado: estudio experimental de los mecanismos resistentes y de la influencia de la cinemática desarrollada en combinación con los esfuerzos de flexión, *Universitat Politècnica de València*, 2020.
- [28] F. Cavagnis, M. Fernández Ruiz, and A. Muttoni, An analysis of the shear-transfer actions in reinforced concrete members without transverse reinforcement based on refined experimental measurements, *Struct. Concr.* 19 (2018) no. 1 49–64. <https://doi.org/10.1002/suco.201700145>

# A Study on the Distribution of Shear Forces Between Resisting Mechanisms in a RC Element Without Stirrups

## *Estudio de la distribución del esfuerzo cortante entre distintos mecanismos resistentes en un elemento de hormigón armado sin armadura transversal*

Alejandro Pérez Caldentey<sup>a,\*</sup>

<sup>a</sup> Universidad Politécnica de Madrid. Prof. Aranguren S/N. 28040 Madrid, SPAIN

FHECOR Consulting Engineers. Barquillo, 23, 2º. 28004 Madrid, SPAIN.

Recibido el 28 de diciembre de 2022; revisado el 7 de julio de 2023, aceptado el 11 de julio de 2023

### ABSTRACT

This paper explores how the shear force distributes itself among the three main shear resistance mechanisms: shear resistance of the uncracked compressed chord, aggregate interlock, and dowel effect. Today's dominating shear models, the critical crack theory (Muttoni *et al.* [1]) and the compression field theory (Collins *et al.* [2]) maintain that the main shear-resisting mechanism is aggregate interlock, while more recent studies (Marí *et al.* [3]), maintain that the main resistance mechanism is the shear resistance on the uncracked compression chord.

In this paper FEM modelling is used to study a test carried out at the Universidad Politécnica de Madrid (UPM) to try to assign the shear force to the different shear mechanisms for different loading steps and elucidate what finally causes the failure of the structure. The results show that as load is increased the relative part of the shear force taken by the uncracked compressed chord increases until, finally, shear failure is reached when the principal tensile stress in the area located close to the load but towards the support reaches the tensile resistance of concrete, generating a crack that precipitates the failure of the beam.

It should be pointed out that the study included in this paper is only preliminary and should be extended to other cases exploring different sizes, reinforcement ratios, etc.

KEYWORDS: physical model, shear resistance mechanisms, elements without shear reinforcement.

©2024 Hormigón y Acero, the journal of the Spanish Association of Structural Engineering (ACHE). Published by Cinter Divulgación Técnica S.L. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons (CC BY-NC-ND 4.0) License

### RESUMEN

Este artículo explora cómo se distribuye el esfuerzo cortante entre los tres mecanismos principales de resistencia a cortante: resistencia del cordón comprimido, engranamiento de los áridos y efecto pasador. Los modelos de resistencia a cortante dominantes en la actualidad, la teoría de la fisura crítica (Muttoni *et al.* [1]) y la teoría del campo de compresiones (Collins *et al.* [2]), sostienen que el principal mecanismo de resistencia a cortante es el engranamiento de los áridos, mientras que estudios más recientes (Marí *et al.* [3]), sostienen que el principal mecanismo de resistencia es la capacidad a cortante de la cabeza comprimida.

En este trabajo se utiliza un modelo de elementos finitos para estudiar un ensayo realizado en la Universidad Politécnica de Madrid (UPM) para tratar de asignar la fuerza cortante a los diferentes mecanismos de cortante para diferentes escalones de carga y dilucidar qué es lo que finalmente provoca el fallo de la estructura. Los resultados muestran que a medida que se incrementa la carga aumenta la parte relativa del esfuerzo cortante que toma el cordón comprimido no fisurado hasta que finalmente se alcanza el fallo por cortante cuando el esfuerzo principal de tracción en la zona situada cerca de la carga, pero hacia el apoyo alcanza la resistencia a tracción del hormigón, generando una fisura que precipita el fallo de la viga.

Hay que señalar que el estudio incluido en este trabajo es sólo preliminar y debería ampliarse a otros casos explorando diferentes tamaños, cuantías de armadura, etc.

PALABRAS CLAVE: modelo físico, mecanismos de resistencia a cortante, elementos sin armadura de cortante.

©2024 Hormigón y Acero, la revista de la Asociación Española de Ingeniería Estructural (ACHE). Publicado por Cinter Divulgación Técnica S.L. Este es un artículo de acceso abierto distribuido bajo los términos de la licencia de uso Creative Commons (CC BY-NC-ND 4.0)

\* Persona de contacto / *Corresponding author*:  
 Correo-e / e-mail: [apc@fhecor.es](mailto:apc@fhecor.es) (Alejandro Pérez Caldentey)

How to cite this article: Pérez, A. (2024) A Study on the Distribution of Shear Forces Between Resisting Mechanisms in a RC Element without Stirrups, *Hormigón y Acero* 75(302-303): 109-118. <https://doi.org/10.33586/hya.2023.3122>

## 1. INTRODUCTION

The distribution of shear among the several identified mechanisms which explain the shear resistance of reinforced concrete

elements in shear has been studied by many researchers. The main mechanisms identified are:

- The shear resisted by the uncracked compression chord
- The shear resistance taken by aggregate interlock and resi-

dual tensile strength

- The shear resisted by dowel effect
- The shear resisted by direct transmission of forces (arch effect)

Researchers have tried to separate these mechanisms by ingenious testing to quantify the effect of each mechanism separately. While the consideration of shear resisted by the uncracked compression chord has been treated mostly on a theoretical level (mainly by computing the tensile principal stress), a considerable number of tests have been carried out to evaluate aggregate interlock. Among these are the tests carried out by Fenwick and Paulay [4], Taylor [5] [6], and Walraven [7] [8]. Walraven's formulation was later simplified to allow for a closed form expression by Cavagnis *et al.* [9].

While work by Vecchio and Collins is also predominant in this area ([2], [10]), it is based on the tests of reinforced concrete panels [10] and in the author's opinion they do not properly model what goes on inside a slab where there is no distributed longitudinal reinforcement spaced along the vertical direction to control crack width. For this reason, the expressions derived from these tests would tend to overestimate the shear resistance of slabs without shear reinforcement.

The dowel effect has been the object of experimental studies by Krefeld and Thurston [11], Fenwick and Paulay [4], Baumann [12] and Taylor [5]. From the analysis of these tests it is fairly clear that the dowel effect can absorb significant shear forces, when considered as an isolated mechanism. For instance, the shear force resisted by the dowel effect in the beams tested by Krefeld and Thurston having 30 cm of height ( $d=25$  cm) and 15 cm of width, with a fairly low concrete strength (18 MPa) was around 16 kN, which would amount to a shear stress of 0.4 MPa. However, it will be shown that the small stiffness of the mechanism leads to the absorption of a very small part of the shear force during the loading process and the brittle behaviour of the compressed chord does not allow for redistribution of forces towards this mechanism that would allow a significant contribution from it.

The arch effect, which is significant in practical cases but mostly neglected in code models was of course first studied in-depth by Kani [13]. This effect will not be analysed in this paper and therefore no further discussion on it will be made.

While the study of the independent resisting mechanisms is interesting and worthwhile, it does not answer the question of what the shear resistance of a beam would be since the different mechanisms take a part of the load depending on stiffness considerations and the brittleness of the mechanisms leads to failure of the specimen before the maximum capacity of all mechanisms is achieved. Analyses studying the interaction of the different mechanisms have been carried out by different researchers. For instance, Reineck [14] uses constitutive laws for the different resistance mechanisms. However, the kinematic assumption made by Reineck and related to the shape of the crack is questionable. Instead of following a realistic shape of the actual critical shear crack that forms in tests, Reineck assumes that the crack does not propagate backwards, and that the displacement of the crack lips can be modelled by rotation from the end of the crack at the compression chord (see Figure 1). This is not what is observed in actual tests and a different kinematic assumption will be made in this paper.

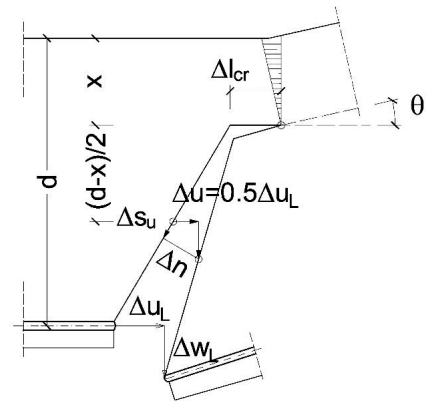


Figure 1. Kinematic assumption made by Reineck, redrawn and adapted from [14].

Monserrat [15], also includes a sophisticated model for the different mechanisms and obtains values for the contribution of the different mechanisms for the tests carried out for her PhD thesis. In this document she included not only the mechanisms mentioned above but also the dowel effect of compression reinforcement, which is significant when this reinforcement is below the neutral axis (in fact this is related to the effect of longitudinal skin reinforcement as assumed by Vecchio and Collins), residual tensile stress, and the contribution of the stirrups. Her approach is different, and results in a significant contribution of the dowel effect of both the top and bottom reinforcements. It will be shown below that the dowel effect in the case studied in this paper is very small.

More recent work includes other variables such as the influence of time-dependent effects [16], the influence of time dependent effects plus corrosion [17], the influence of the slenderness of the cross section [18], the effect of axial forces [19], while others are trying to apply artificial intelligence to predict shear resistance [20], [21].

## 2. DESCRIPTION OF HOW THE CRACK FORMS AND PROGRESSES AND HOW FAILURE OCCURS

There are two classical types of shear failure in elements without stirrups:

- The flexural-shear failure, in which the shear crack originates from a pre-existing flexural crack. The flexural crack progresses vertically up to the uncracked centroid of the section where it becomes inclined (first at 45°) with decreasing slope until it becomes fairly horizontal as it reaches the cracked neutral axis. Simultaneously the crack propagates towards the support in a similar manner, eventually becoming parallel to the tension reinforcement. This type of failure originates when the shear load is sufficiently far away from the support so that bending forces are significant. This type of crack can be approximately described by using a geometry consisting in two parabolas which are tangent at the centroid of the section (provided there are no axial forces).
- The direct tension shear failure, which originates at the fibre with the highest shear stress (i.e., at the centroid of the uncracked section if there are no axial forces). In this case,



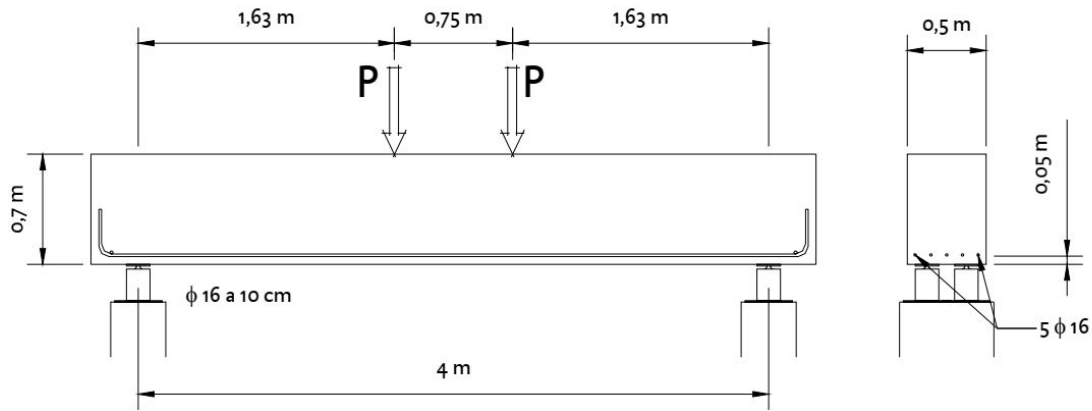


Figure 2. Tests setup and cross section dimensions.



Figure 3. View of specimen after failure.

the shear crack is fairly straight and connects the shear load to the support. This type of shear crack can also be typical of prestressed members.

In this paper a detailed analysis of the first type of failure will be presented, using a test carried out at the Universidad Politécnica de Madrid and documented in [22]: test 70-3.1-I-2P.

### 3. TEST DESCRIPTION

Test 70-3.1-I-2P, is a shear test of a simply supported beam with a span of 4.00 meters subjected to 2-point loads spaced 0.75 m apart. The cross section is rectangular with a 50 cm width and a 70 cm height and is reinforced with 5φ16 mm bars. The concrete was tested at 28 days and had a mean compressive strength of 43.5 MPa, a mean tensile strength of 3.8 MPa and an elastic modulus of 28950 MPa. The dimensions of the cross section and the test set-up is shown in Figure 2. Failure occurred for a value of the load  $P$  equal to 230 kN. Figure 3 shows a view of the specimen after failure. The shape of the crack is typical of a flexural-shear failure. Note the cracking that occurs at the top of the of the section to the left of the point of application of the load.

### 4. FEM MODELLING

For the simulation of tests 70-3.1-I-2P, a 2-D finite element model has been developed using the software SOFISTIK, using 4-node QUAD elements. The model has been generated using a python code for ease of generation and to enable the study of sensitivity to discretization and the future extension of the

study to other specific cases. The model assumes the shape of the crack as two tangent parabolas with a length equal to two times its height and with the point of tangency located at the centroid of the uncracked cross section (see point C in Figure 4). The definition of the shape of the crack is given in Eq. (1).

$$y = r + \frac{1}{4(d - y_g)} (x - a - 2(d - y))^2 \quad a - 2(d - y) \leq x \leq a - 2(d - y_g) \quad (1)$$

$$y = d - y - \frac{1}{4(y_g - y)} (x - a)^2 \quad a - 2(d - y_g) \leq x \leq a$$

where:

- $y, x$  are the coordinates of the parabola with respect to the origin taken as the point located at the bottom of the section at its intersection with the left support
- $d$  is the effective height
- $y_g$  is distance from the top fibre to the centroid of the uncracked section
- $a$  is the distance of load  $P$  to the support
- $r$  is the distance of the centroid of the tension reinforcement to the bottom fibre

The lips of the crack are bridged vertically and horizontally by nonlinear truss elements whose constitutive laws will be described further on. The constitutive law considered for concrete is a Sargin law in compression (with a mean compressive strength of 43.5 MPa) together with a linear branch in tension up to the sustained tensile strength ( $k_{ct} f_{ctm} = 0.7 f_{ctm} = 2.66$  MPa). As steel does not yield, a linear constitutive law has been assumed both in tension and compression with a modulus of elasticity of 200000 MPa.

The reinforcement is modelled using a thin layer of QUAD elements. The height of this layer is determined so that it has the same inertia of the actual bars to better model the dowel effect. This leads to an area which is not the actual area of the reinforcement. This however does not have a significant bea-

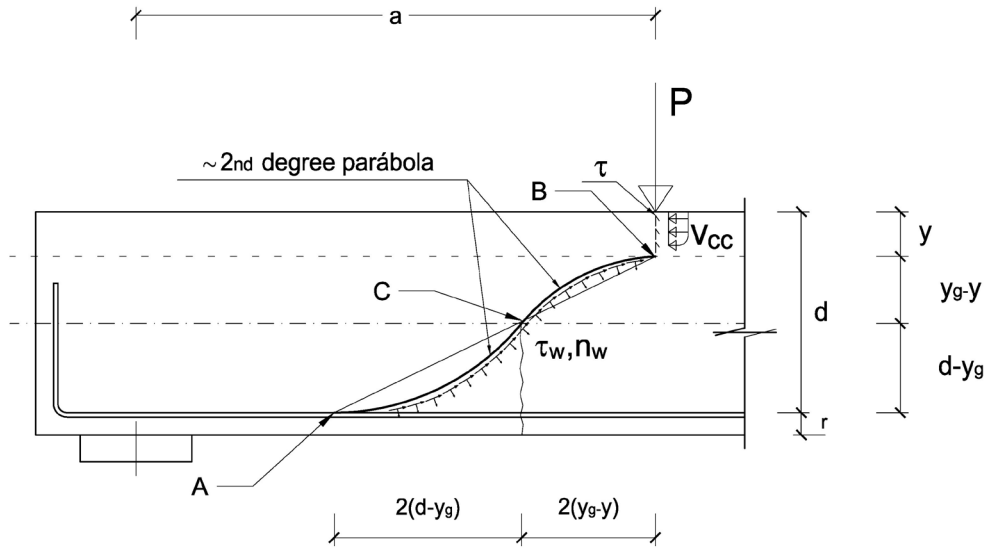


Figure 4. Crack location and symbol definition.

ring on the results because the behaviour of steel stays within the linear elastic range.

Figure 5 shows a view of the pre-cracked FEM model. Note that in this model the springs have a resistance that accounts for the tensile strength of concrete, so that the crack only opens as the tensile resistance is overcome. So the crack is not active from the beginning, but forms as the load is applied along the predefined path. Additionally, another model without the non-linear springs is also used to evaluate the behaviour of an element without aggregate interlock. While the first model fails for a load very close to the experimental value of 230 kN (+10% → 253 kN), the model without the aggregate interlock effect fails for a load of about 80% of the measured value (184 kN). For loads larger than the ones mentioned, failure occurs due to tension stresses in concrete developing in the area to the left of the point of application of the load. In fact, a sort of cantilever develops to the left of the applied load which is subjected to the axial load from integral of stresses in the compressed chord and bending from both the eccentricity of the normal forces with respect to the centroid of the resisting section and from the eccentricity of the applied load, as shown in Figure 7. When the principal tensile stress reaches the assumed tensile strength of concrete for sustained loading ( $k_{ct} f_{ctm} = 0.7 f_{ctm}$ ) at the critical section, failure occurs. Eq. (2) shows a simplified evaluation of this situation, which assumes that Navier's hypothesis is verified at the critical section, which is a simplification.

$$N = C$$

$$M = CAy - P\Delta x$$

$$V = V_{cc}$$

$$\sigma_x(y) = \frac{N}{bh_{crit}} - \frac{M \left( \frac{h_{crit}}{2} - y \right)}{\frac{bh_{crit}^2}{12}} \quad (2)$$

$$\tau(y) = \frac{V_{cc} b y \left( \frac{h_{crit}}{2} - \frac{y}{2} \right)}{\frac{1}{12} bh_{crit}^2 b}$$

$$\sigma_{II} = \min \left[ \frac{\sigma_x(y)}{2} - \sqrt{\left( \frac{\sigma_x(y)}{2} \right)^2 + \tau(y)^2} \right] = -k_{ct} f_{ctm} \rightarrow \text{failure}$$

where:

$N, M$  are the normal forces applied on the critical section

$V$  is the shear force applied on the critical section

$C$  is the integral of the compressive stresses in the compression chord at the section of the applied load  $P$ .

$\Delta$  is the eccentricity of force  $C$  with respect to the centroid of the critical section

$\Delta x$  is the horizontal distance between the section at which force  $P$  is applied and the critical section

$V_{cc}$  is the shear force resisted by the compression chord

$\sigma_x(y)$  is the normal stress at a distance  $y$  from the top fibre at the critical section

$\tau(y)$  is the shear stress at a distance  $y$  from the top fibre at the critical section

$h_{crit}$  is height of the critical section

$\sigma_{II}(y)$  is the principal tensile stress at a distance  $y$  from the top fibre at the critical section

$f_{ctm}$  is the mean tensile strength of concrete

$k_{ct}$  is the reduction factor for tensile strength due to sustained loading (taken as 0.7)

For the tangential and normal forces of the springs along the crack, the formulation of Cavagnis *et al.* [9], mentioned above, is used (see Eq. (3))

$$\tau_w = \sqrt{f_{cm}} \frac{35 \left( \frac{\Delta}{d_{dg}} \right)^{\frac{4}{3}}}{\left( 40 \frac{w}{d_{dg}} \right)^{1.8+40 \frac{\sigma}{f_{cm}}}} \quad (3)$$

$$\sigma_w = \sqrt{f_{cm}} \frac{400 \left( \frac{\Delta}{d_{dg}} \right)^{\frac{7}{3}}}{\left( 40 \frac{w}{d_{dg}} \right)^{3+40 \frac{\sigma}{f_{cm}}}}$$

where:

$w$  is the crack width

$\Delta$  is the relative slip between the two crack edges

$d_{dg}$  is a parameter accounting for the maximum aggregate size:  $d_{dg} = d_{max} + 16$

$f_{cm}$  is the mean compressive concrete strength

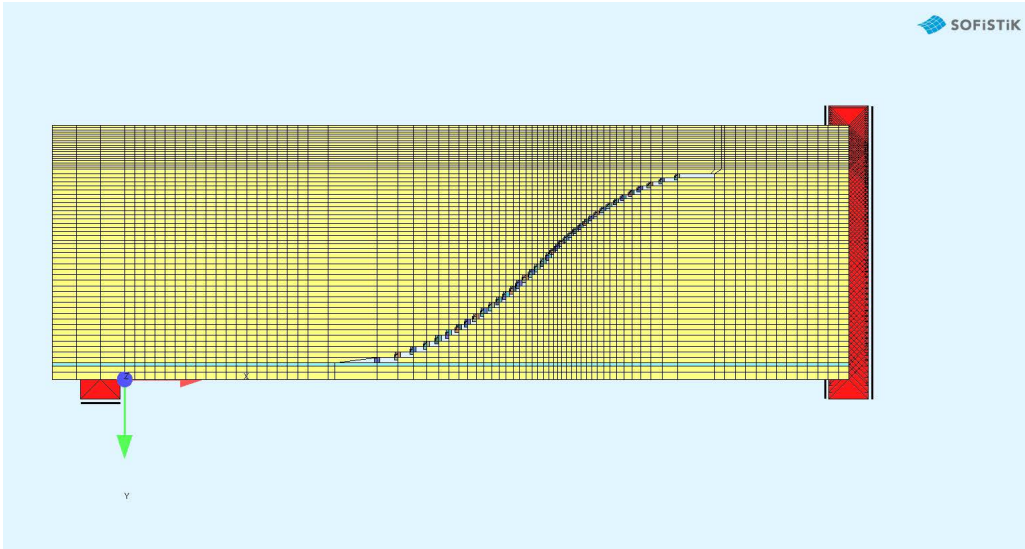


Figure 5. FEM Model with non-linear truss elements bridging the crack both vertically and horizontally.

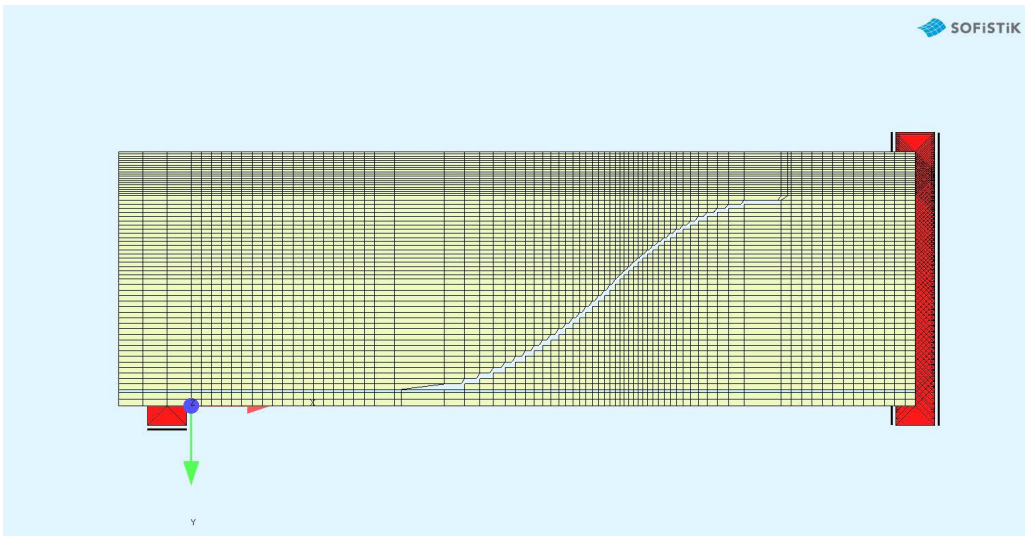


Figure 6. FEM Model without friction elements bridging the crack.

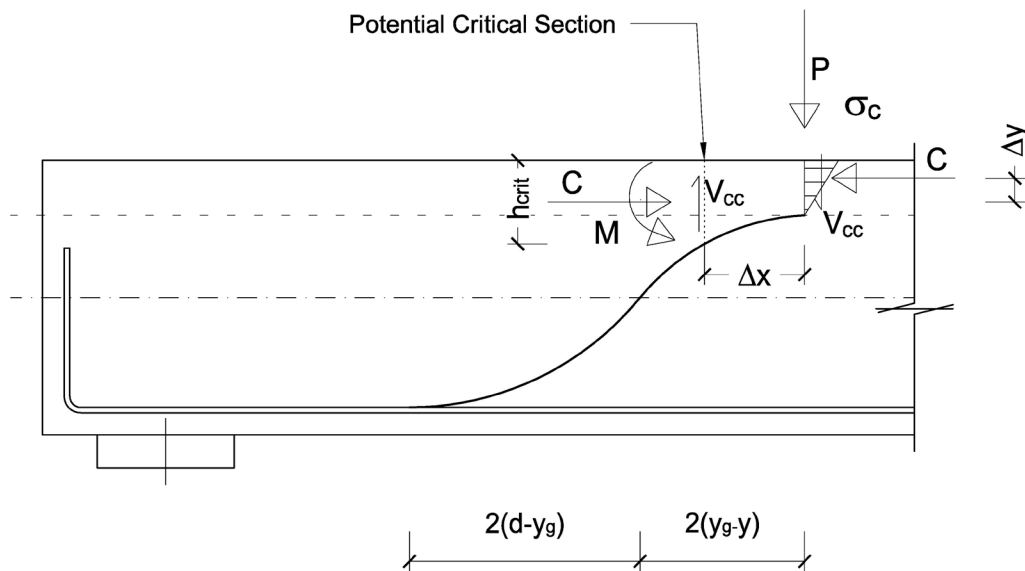


Figure 7. Failure section.

The constitutive laws of the horizontal and vertical springs are obtained using a kinematic assumption relating the crack width with the relative slip between crack lips. The assumption is that the points of the crack located above the centroid of the cross section rotate with respect to the top point of the crack (point B of Figure 4) while the points located below the centroid of the uncracked section rotate with respect to the bottom point of the crack (point A of Figure 4). This kinematic assumption is summarized in Figure 8. If  $\theta$  is the rotation, the displacement of a point of the crack placed at a distance  $\rho$  from the point of rotation would be  $\delta=\rho\theta$ . From this value, the angle the crack forms with the horizontal ( $\alpha$ ) and the angle of the line that joins the point of the crack under consideration and the point of rotation with the vertical,  $\beta$ , it is possible to obtain the values of the crack opening ( $w$ ) and the slip between the crack lips ( $\Delta$ ) (see Eq. (4)).

$$w = \delta \cos (\alpha + \beta - 90^\circ) \quad (4)$$

$$\Delta = \delta \sin (\alpha + \beta - 90^\circ)$$

Providing different values for  $\theta$ , the values of  $w$  and  $\Delta$  are obtained. With these values, the tangential ( $\tau_w$ ) and normal stresses ( $\sigma_w$ ) can be determined by using Eq. (3). The constitutive law of the horizontal and vertical truss elements can then be determined by projecting the stresses in these directions. Eq. (5) shows the corresponding expressions of the stress and strain defining the constitutive laws of the horizontal and vertical springs:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \tau_w \cos \alpha + \sigma_w \sin \alpha \\ \varepsilon_x &= \frac{(w \sin \alpha - \Delta \cos \alpha)}{d_x} \\ \sigma_z &= \tau_w \sin \alpha - \sigma_w \cos \alpha \\ \varepsilon_z &= \frac{(w \cos \alpha - \Delta \sin \alpha)}{d_z} \end{aligned} \quad (5)$$

where:

- $\sigma_x$  is the stress in the horizontal springs for a given value of the rotation
- $\varepsilon_x$  is the strain in the horizontal springs for a given value of the rotation
- $\sigma_z$  is the stress in the vertical springs for a given value of the rotation
- $\varepsilon_z$  is the strain in the vertical springs for a given value of the rotation
- $d_x$  is the initial horizontal distance between crack lips (initial length of horizontal truss elements)
- $d_z$  is the vertical distance between finite elements at the location of the crack (initial length of the vertical truss elements)

The area of the truss elements is equal to the width of the section times the height of the corresponding finite element.

With this definition, tensile strength is accounted, since for strains smaller than the cracking stress, linear behaviour is assumed up to the cracking stress (see example given in Figure 9). Therefore even though the crack geometry is prefixed the element does not behave as if the crack were fully formed from the very beginning.

Figure 10 shows how the lips of the crack move with respect to each other according to the kinematic assumption

made above. The displacement closely mirrors that observed in the FEM model and seems like a reasonable approximation to actual behaviour. This kinematic assumption should probably be modified for elements with longitudinal skin reinforcement since the crack width opening would be controlled locally at the level of the reinforcing bars. However, most real applications of elements without shear reinforcements (slabs, walls) do not have such reinforcement. In the figure the opening of the crack is plotted for two different effective heights and for the same rotation. Note how the crack opening is larger for the larger height. This will reduce the contribution of aggregate interlock for the same rotation and will automatically provide a size effect.

## 5. RESULTS

By using the model described in the previous section, the shear that is transferred by the uncracked compression chord, by aggregate interlock and by the dowel effect have been evaluated for test 70-3.1-2P-I. For this the ‘‘SIR cuts’’ feature of SOFISTIK has been used. This feature allows to make cuts in the structure and obtain normal and shear forces within the selected zone only. Thus, for example, it is possible to make a vertical cut at the section of the applied load over the full height of the section or limited to the height of the compression chord. The software integrates the forces within the cut and provides the normal force and the shear force corresponding to the stresses within the cut. In Figure 11, the normal and shear forces per meter are shown for the model which neglects the effect of aggregate interlock and compared with those of the model that considers aggregate interlock for 80% of the failure load. The comparison is made for 80% of the failure load because without aggregate interlock convergence was not achieved in the model without springs for the actual failure load. The behaviour of the model without aggregate interlock is that of a cracked section in flexure and most of the shear force is taken by the compressed chord. The shear stress distribution is quite similar to that of a linear elastic section with a height equal to the compressed height. For the model with aggregate interlock, however the behaviour is less clear, as significant shear stresses are also observed along the cracked part of the section, below the compressive chord. Note that the stress in the reinforcement is underestimated because, as explained above, the area of the steel was designed to provide the same out-of-plane stiffness as the actual reinforcement. This results in an overestimation of the steel area.

By using the ‘‘SIR cuts’’ feature, the shear taken by the compressed chord is determined by making a cut immediately to the left of the point of load application with a height equal to the height of the compressed chord. Then the shear force taken by dowel effect is determined by making a cut along the reinforcement at the bottom of the section, where the crack begins. Finally the contribution of aggregate interlock is determined by summing the forces in the nonlinear vertical truss elements. The results of this analysis are given in Table 1 and Figure 12. It can be seen that the sum of the three contributions does not always fully account for the applied load. This is due to imperfect convergence, but precision is nonetheless good enough. For low values

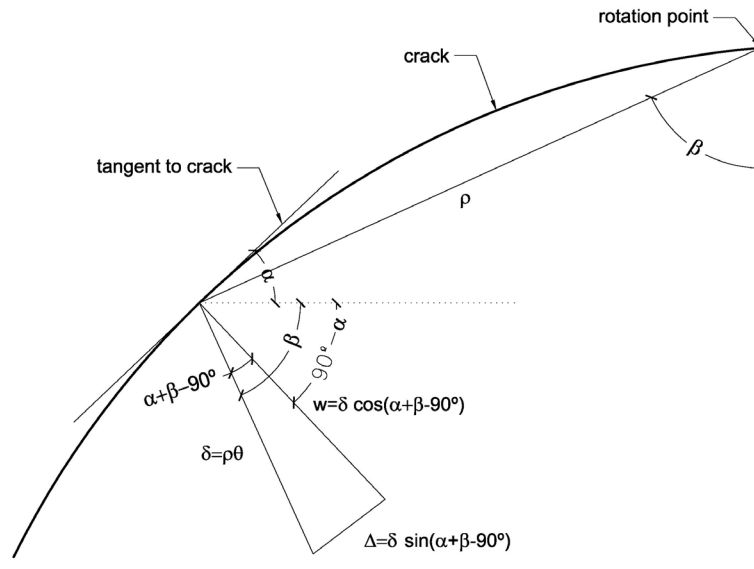


Figure 8. Kinematic assumption

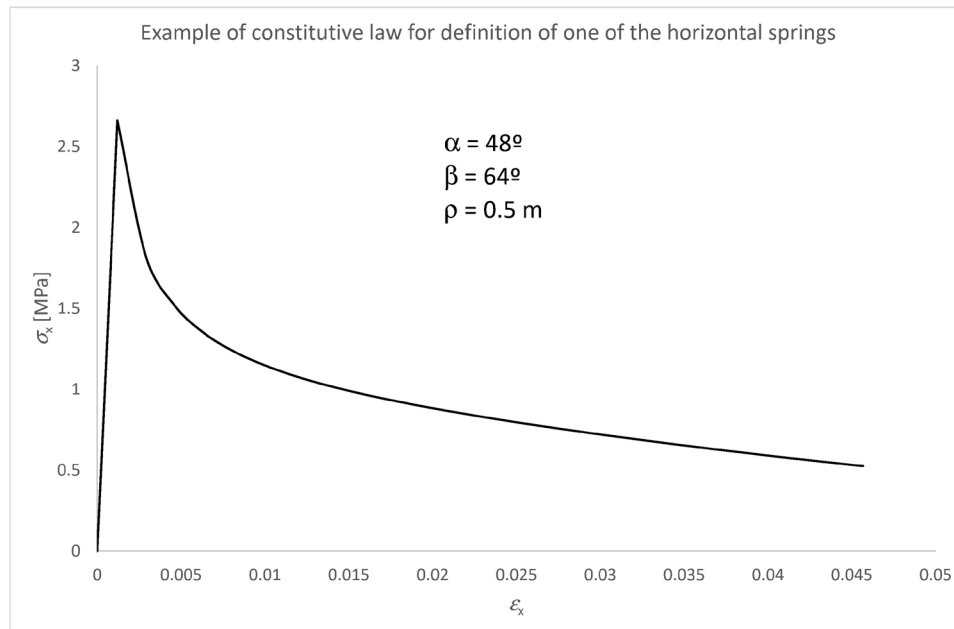


Figure 9. Example of constitutive law for one of the horizontal springs.

TABLE 1.  
Distribution of shear between shear-resisting mechanisms for different load levels

% of ultimate load	$V$	$V_{cc}$	$V_{agg}$	$V_{dowel}$	$V_{cc}+V_{agg}+V_{dowel}$	% $V$	$V_{cc}/V$	$V_{agg}/V$	$V_{dowel}/V$
100%	230	153.8	74.2	2.6	230.6	100%	67%	32%	1%
80%	184	117.7	56.5	5.1	179.3	97%	66%	32%	3%
50%	115	44.9	61.3	3.3	109.5	95%	41%	56%	3%
25%	57.5	18.5	37.0	0.9	56.4	98%	33%	66%	2%

of shear, aggregate interlock is dominant, with still a significant contribution from the compressed chord. As the shear force increases, however, the contribution of aggregate interlock increases at a slower pace. This is logical as the increase in the crack width is unfavourable, even though the increase in slip mobilizes higher stresses. As a consequence of this complex non-linear behaviour the contribution of aggregate interlock stagnates, and the increase

of the shear force is mostly taken by the compression chord. In all stages the contribution of dowel effect is very small. As explained above, failure comes about when the principal stress reaches the assumed tensile stress to the left of the applied load. The loss of the capacity of the compressed chord, which is taking 67% of the shear force at this stage cannot be compensated by an increase in aggregate interlock whose contribution has stagnated nor by

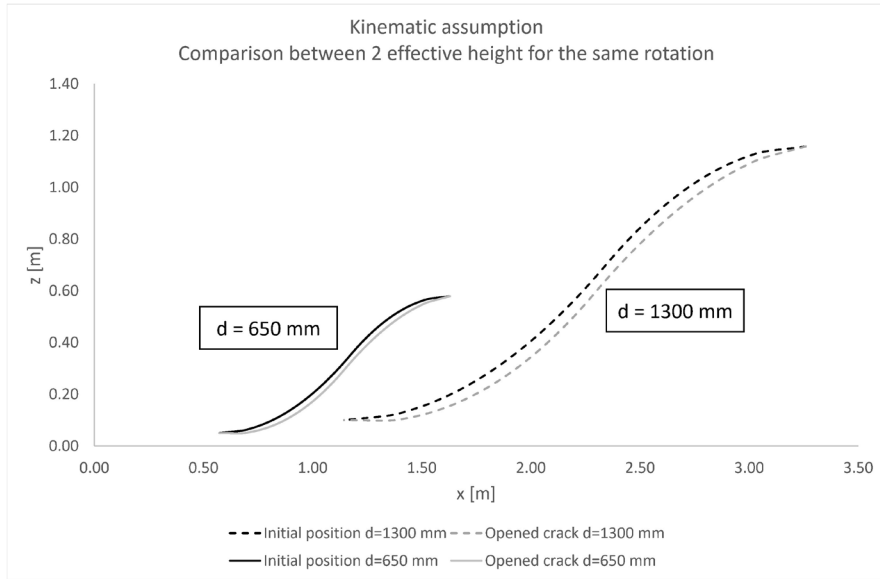


Figure 10. Movement of crack lips according the kinematic assumption made

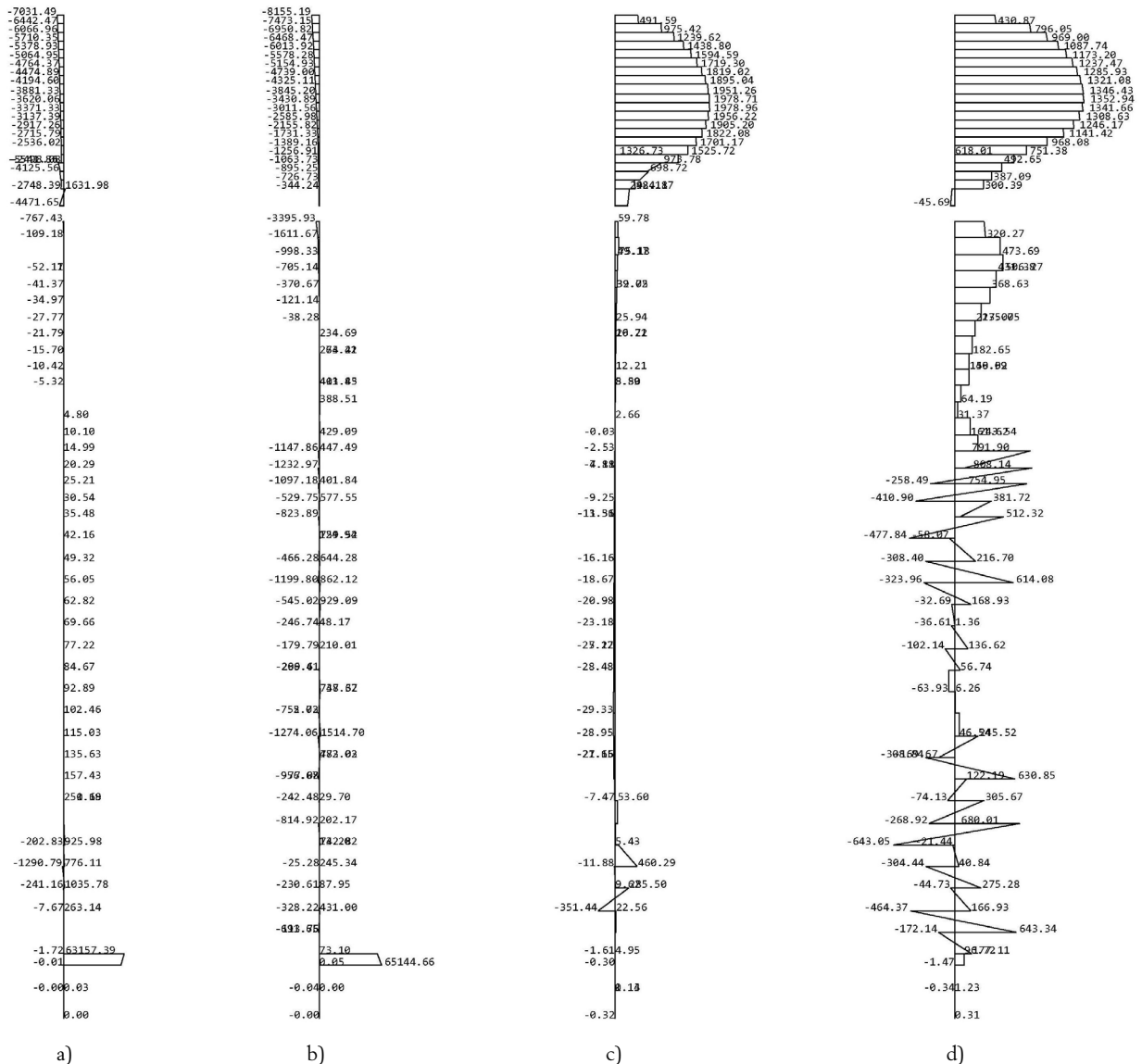


Figure 11. Normal and shear forces, per meter, for 80% of the ultimate load applied in the model : a) normal stresses for model without aggregate interlock, b) normal stresses for model with aggregate interlock , c) shear stresses for model without aggregate interlock, and d) shear stresses for model with aggregate interlock

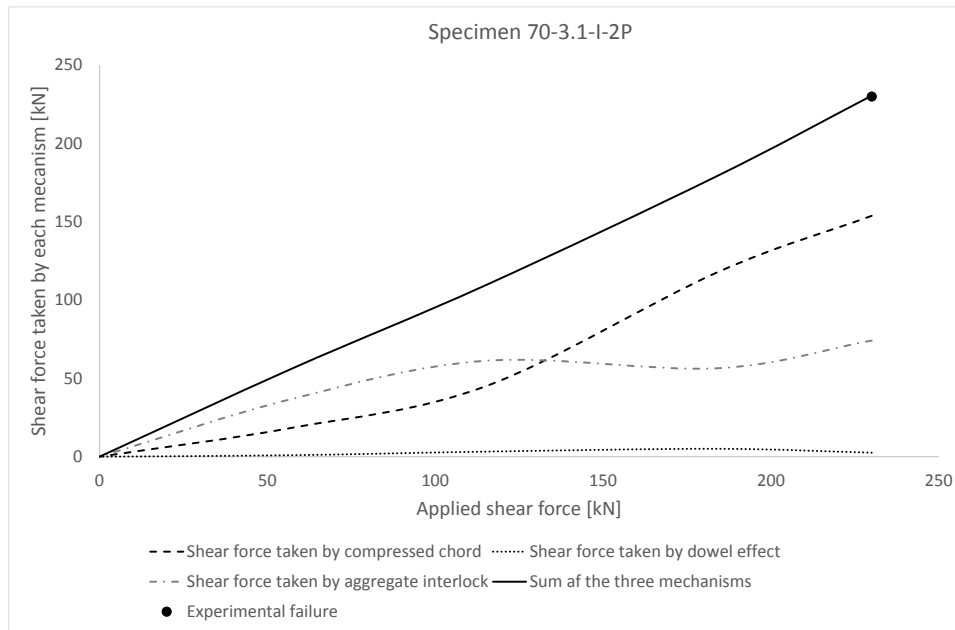


Figure 12. Distribution of shear between resistance mechanisms (shear taken by compressed chord, aggregate interlock, and dowel effect).

the dowel effect and a crack develops along the upper face of the tension reinforcement as failure occurs.

Of course the distribution of forces shown in Table 1 and Figure 12 should not be assumed to be general as it will vary depending on the specimen's geometry, reinforcement ratio, size, etc. See for example reference [23]. A future work to be carried out would be a systematic application of the model to specimens covering a wide range of different parameters.

Figure 10. Normal and shear forces, per meter, for 80% of the ultimate load applied in the model : a) normal stresses for model without aggregate interlock, b) normal stresses for model with aggregate interlock , c) shear stresses for model without aggregate interlock, and d) shear stresses for model with aggregate interlock

## 6. CONCLUSIONS

From the above considerations, the following preliminary conclusions, based on the analysis of a single test, can be drawn:

- A model to evaluate the shear resistance has been developed which can be implemented using FEM modelling. The model has been generated by a python computer code, making it easy to apply for different test cases. The shape of the crack can be easily modified to adapt to different cases, in particular cases in which a direct tension failure occurs and a straight crack is expected. Although the model has been applied to a single case, the prediction of the ultimate load is close to the measured ultimate load. For this, however, the effect of sustained loading on tensile strength had to be considered by reducing the tensile strength by 30% ( $k_{cr}=0.7$ ) as suggested in FprEN 1992-1-1:2022 [24].
- The behaviour is complex, especially in what regards the contribution of aggregate interlock. The contribution of aggregate interlock is dominant for low values of the shear

force but stagnates for higher values of the shear force because the increase in its value due to slip between crack lips is countered by the opening of the crack width. This, of course would imply that an element with longitudinal skin reinforcement would have a greater contribution of the aggregate interlock effect, although this is not a practical case for elements without stirrups.

- The contribution of the dowel effect is quite small throughout the loading process.
- For the case studied, the contribution of the compressed chord reached two-thirds of the shear force before failure. Failure comes about by tension failure (principal stress reaching the assumed sustained tensile strength) occurring to the left of the applied force in an area where a compressed cantilever subjected to a negative bending moment forms. This is compatible with vertical cracks appearing on the top chord to the left of the applied load.
- The model must be compared to other tests and should be tested for elements with a large contribution from direct strutting to see if it accounts for this effect adequately. Such analyses could form the basis for the formulation of a simplified model, which could be applicable for design purposes.

## References

- [1] A. Muttoni y M. Fernández Ruiz, «Shear Strength of Members without Transverse Reinforcement as Function of Critical Shear Crack Width,» *ACI Structural Journal*, vol. 105, n° 2, pp. 163-172, 2008.
- [2] M. Collins, D. A. P. Mitchell y F. Vecchio, «A general shear design method,» *ACI Structural Journal*, vol. 93, n° 1, pp. 36-45, 1996.
- [3] A. Mari, Cladera, A., J. Bairán, E. Oller y C. Ribas, «Shear-flexural strength mechanical model for the design and assessment of reinforced concrete beams subjected to point or distributed loads,» *Frontiers of Structural and Civil Engineering*, vol. 8, n° 4, pp. 337-353, 2014.
- [4] R. Fenwick y T. Paulay, «Mechanism of Shear Resistance of Concrete Beams,» *ASCE Structural Journal*, vol. 94, pp. 2325-2350, 1968.
- [5] H. Taylor, «The Fundamental Behavior Of Reinforced Concrete Beams In

- Bending And Shear,» de SP-42 *Shear in Reinforced Concrete*, Detroit, ACI, 1974, pp. 43-77.
- [6] H. Taylor, «Investigation of the Forces carried Across Cracks in Reinforced Concrete Beams in Shear by Interlock of Aggregate,» Cement and Concrete Association, London, 1970.
- [7] J. Walraven, «Aggregate interlock: a theoretical and experimental investigation,» Delft University of Technology, Delft, 1980.
- [8] J. Walraven, «Fundamental analysis of aggregate interlock,» *ASCE J. Struct. Div.*, vol. 107, n° 11, pp. 2245-2270, 1981.
- [9] F. Cavagnis, M. Fernández Ruiz y A. Muttoni, «A mechanical model for failures in shear of members without transverse reinforcement based on the development of a critical shear crack,» *Eng. Struct.*, vol. 157, pp. 300-315, 2018.
- [10] F. Vecchio y M. Collins, «Response of Reinforced Concrete to In-plane in Plane Shear and Normal Stresses. Publication No. 82-03,» University of Toronto, Toronto, 1982.
- [11] W. Krefeld y C. Thruston, «Contribution of Longitudinal Steel to Shear Resistance of Reinforced Concrete Beams,» *ACI Structural Journal*, vol. 63, n° 3, pp. 325-344, 1966.
- [12] T. Baumann y H. Rüschi, «Versuche zum Studium der Verdübelungswirkung der Biegezugbewehrung em es Stahbetonbalkens, DAfStb H210,» Wilhelm und Sohn, Berlin, 1970.
- [13] G. Kani, «The Riddle of Shear Failure and its Solution,» *ACI Structural Journal*, vol. 61, n° 4, pp. 441-467, 1964.
- [14] K. Reineck, «Ultimate shear force of structural concrete members without transverse reinforcement derived form a mechanical model,» *ACI Structural Journal*, vol. 88, n° 5, pp. 592-602, 1991.
- [15] A. Monserrat López, «Comportamiento frente a cortante de vigas continuas de hormigón armado: estudio experimental de los mecanismos resistentes y de la influencia de la cinemática desarrollada en combinación con los esfuerzos de flexión. PhD Thesis,» Universitat Politècnica de València, Valencia, 2020.
- [16] L. Montoya-Coronado, C. Ribas, J. Ruiz-Pinilla y A. Cladera, «Time-history analysis of aggregate interlock in reinforced concrete beams without stirrups,» *Engineering Structures*, vol. 283, p. 115912, 2023.
- [17] A. Frontera y A. Cladera, «Long-term shear strength of RC beams based on a mechanical model that considers reinforcing steel corrosion,» *Structural Concrete*, vol. 24, pp. 25-40, 2023.
- [18] M. Pejatović, M. Ruiz y A. Muttoni, «Design of slender and squat reinforced concrete members with shear reinforcement2023,» *Structural Concrete*, vol. 24, n° 1, p. 985– 1001, 2023.
- [19] Miguel, P., Fernández, M., Hegger, J., & Schmidt, M. (2023). Shear Resistance of Members Without Shear Reinforcement in Presence of Compressive Axial Forces in the Next Eurocode 2. *Hormigón y Acero*, 74(299-300), 41-60. <https://doi.org/10.33586/hya.2023.3112>
- [20] G. Quaranta, D. De Domenico y M. G., «Machine-learning-aided improvement of mechanics-based code-conforming shear capacity equation for RC elements with stirrups,» *Engineering Structures*, vol. 267, p. 114665, 2022.
- [21] T. Jayasinghe, T. Gunawardena y P. Mendis, «Assessment of shear strength of reinforced concrete beams without shear reinforcement: A comparative study between codes of practice and artificial neural network,» *Case Studies in Construction Materials*, vol. 16, p. e01102, 2022.
- [22] P. Padilla Lavaselli, «Influencia de la distribución de la carga en la capacidad resistente a cortante en elementos sin armadura transversal : estudio teórico y experimental (Tesis Doctoral),» UPM, Madrid, 2009.
- [23] F. Cavagnis, M. Fernández Ruiz y A. Muttoni, « An analysis of the shear-transfer actions in reinforced concrete members without transverse reinforcement based on refined experimental measurements,» *Structural Concrete. 2018; 19: 49– 64*. <https://doi.org/10.100>, vol. 19, pp. 49-64, 2018.
- [24] Comité Européen du Béton (CEN), FprEN 1992-1-1:2022 Eurocode 2: Design of concrete structures — Part 1-1: General rules Rules for buildings, bridges and civil engineering structures, Brussels: CEN, 2022.



# Towards the Development of a Formulation for Obtaining the Shear Strength of Concrete Composite Beams

## *Hacia el desarrollo de una formulación para la obtención de la resistencia a cortante de vigas compuestas de hormigón*

Lisbel Rueda García<sup>\*,a</sup>, José Luis Bonet Senach<sup>a</sup>, Pedro Fco. Miguel Sosa<sup>a</sup>,  
Miguel Ángel Fernández Prada<sup>a</sup>

<sup>a</sup> *Universitat Politècnica de València, Spain*

Recibido el 30 de septiembre de 2022; revisado el 16 de enero de 2023, aceptado el 23 de enero de 2023

### ABSTRACT

In the design and assessment of precast concrete beams with a slab cast on top, namely concrete composite beams, engineers still face in practice unsolved shear-related issues, such as the contribution to shear strength of the slab, the concrete strength to be considered in shear formulations or the influence of the interface between concretes in the shear behaviour. This article gives an overview of the 69 shear tests performed by the authors on monolithic and composite beams, with rectangular or T-shaped cross-section, with or without transverse reinforcement and with different concrete qualities, to experimentally analyse the issues mentioned above. The study of the shear transfer mechanisms at failure led to formulating a model for explaining the observed results. Based on this model, a shear strength predictive formulation for concrete composite beams with web reinforcement is developed in this article, which is verified with the experimental results from this research and 24 additional tests from the literature. This formulation provides more accurate predictions compared to the shear strength formulations of current codes EC2, MC-10 and ACI 318-19. The proposed model lays the foundations for the future development of a user-friendly formulation for calculating the shear strength of concrete composite beams.

KEYWORDS: reinforced concrete, composite beam, T-beam, shear strength, interface shear, predictive model.

©2024 Hormigón y Acero, the journal of the Spanish Association of Structural Engineering (ACHE). Published by Cinter Divulgación Técnica S.L. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons (CC BY-NC-ND 4.0) License

### RESUMEN

En el diseño y evaluación de vigas prefabricadas de hormigón con una losa superior hormigonada *in situ*, es decir, vigas compuestas de hormigón, los ingenieros siguen enfrentándose en la práctica a problemas no resueltos relacionados con el cortante, como la contribución de la losa a la resistencia a cortante, la resistencia del hormigón que se ha de considerar en las formulaciones de cortante o la influencia de la interfaz entre hormigones en el comportamiento a cortante. Este artículo resume los 69 ensayos a cortante realizados por los autores en vigas monolíticas y compuestas, de sección rectangular o en T, con o sin armadura transversal y con diferentes calidades de los hormigones, para analizar experimentalmente las cuestiones mencionadas anteriormente. El estudio de los mecanismos de transferencia de cortante condujo a la formulación de un modelo para explicar los resultados observados. A partir de este modelo, se desarrolla en este artículo una formulación para predecir la resistencia a cortante en vigas compuestas de hormigón con armadura de cortante, la cual se verifica con los resultados experimentales de esta investigación y 24 ensayos adicionales de la literatura. Esta formulación proporciona resultados más precisos comparados con las formulaciones de resistencia a cortante de los códigos actuales EC2, MC-10 y ACI 318-19. El modelo propuesto sienta las bases para el futuro desarrollo de una formulación fácil de usar para el cálculo de la resistencia a cortante de vigas compuestas de hormigón.

PALABRAS CLAVE: hormigón armado, viga compuesta, viga en T, resistencia a cortante, resistencia a rasante, modelo predictivo.

©2024 Hormigón y Acero, la revista de la Asociación Española de Ingeniería Estructural (ACHE). Publicado por Cinter Divulgación Técnica S.L. Este es un artículo de acceso abierto distribuido bajo los términos de la licencia de uso Creative Commons (CC BY-NC-ND 4.0)

\* Persona de contacto / *Corresponding author*:

Correo-e / *e-mail*: [lisruega@gmail.com](mailto:lisruega@gmail.com) (Lisbel Rueda-García)

How to cite this article: Rueda-García, L., Bonet, J.L., Miguel, P.F., & Fernández, M.A. (2024) Towards the Development of a Formulation for Obtaining the Shear Strength of Concrete Composite Beams, *Hormigón y Acero* 75(302-303): 119-136. <https://doi.org/10.33586/hya.2023.3107>

### Nomenclature

$a$	shear span	$\cot\theta_{str}$	cotangent of $\theta$ given by the crushing of the compression struts
$A_{stw}$	area of the cross-section of the two legs of a stirrup	$d$	effective depth
$b_{eff}$	effective shear width of the slab	$d'$	slab longitudinal reinforcement depth
$b_w$	web width of the concrete section	$d_b$	effective depth of the precast beam
$c$	coefficient for the adhesive bond	$d_c$	effective depth of the entire composite beam
$c_c$	effective concrete cover	$E_{c,b}$	modulus of elasticity of the precast beam concrete
$\cot\theta$	cotangent of $\theta$		
$\cot\theta_{int}$	cotangent of $\theta$ given by the interface shear strength		

$E_{c,s}$	modulus of elasticity of the slab concrete	$V_{exp}$	experimental shear strength
$E_s$	modulus of elasticity of reinforcement	$V_{pb}$	precast beam shear strength
$f_c$	concrete compressive strength	$V_{pred}$	predicted shear strength
$f_{c,b}$	concrete compressive strength of the beam measured in cylinders	$V_{R,max1}$	experimental first local maximum of the shear-deflection relation
$f_{c,s}$	concrete compressive strength of the slab measured in cylinders	$V_{R,max2}$	experimental second local maximum of the shear-deflection relation
$f_{ct}$	concrete tensile strength	$V_s$	slab shear strength
$f_{ct,b}$	concrete tensile strength of the precast beam	$V_{s,BF}$	slab shear strength provided by slab bending failure
$f_{ct,s}$	concrete tensile strength of the slab	$V_{s,IF}$	slab shear strength provided by interface failure
$F_H$	total horizontal force transferred along the interface crack	$V_{s,SF}$	slab shear strength provided by slab shear failure
$f_y$	yield strength of reinforcement	$\alpha$	multiplier factor of interface shear strength
$f_{yw}$	yield strength of transverse reinforcement	$\theta$	inclination of compression field struts with respect to the axis of the member
$h$	overall member height	$\mu$	friction coefficient
$h_s$	cast-in-place slab height	$\rho_{ic}$	reinforcement ratio of the reinforcing steel crossing the interface
$l_c$	length of the interface crack	$\rho_l$	reinforcement ratio of tension longitudinal reinforcement
$l_{nc}$	length of the uncracked interface of principal span at maximum shear load	$\rho_w$	reinforcement ratio of web reinforcement
$N_s$	axial force on slab	$\sigma_1, \sigma_2$	principal stresses
$\emptyset$	nominal diameter of a reinforcing bar	$\sigma_x$	normal longitudinal stress
$s$	stirrup spacing	$\tau$	tangential stress
$T_l$	tension force of slab longitudinal reinforcement at its yield strength	$\tau_R$	interface shear strength
$T_w$	tension force of web reinforcement at its yield strength		

## 1. INTRODUCTION

A very common type of deck for bridges built from the mid-20th century onwards consists of precast beams with a cast-in-place slab on top, namely concrete composite beams (see Figure 1a). Given the large number of existing bridges of this type, it is especially important to study their structural behaviour. In addition, there is now a clear trend towards precast construction with reinforced concrete elements, so this type of elements is present not only in bridge structures, but also in buildings. Composite elements such as beam-and-block floors or connections of precast beams and hollow-core slabs, where the free space is filled with cast-in-place concrete, are commonly seen [1,2] (Figure 1b-c).

While the interface shear strength of concrete composite beams has been studied in many publications [3–8], their vertical shear strength has not been thoroughly analysed [9]. Full-scale concrete composite beams have been tested under shear forces and analysed in some research articles [10–13], however, some important aspects that affect the shear strength, such as the influence of the interface between concretes, the contribution of the slab to shear strength or the concrete strength to be considered in shear formulations were not analysed. Few studies have shown a close approach to those issues, the most important being those by Halicka *et al.* [1,14,15] and Kim *et al.* [9,16–18]. In particular, Halicka *et al.* developed an experimental study about the influence of interface quality on the shear strength of concrete composite beams [1,14,15], in which the possible failure mechanisms in concrete composite beams are described as well as an analytical criterion to predict the failure mechanism. Halicka points out in [14] there are few research works regarding the influence of the interface cracking on the shear strength of the composite element. Kim

*et al.* [9,16–18] ran an extensive experimental programme on the shear strength of rectangular composite beams made of prestressed and non-prestressed concrete, using different strength concretes (high-strength and low-strength concrete) and adding or not steel fibres in the concrete mass. They obtained interesting results about the influence on the shear strength of these different concretes and their location at the precast beam or the slab; however, the influence of the interface was not studied since most of the specimens behaved similarly to monolithic specimens.

This lack of knowledge on the subject can be seen in the absence of a clear procedure on how to account for the slab in the shear strength of composite elements in some current codes (EC2 [19] and MC-10 [20]). ACI 318-19 [21] specifies how shear strength of composite beams can be calculated, as long as the shear at the interface is verified: using the properties of the element (precast beam or cast-in-place slab) that result in the most critical shear strength value or the properties of individual elements. Notwithstanding, relevant experimental and theoretical evidence are still needed to support the validity of these considerations for composite specimens [9,16].

With the aim of studying the different aspects related to the shear strength of concrete composite beams mentioned above, the authors developed an extensive experimental programme on concrete composite elements, which was partially published in [22–25]. The scope of this research covered specimens that showed a structural failure influenced by the existence of an interface between concretes, leaving out those with pure horizontal shear failure and monolithic behaviour, which have already been studied in multiple publications. In [22], the authors presented the results of 7 composite rectangular beams tested in shear, which were performed to characterise the interface between concretes. In [23], the authors analysed the results of 21 monolithic and composite, rectangular and T-shaped beams

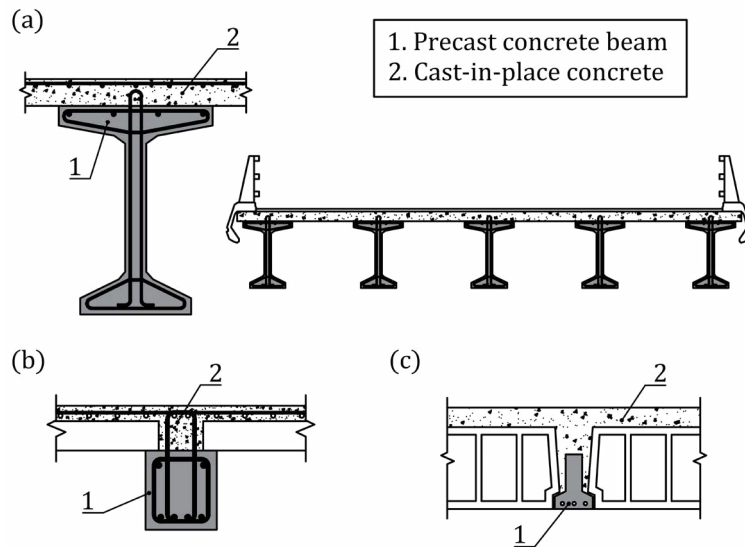


Figure 1. Examples of concrete composite structures: (a) Bridge deck made of precast beams with top cast-in-place concrete; (b) Connection of precast beam and hollow-core slab filled with cast-in-place concrete; (c) Beam-and-block floor.

without web reinforcement and analysed in depth their shear strength mechanisms. In [24], 18 monolithic and composite rectangular specimens with web reinforcement were tested in shear, and an in-depth study of the shear strength mechanisms and failure modes of the specimens was conducted. The same procedure was followed in [25], where the results of 19 monolithic and composite T-shaped specimens were analysed in shear. In the last two publications [24,25], a mechanical model was proposed based on the experimental results for explaining the shear strength of the specimens with web reinforcement.

The objective of this paper is to present in one single document the whole research carried out at the Concrete Science and Technology University Institute (ICITECH) of the Universitat Politècnica de València (UPV; Spain) for studying the shear strength of concrete composite beams. To that aim, the results of the 69 slender reinforced concrete beams tested in shear in this research, including 6 new specimens not published in [22–25] consisting of T-beams with a top cast-in-place slab, are provided. The specimens had rectangular and T-shaped cross-sections and a high longitudinal reinforcement ratio. Different parameters that influence the vertical shear strength were varied: the presence of a cast-in-place slab, the use of web reinforcement, the presence of an interface between concretes (monolithic or composite fabrication), the interface roughness and reinforcement, the flange and the slab width, the concrete compressive strength of the precast beam and the differential shrinkage between concretes. A summary of the shear strength mechanisms, the failure modes, and the effect on the shear strength of the varied parameters is presented. As a new contribution, the model for explaining the shear strength of the specimens with web reinforcement presented in [24,25] is generalised in this paper to beam geometries and reinforcement layout other than those tested by the authors. Furthermore, based on this model, a shear strength predictive formulation for specimens with web reinforcement is developed and presented herein. The experimental test results presented in this paper, together with other experimental test results from the literature, are used to verify the model. The predictions of the proposed formulation and the current code formulations are compared. This paper gives a general

overview of the research, and conclusions are drawn from the analysis of the specimens as a whole.

The present research work provides relevant details about the shear transfer mechanisms of concrete composite beams subjected to shear forces, and lays the basis of a new shear strength formulation for composite specimens with web reinforcement, also applicable to monolithic T-beams, thus supporting the development in future of user-friendly shear strength formulations for this type of structures.

## 2. TEST PROGRAMME

### 2.1. Test parameters

A preliminary series (interface characterisation series) of 7 composite specimens was carried out to determine the design of the specimens so that they would fail by vertical shear and the failure would be influenced by the presence of the interface between concretes [22]. The following parameters were analysed in this first study:

- Shear reinforcement ratio ( $\rho_w$ ). Three specimens were fabricated with no web reinforcement ( $\rho_w = 0$ ) and the other four specimens with Ø8 mm two-leg stirrups spaced 250 mm ( $\rho_w = 0.0022$ ), which met the maximum spacing requirements between stirrups of the design codes considered in this study [19–21] (see Table 1).
- Ratio of reinforcement crossing the interface ( $\rho_{ic}$ ). As shown in Table 1, in addition to the shear stirrups, Ø8 mm two-leg interface connectors with a fork shape spaced 250 mm were placed crossing the interface in some specimens to increase their interface shear strength.
- Interface roughness. The concrete surface of the precast beam was raked before concrete hardened to get a “very rough” interface as defined in current codes [19–21] or was left as cast with no treatment after concrete vibration to get a “smooth” interface (Table 1) (see more details about the fabrication of these two surface types in Section 2.3).

TABLE 1.  
Main characteristics of the specimens of the preliminary series.

Specimen	$\rho_w$ (%)	$\rho_{ic}$ (*) (%)	Interface roughness
NO1B2	0	0	Very rough
NO1B2i	0	0.22	Very rough
NO1B2ii	0	0.45	Very rough
NWP1B2	0.22	0.22	Smooth
NWP1B2i	0.22	0.22	Very rough
NWP1B2ii	0.22	0.45	Smooth
NWP1B2iii	0.22	0.45	Very rough

(\*)  $\rho_{ic}$  is the ratio of reinforcement crossing the interface, which includes the stirrups in these specimens.

Note: All the specimens had cross-section type B2 (see Figure 2).

In this preliminary series the following parameters were fixed: the cross-section B2 (see Figure 2); the longitudinal reinforcement ratio ( $\rho_l = 4.0\%$ ); the shear span-effective depth ratio ( $a/d = 4.0$ ); a design value of 30 MPa for the concrete compressive strength, both for the beam ( $f_{c,b}$ ) and the slab ( $f_{c,s}$ ); the time elapsed between pouring the concrete of the beam and the slab (1 day).

After this preliminary series, the following parameters that influence shear strength were experimentally studied in the main series to explain the shear strength mechanism of concrete composite elements [23–25] (note that series E1, E2 and F2 in Figure 2 were not published elsewhere):

- Shear reinforcement ratio ( $\rho_w$ ). As shown in Table 2, the specimens were fabricated without web reinforcement or with  $\varnothing 8$  mm two-leg stirrups spaced 250 mm. No interface connectors were added.
- Presence of a slab. Some specimens (series A1 and C1 in Figure 2) were fabricated without a slab, which represented the precast beam used in composite elements, while others (series B2 and E2 in Figure 2) had a concrete slab on top of the same precast beams.
- Presence of an interface between concretes. The specimens were fabricated with one concrete (monolithic) (series A1,

B1, C1, D1 and E1) or two concretes casted at different times (composite) (series B2, C2, D2, E2 and F2), as shown in Figure 2.

- Concrete compressive strength of the precast beam ( $f_{c,b}$ ). The precast beam was fabricated with normal-strength concrete (NSC) with a design compressive strength of 30 MPa or with high-strength concrete (HSC) with a design compressive strength of 60 MPa (see Table 2).
- Flange width. The precast beam was fabricated without flanges (rectangular beams) (series A1, B1, B2, C2 and D2) or with a flange width (T-shaped beams) of 100 mm (series C1, E1, E2 and F2) or 200 mm (series D1), as observed in Figure 2.
- Slab width. The concrete slab was fabricated with the same width as the precast beam head (series B2 and E2) or with a bigger width (series C2, D2 and F2) (see Figure 2).
- Differential shrinkage between concretes. To analyse whether the different ages of the concretes had a significant influence on vertical shear strength in the specimens of this experimental programme, the concrete of the slab was poured 1 day after that of the precast beam (series NO, HO, NW and HW) or when the shrinkage of the beam concrete had stabilised (series DO and DW) (see Table 2).

The following parameters were fixed in the 62 specimens of the main test programme:  $\rho_l = 4.0\%$ ;  $a/d = 4.0$ ; effective concrete cover-height ratio  $c_c/h = 0.16$ ; the design concrete compressive strength of the slab, which was NSC of 30 MPa; a “very rough” interface in all the specimens without web reinforcement, and a “smooth” interface in the specimens with web reinforcement.

As observed,  $\rho_l$ ,  $a/d$  and  $c_c/h$  were fixed for the 69 specimens of the experimental programme (preliminary series and main test programme) to make them comparable to each other. The specimens were heavily longitudinally reinforced ( $\rho_l = 4.0\%$ ) to avoid bending failure before shear failure in all the specimens, including those with the widest and deepest flanges, since shear strength can significantly increase due to the presence of flanges

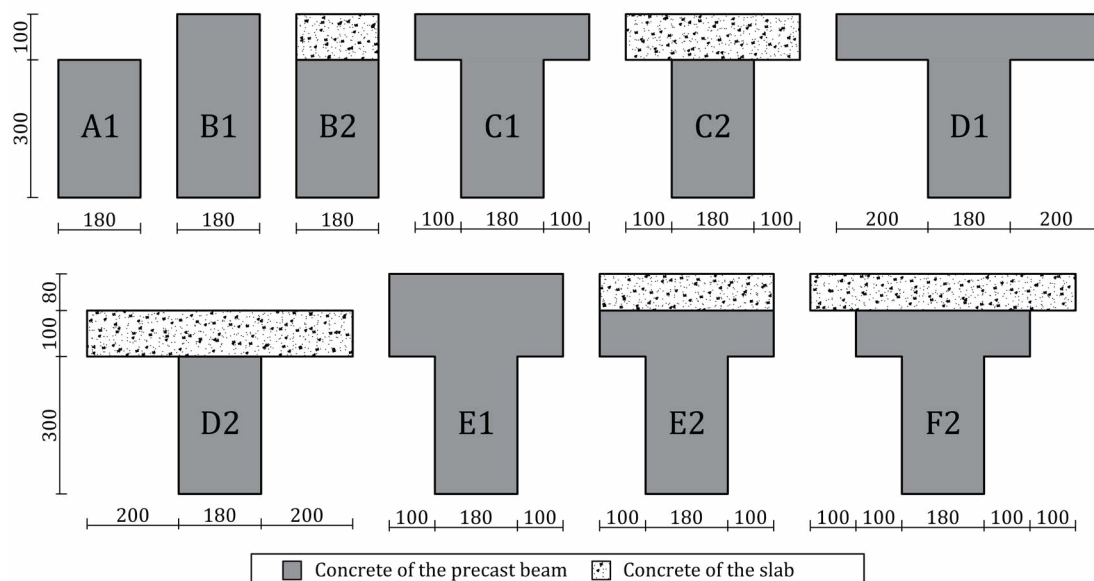


Figure 2. Cross-sectional shapes of the specimens (dimensions: mm).

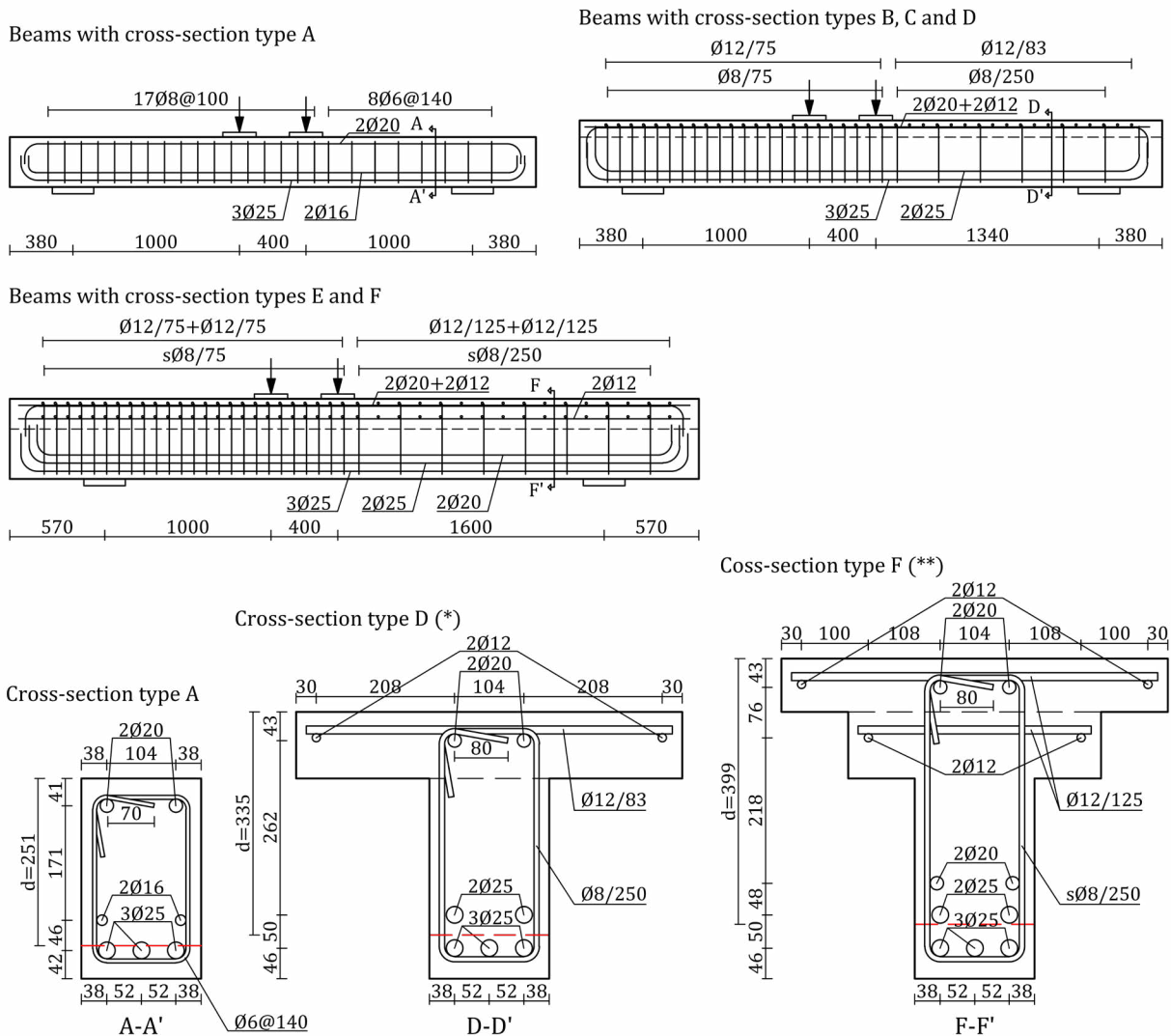
TABLE 2.  
Main characteristics of the specimens of the main series.

Series	$\rho_w$ (%)	Concrete type of the beam	Concrete type of the slab	Days between the concrete pouring of beam and slab	Number of specimens per cross-sectional										
					A1	B1	B2	C1	C2	D1	D2	E1	E2	F2	
NO	0	NSC	NSC	1	2	2	2	2	2	2	0	2	0	0	0
HO	0	HSC	NSC	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0
DO	0	NSC	NSC	134	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0
NW	0.22	NSC	NSC	1	3	3	3	3	3	2	3	1	1	1	
HW	0.22	HSC	NSC	1	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	
DW	0.22	NSC	NSC	134	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	

[2]. They were slender, with  $a/d$  of 4.0, to foster shear failure mainly governed by beam shear-transfer actions [26,27], thus avoiding the shear resisted by the arching action. All the specimens had the same effective concrete cover-height ratio  $c/h = 0.16$  to avoid its influence on shear strength.

2.2. Test specimens

Four-point bending tests were performed in the specimens. Two point loads 0.40 m apart divided the length between supports in two spans: the principal span, where shear failure



(\*) Beams with cross-section types B and C have the same reinforcement; only the flange transverse reinforcement differs, which is not present in B and is adapted to the flange dimensions in C.  
(\*\*) Beams with cross-section type E have the same reinforcement; only the flange transverse reinforcement differs, which is adapted to the flange dimensions.

Figure 3. Dimensions and reinforcement of the test specimens (dimensions: mm).

(a) Very rough surface



(b) Smooth surface



Figure 4. Pictures of the concrete surface before pouring the concrete of the slab: (a) “Very rough” surface; (b) “Smooth” surface.

was expected, whose length was 1.00 m for series A, 1.34 m for series B, C and D or 1.60 m in series E and F (see Figure 3); the over-reinforced span, which was 1.00-metre long in all the specimens and had additional shear reinforcement to prevent its shear failure. The cross-sectional dimensions of the specimens are shown in Figure 2.

Figure 3 shows the reinforcement layout of series A, D (same as series B and C) and F (same as series E) with web reinforcement (series NW, HW and DW). The specimens without web reinforcement (series NO, HO and DO) had identical reinforcement as those with web reinforcement but without the stirrups of the principal span.

Table 1 and Table 2 show the main characteristics of the preliminary and the main series, respectively. The nomenclature used to identify the specimens was  $xyPzjk(l)(m)$ , where:

- “x” is: N in the specimens fabricated with NSC at the precast beam and the slab; H in the specimens with HSC at the precast beam; D in the specimens in which more than 1 day elapsed between the concrete casting of the beam and the slab.

- “y” refers to the presence of web reinforcement: O for the specimens without web reinforcement; W for the specimens with web reinforcement.
- “Pz” refers to the concrete pouring batch, since the fabrication process was conducted in batches of up to 7 beams: P1 to P5 for specimens without web reinforcement; P1 to P8 for specimens with web reinforcement.
- “k” refers to the cross-section type (A to F in Figure 2).
- “j” refers to the number of concretes used: 1 for monolithic beams, 2 for composite beams.
- “l” (“a” or “b”) is used only when more than one specimen with the same previously described characteristics was fabricated.
- “m” (“i”, “ii” or “iii”) is used only to identify the specimens of the preliminary test programme.

### 2.3. Fabrication and materials

The specimens were fabricated in batches of up to 7 beams. First, concrete of the precast beam was poured (see Figure 2). In

TABLE 3.  
Average values of the concrete properties of the beam and the slab at the age of tests.

Series	Fabrication batch	$f_{c,b}$ (MPa)	$f_{c,s}$ (MPa)	$E_{c,b}$ (GPa)	$E_{c,s}$ (GPa)	$f_{t,b}$ (MPa)	$f_{t,s}$ (MPa)
NO	P1	32	31	35	32	2.41	2.72
	P2	40	34	33	26	2.24	2.77
	P3	31	38	28	31	2.48	2.40
HO	P4	62	31	37	30	3.51	2.36
DO	P5	29	37	25	31	2.44	2.82
NW	P1	33	32	34	38	2.61	2.27
	P2	38	34	33	31	2.91	2.75
	P3	32	37	33	34	2.58	3.21
	P4	39	33	28	28	2.90	2.59
	P7	24	-	23	-	1.90	-
	P8	25	26	22	24	1.93	2.18
HW	P5	43	21	25	20	2.50	2.01
	P6	52	36	28	29	2.86	3.01
	P9	67	30	33	26	4.06	2.69
DW	P7	29	37	25	31	2.44	2.82

Note: Table 5 shows the specimens that were made in each fabrication batch.

the composite specimens with “very rough” interface, the surface was raked before concrete hardened, so dents of approximately 6 mm deep between peak to valley and a maximum spacing between valleys of 40 mm were made (according to the “very rough” definition of current codes [19–21]) (see Figure 4a). In the specimens with “smooth” interface, no further treatment was carried out in the principal span after vibration (Figure 4b). The over-reinforced span of all the composite specimens was raked to improve its interface shear strength. Secondly, concrete of the slab was poured in the composite specimens 1 day after the precast beam concrete was cast, except for the DO and DW series specimens, where the concrete of the slab was poured when the instrumentation revealed that the shrinkage of the precast beam concrete had stabilised (see Table 2).

The main properties of the concretes used in the specimens of each fabrication batch are summarised in Table 3. The table shows for each batch the average values of the concrete compressive strength of the beam and slab ( $f_{c,b}$  and  $f_{c,s}$ , respectively), the modulus of elasticity of concrete of the beam and slab ( $E_{c,b}$  and  $E_{c,s}$ , respectively) and the tensile strength of the concrete of the beam and slab ( $f_{ct,b}$  and  $f_{ct,s}$ , respectively), measured according to UNE-EN 12390 [28–30] at the testing age, which was approximately 28 days after the concrete of the slab was poured. Two concrete cylinders of each concrete (beam and slab) were tested every consecutive day a specimen was tested for obtaining each mechanical property. Consequently, the results shown in Table 3 are the average of testing a minimum of four and a maximum of six concrete cylinders for each property. NSCs had 325 kg/m<sup>3</sup> of Portland cement, a water-cement ratio of 0.52 and a maximum aggregate size of 10 mm. HSCs had 500 kg/m<sup>3</sup>, 0.44 and 10 mm, respectively.

The yield strength ( $f_y$ ) and the modulus of elasticity ( $E_s$ ) of the reinforcing steel measured according to UNE-EN ISO 6892 [31] are shown in Table 4. It should be noted that, except for the preliminary series (NOP1 and NWP1), the steel of the stirrups (8-millimetre diameter bars) was the same, to avoid the influence of a variation in yield strength when comparing test results.

#### 2.4. Test setup and instrumentation

Figure 5 shows the test setup. The load was applied by a 1200 kN hydraulic actuator through a steel frame which divided

it into two point loads. The frame was connected to a hinge joint to keep the load vertical, and two loading steel plates (200x200x30 mm) were arranged to spread the load over the concrete. The specimens laid on steel plates (250 mm width) equipped with a steel balls bed to minimise the horizontal reaction. The load was displacement controlled at a speed of 0.20 mm/s.



Figure 5. Example of the experimental setup.

The applied load and the reactions were measured with three 1000 kN load cells. The vertical displacement at the support sections and below the point load closest to the principal span were measured with displacement transducers (LVDTs). Four LVDTs were placed horizontally at the interface between concretes to measure the slip at the interface. 120  $\Omega$  resistance and 2 mm length strain gauges were glued on some reinforcing bars: on the bottom longitudinal reinforcement at different cross-sections, including that below the point load; on the top longitudinal reinforcement at the cross-section below the point load; at the mid-length of the two legs of the principal span stirrups. Two (in rectangular specimens) or three (in T-shaped specimens) 120  $\Omega$  resistance and 60 mm length strain gauges were located on the top concrete surface at two different cross-sections of the principal span. The concrete surface was prepared to use DIC (Digital Image Correlation) with the images of two digital cameras that took pictures at a rate of 0.5 Hz. Further details about the instrumentation elements and their location can be found in [22–25].

TABLE 4. Average values of the transverse and longitudinal reinforcement properties, for each reinforcing bar diameter (diameter in mm).

Series	$f_y$ (MPa)						$E_s$ (GPa)					
	6	8	12	16	20	25	6	8	12	16	20	25
NOP1, NWP1	53	53	-	-	53	55	22	18	-	-	20	19
	4	4			4	6	7	9			6	7
NOP2, NOP3, HOP4, DOP5, NWP2, NWP3, NWP4, DWP7	-	53	53	56	58	55	-	20	20	24	19	19
		8	3	1	5	7		3	7	0	2	9
NWP7, NWP8, HWP5, HWP9	-	53	52	54	54	54	-	20	19	23	19	23
		8	9	5	1	8		3	6	0	4	5
HWP6	-	53	52	53	56	57	-	20	20	23	19	23
		8	7	1	0	4		3	1	1	0	7

### 3.

#### TEST RESULTS AND DISCUSSION ON THE EFFECT OF TEST PARAMETERS ON SHEAR STRENGTH

##### 3.1. Preliminary series

The aim of this preliminary series, presented in [22], was to define the required interface roughness and the ratio of reinforcement crossing the interface that led to a shear failure of the specimens influenced by the presence of the interface, i.e., where the diagonal shear cracks deflected horizontally upon reaching the interface and penetrated the slab afterwards, thus avoiding pure horizontal shear failure or monolithic shear-resistant behaviour (i.e., cracks cross the interface without developing horizontally along it, as Halicka observed in [14]).

During the design of these specimens, their predicted failure mode was determined by comparing the horizontal shear strength with the vertical shear strength given by the current design code formulations [19–21]. Thus, 7 different designs were selected (see Table 1). Of the three specimens without shear reinforcement, NOP1B2 and NOP1B2i were expected to reach their horizontal shear failure before their vertical shear failure. Among the four specimens with shear reinforcement, the horizontal shear failure was expected only in the specimens with smooth interface (NWP1B2 and NWP1B2ii). However, all the specimens had a vertical shear failure (their experimental shear strengths ( $V_{exp}$ ) are shown in Table 5) [22]. Pure horizontal shear failure or delamination [14], where the diagonal shear crack deviates along the

interface and does not penetrate the top slab, did not occur in any specimen. Among the specimens without shear reinforcement, specimen NOP1B2, was the only one showing diagonal cracking influenced by the presence of the interface between concretes (see Figure 6). On the contrary, the other two specimens showed a crack pattern similar to that of monolithic specimens, in which the interface plane did not deviate the diagonal shear crack. In the specimens with shear reinforcement, only the crack patterns of those specimens with a smooth interface were influenced by the presence of the interface. It was also observed in the specimens with additional interface reinforcement (NOP1B2i, NOP1B2ii, NWP1B2ii and NWP1B2iii) that the fork connectors placed to increase their horizontal shear strength had an additional unintended effect which was increasing their vertical shear strength, since they interacted with the diagonal compression field in the web. In the specimens without shear reinforcement, the shear strength increased by 77% when the ratio of reinforcement crossing the interface ( $\rho_{ic}$ ) was 0.0022 (see Table 1) and by 92% when  $\rho_{ic} = 0.0045$ . In the specimens with shear reinforcement ( $\rho_w = 0.0022$ ), the additional interface reinforcement ( $\rho_{ic} = 0.0045$ ) increased shear strength by 24% when the interface was “smooth” and by 73% when the interface was “very rough”.

Therefore, the remaining tests of the experimental programme were designed without interface connectors additional to the shear reinforcement, since horizontal shear failure did not take place in any specimen, with a “very rough” interface for the specimens without web reinforcement and with “smooth” interface for specimens with web reinforcement.

TABLE 5. Shear strength of the 69 test specimens.

Series	FB	Specimen	$V_{exp}$ (kN)	Failure mode	Series	FB	Specimen	$V_{exp}$ (kN)	Failure mode	Series	FB	Specimen	$V_{exp}$ (kN)	Failure mode
NO	P1	NOP1B2	91	CSC	NW	P1	NWP1B2	206	SF	NW	P7	NWP7D1b	197	SF
		NOP1B2i	161	CSC			NWP1B2i	181	DT			P8	NWP8E1	259
		NOP1B2ii	175	CSC			NWP1B2ii	255	SF		NWP8E2		241	IF
	P2	NOP2A1	75	CSC			NWP1B2iii	313	SC		NWP8F2	223	IF	
		NOP2B1	88	CSC		P2	NWP2A1	158	SC	HW	P5	HWP5A1	144	SC
		NOP2C1	72	CSC			NWP2B1	181	SC			HWP5B1	207	SC
		NOP2C2	94	CSC			NWP2B2	186	SF		HWP5B2	172	SC	
	NOP2D2	84	CSC	NWP2C1			221	SF	HWP5C1		238	SF		
	P3	NOP3A1	62	CSC		NWP2C2	177	BF	HWP5C2	166	SF			
			NOP3B1	81		CSC	NWP2D2	216	IF	HWP5D1	200	SF		
		NOP3B2a	70	CSC		P3	NWP3A1	128	SC	HWP5D2	173	BF		
			NOP3B2b	86			CSC	NWP3B1	174	SC	P6	HWP6A1	(*)	SC
		NOP3C1	79	CSC		NWP3B2	169	BF	HWP6B1	199		DT		
		NOP3C2	86	CSC		NWP3C1	187	SF	HWP6B2	186		SF		
NOP3D2		85	CSC	NWP3C2	172	BF	HWP6C1	231	SF					
HO	P4	HOP4A1	86	CSC	NWP3D2	176	BF	HWP6C2	222	SF				
		HOP4B1	93	CSC	P4	NWP4A1	153	SC	HWP6D1	246	SF			
		HOP4B2	101	CSC		NWP4B1	168	DT	HWP6D2	209	IF			
		HOP4C1	90	CSC		NWP4B2	191	DT	P9	HWP9E1	327	SF		
		HOP4C2	86	CSC		NWP4C1	200	SF		HWP9E2	315	IF		
		HOP4D2	99	CSC		NWP4C2	197	SF		HWP9F2	315	IF		
		DO	P5	DOP5B2a		88	CSC	NWP4D2	229	IF	DW	P7	DWP7B2a	167
DOP5B2b	89			CSC		P7	NWP7D1a	195	SF	DWP7B2b			179	SF

(\*) $V_{exp}$  could not be measured due to an error detected during the test process.

FB = fabrication batch; CSC = critical shear crack formation; DT = diagonal tension failure; SC = shear-compression failure; BF = slab bending failure; SF = slab shear failure; IF = interface failure.



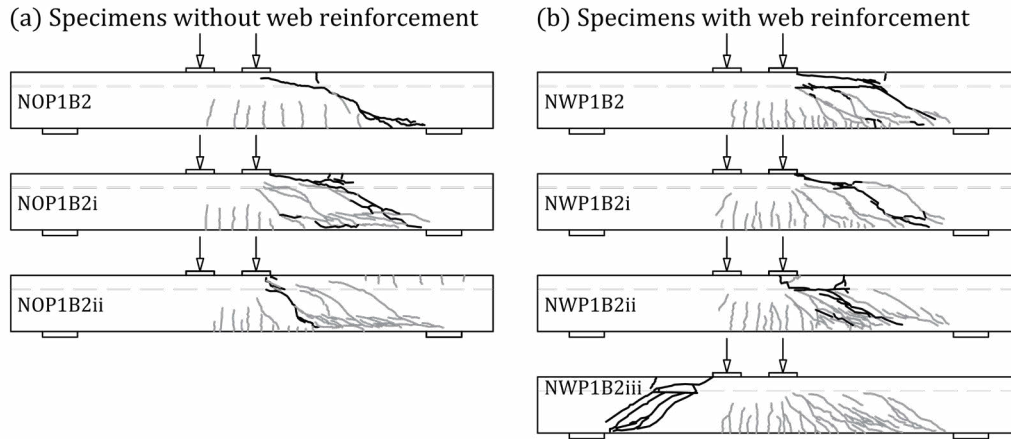


Figure 6. Crack patterns of the preliminary test programme specimens.

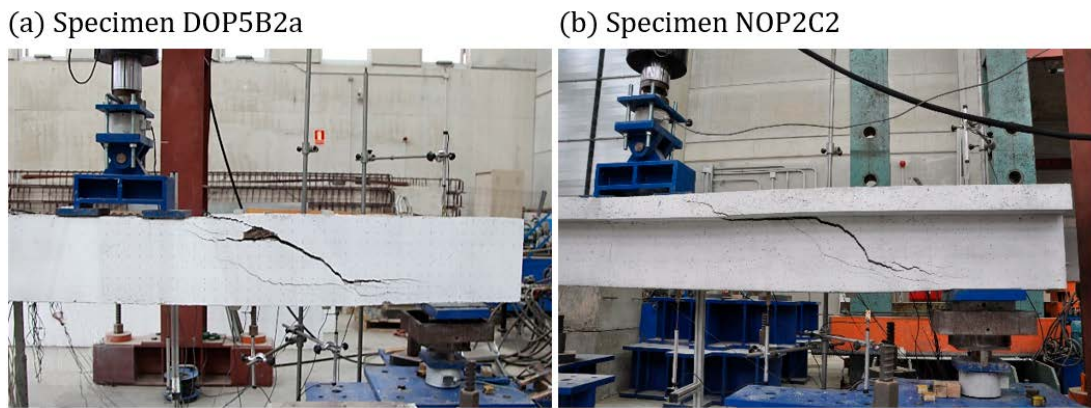


Figure 7. Examples of shear tests on specimens without web reinforcement: (a) Composite rectangular specimen DOP5B2a; (b) Composite T-shaped specimen NOP2C2.

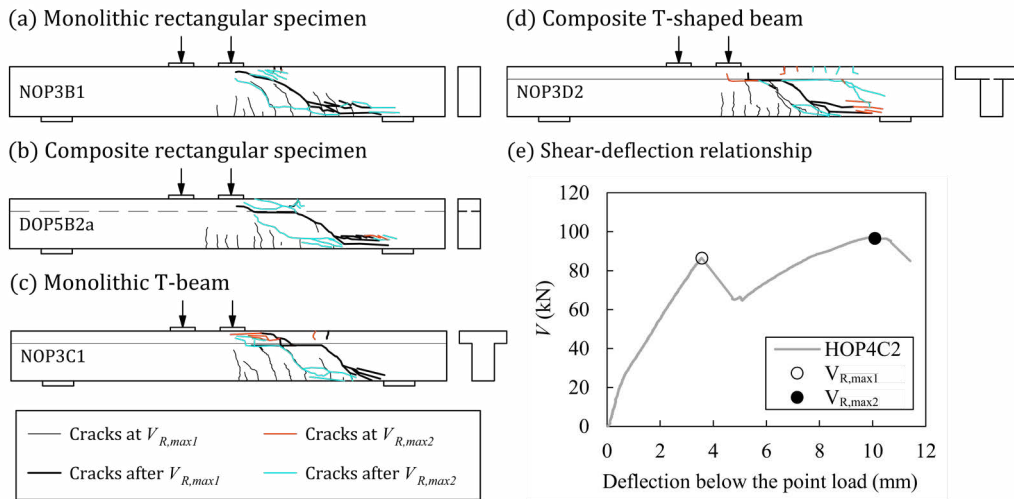


Figure 8. Examples of crack patterns of beams without web reinforcement and example of shear-deflection curve: (a) monolithic rectangular specimen; (b) composite rectangular specimen; (c) monolithic T-beam; (d) composite T-shaped beam; (e) shear-deflection relationship for the specimen HOP4C2 differentiating between  $V_{R,max1}$  and  $V_{R,max2}$  (adapted from [23]).

Regarding the horizontal shear strength provided by code formulations, the conclusion drawn from these tests was that the codes greatly underestimate the horizontal shear strength of concrete interfaces (further information about the predicted horizontal shear strength can be found in [22]).

### 3.2. Main series

The main grouping of the test specimens for analysing the results were specimens with and without web reinforcement, since they showed different shear strength mechanisms.

### 3.2.1. Specimens without web reinforcement

21 monolithic and composite specimens of series NO, HO and DO, with different cross-sectional shapes were analysed in [23], including the specimen NOP1B2 from the preliminary test programme, since it had the same roughness and reinforcement characteristics. Their experimental shear strengths are shown in Table 5. The most relevant parts of this analysis are presented in the following.

Regarding the crack patterns at failure, all the specimens showed a bending crack that developed diagonally towards the point load, which turned out to be the critical shear crack (CSC failure mode in Table 5). See two examples in Figure 7. The interface between concretes in the composite rectangular and T-shaped specimens (B2, C2 and D2) and the width change plane in the monolithic T-shaped specimens (C1), deviated the CSC horizontally along it before progressing across the top of the beam, as shown in the examples of Figure 8.

The formation of the CSC caused a load drop. However, it did not cause the collapse of most of the specimens, and a second local maximum in shear was reached afterwards (see  $V_{R,max2}$  in Figure 8e). The second maximum shear value was sometimes higher than the first ( $V_{R,max1}$  in Figure 8e) and may be explained by an arching action mechanism developed above the CSC, which was described in [27]. The crack patterns revealed that the specimens in which the CSC left a wide enough depth of the compression chord intact reached higher second local maximums in shear. However, no relationship was found between the initial characteristics of the specimens and the depth of the compression chord that remained intact after the CSC formation. The high  $\rho_l$  in tension in the beams of this experimental programme (4.0%) could be one of the reasons why the high arch effect could develop in some of the specimens. On the other hand, the membrane effect due to the large deflection of the longitudinal tie could also contribute to the shear resistance. In the specimens of this experimental programme, it was considered unsafe to take the absolute maximum shear value as the shear strength, since the shear transfer mechanisms for explaining that behaviour were not clear. Thus, the first local maximum in shear was taken as the shear strength of the element, which is the value shown in Table 5.

The test parameters defined in Section 2.1 were analysed by comparing the shear strengths of different specimens where only one parameter is varied. The observations of this analysis were as follows (further details can be found in [23]):

- Presence of a slab. If the average shear stresses are compared, the specimens of series B1 resisted 7% less (on average for all the fabrication batches of series NO) than the specimens of series A1, which was due to the size effect. The specimens of series B2 resisted 5% less than the specimens of series A1. Given both values are similar, this decrease in the average shear stress of B2 beams was also attributed to the size effect and not to the presence of an interface between concretes. Consequently, placing a slab of depth  $h_s$  increased shear strength by approx. the same as an increase of  $h_s$  in the effective depth of the beam. Since the interface conditions are key for the contribution of the slab to the shear strength, the observed behaviour is possible provided that the horizontal shear resistance at the interface is verified.
- Presence of an interface between concretes. The interface between concretes modified the crack pattern with respect to that of monolithic specimens by deviating the direction of the CSC. Regarding the shear strength, little differences were found in  $V_{exp}$  between the monolithic and the composite specimens with the same cross-sectional shape.
- Concrete compressive strength of the precast beam. The specimens where the beam was made of HSC showed slightly greater shear strength than those made of NSC (4% on average). By comparing the specimens made of HSC and NSC, it was observed that the formation of the critical shear crack was mostly governed by the strength of the web concrete, while the contribution of the arching action mechanism to the shear strength depended on the strength of the slab concrete.
- Flange and slab width. The rectangular and T-shaped specimens had similar first local maximums in shear, because shear strength was mainly governed by the shear transfer actions that occurred at the web of the beam. Afterwards, the specimens type D, with wider flanges, reached higher second local maximums in shear than the specimens type C.
- Differential shrinkage between concretes. Differential shrinkage in series DO did not have a significant influence on the vertical shear capacity of the composite beams without shear reinforcement of this test programme.

### 3.2.2. Specimens with web reinforcement

The 42 specimens with web reinforcement and the specimen NWP1B2 from the preliminary series [22] were analysed



Figure 9. Examples of shear tests on specimens with web reinforcement: (a) Composite rectangular specimen NWP3B2; (b) Composite T-shaped specimen HWP9E2.

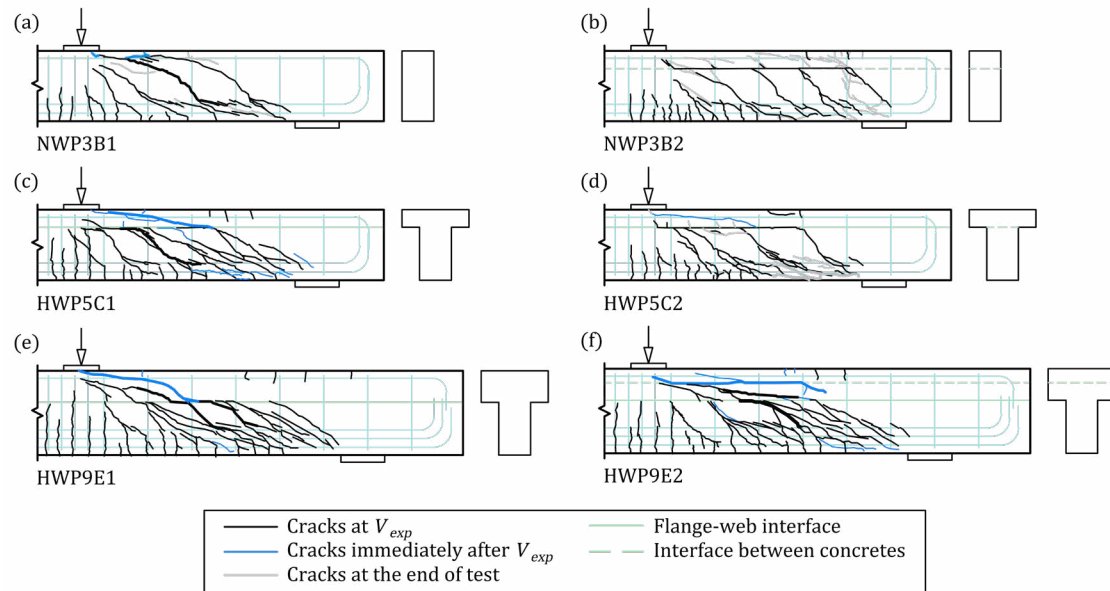


Figure 10. Crack pattern examples of specimens with web reinforcement: (a) monolithic rectangular specimen B1 [24]; (b) composite rectangular specimen B2 [24]; (c) monolithic T-shaped specimen C1 [25]; (d) composite T-shaped specimen C2 [25]; (e) monolithic T-shaped specimen E1; (f) composite T-shaped specimen E2.

(see further results from series A1, B1 and B2 in [24] and from series C1, C2, D1 and D2 in [25]). In this section, the most important parts of the analysis of the specimens with web reinforcement are summarised.

Unlike the specimens without web reinforcement, these specimens showed one maximum shear value.

Regarding the crack patterns, big differences were found between monolithic rectangular specimens and specimens with an interface between concretes (composite specimens) or a cross-section width change (T-beams). In most specimens, the interface or the cross-section width change plane modified the crack pattern of the specimens versus that of monolithic rectangular beams by forcing diagonal cracks to develop along that weak plane (see the pictures of Figure 9). Representative examples of these crack patterns are shown in the drawings of Figure 10.

The differences in the crack patterns had a big influence on the shear strength mechanisms developed by the specimens and, consequently, on their shear strengths, whose values are shown in Table 5.

The shear strength mechanisms of the specimens with one weak plane (interface between concretes or cross-section width change) were analysed. The crack at the weak plane divided the transmission of the shear force to the supports into two load paths. In the monolithic T-beams (series C1, D1 and E1) one shear path was the beam web and the other shear path were the flanges. In the composite specimens (series B2, C2 and D2), the lower path was the precast beam, and the upper path was the slab. Shear forces at the lower path were seen to be mainly resisted by the web reinforcement, while the upper path behaved as a member without shear reinforcement. Both shear transfer mechanisms were connected through the crack at the weak plane, by means of the aggregate interlock along the crack and the dowel action of the web reinforcement. The failure of the specimens was given when the upper mechanism or the interface failed. Three failure modes were observed: slab bending failure (BF), slab shear failure (SF) or interface failure (IF).

- BF was observed when specimens showed a long crack along the weak plane that covered almost all the shear span (e.g., specimen of Figure 10b). Flexural cracks appeared at the top of the slab close to the support section and a gradual drop of the shear-deflection curve was observed, characteristic of a ductile bending failure (see Figure 11a).
- SF was observed in specimens with a smaller crack extension along the weak plane when a sudden diagonal crack crossed the slab in direction to the point load (e.g., specimens of Figure 10c-e) and a marked load drop was recorded, characteristic of a brittle shear failure (see Figure 11b).
- IF was observed in those specimens that showed a short interface crack before reaching their shear strengths. After this peak load, the crack extended along the interface towards the support, leading to a marked load drop, and no new strength mechanism developed to increase this load (see Figure 11c).

These failure modes, identified in the specimens with web reinforcement, are shown in Table 5. Additionally, Table 5 indicates the failure mode of the monolithic rectangular specimens as well as the composite rectangular specimens that failed in shear in the same way as a monolithic beam (i.e., where the presence of the interface did not modify the cracking pattern nor the shear strength mechanisms). In all these specimens, the compression chord failed once the web reinforcement had yielded. Consequently, the two observed failure modes in these specimens were those commonly known (e.g., see [16]) as diagonal tension failure (DT in Table 5) (see for example the specimen NWP1B2i in Figure 6) and shear-compression failure (SC in Table 5) (e.g., specimen NWP3B1 in Figure 10a).

The specimens E2 and F2 with two weak planes (the interface between concretes and the cross-section width change) showed a small extension of the cracks at the cross-section width change of the T-beam (see Figure 10f) until the maximum load, which divided the shear transmission into two load

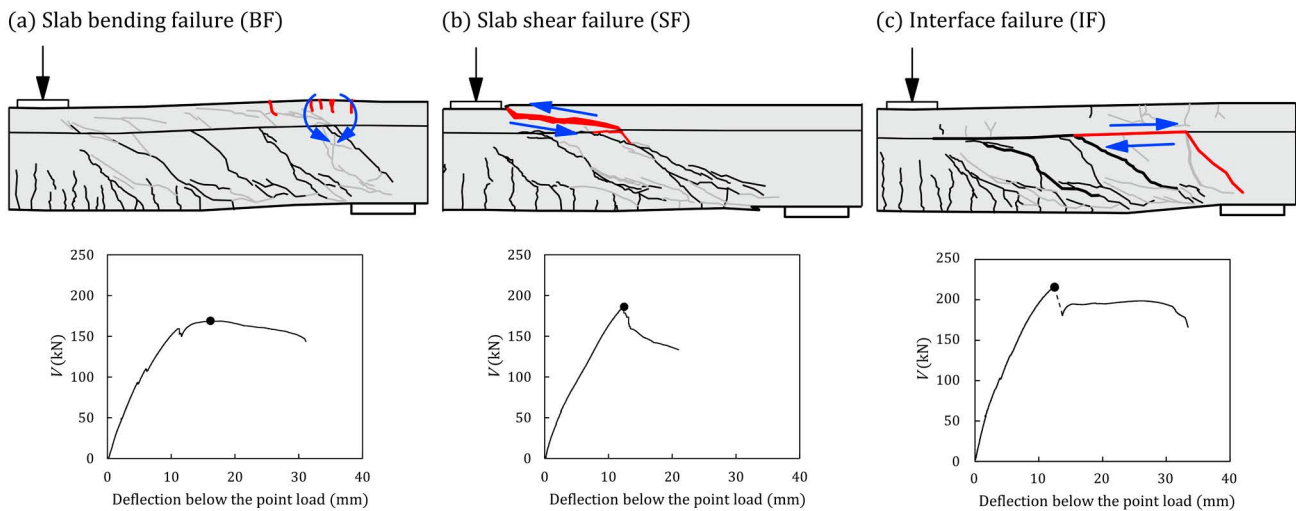


Figure 11. Representative examples of the three failure modes and their shear-deflection curves: (a) Slab bending failure (BF) (specimen NWP3B2); (b) Slab shear failure (SF) (specimen HWP6B2); (c) Interface failure (IF) (specimen NWP2B2).

paths. The lower path was the web of the T-beam, and the upper path were the flanges of the T-beam and the slab. After the peak load, the upper path failed due to the formation of a horizontal crack towards the support at the interface between the T-beam and the slab, due to the interface reaching its interface shear strength before the specimen reached its strength by SF. Therefore, the specimens failed by IF.

Further information about this analysis of the shear strength mechanisms can be found in [24,25].

Regarding the effect of the varied parameters on the shear behaviour of these specimens, the following observations were made:

- Shear reinforcement ratio. As expected, the specimens with web reinforcement reached higher  $V_{exp}$  than the specimens without web reinforcement. The increase may be explained by the activation of different shear transfer actions after the formation of the CSC. The strain gauges located on the stirrups of the shear span showed they reached their yield strength, which proved the contribution of the stirrups. The increase of  $V_{exp}$  due to the presence of web reinforcement was 117% on average for each cross-sectional shape.
- Presence of a slab. The average shear stresses of series B1 and B2 were, respectively, 10% and 6% lower (on average for all the fabrication batches of series NW) than that of specimens of series A1. Since both values are similar, this decrease in the average shear stress of B2 specimens was attributed to the size effect and not to the presence of an interface. If the average shear stresses of specimens E1 and E2 of series NW are compared to those of series C1, the shear strengths decreased by 8% and 15%, respectively (a shear-effective area of the slab that increases 45° from the cross-section width change, as in [25], is considered). Since these values are quite different, in specimens E2, with two weak planes, not only the size effect decreased shear strength but also the presence of an interface between concretes.
- Presence of an interface between concretes. As indicated above, the interface modified the crack pattern, however, in composite rectangular specimens with similar concrete

compressive strength in both the beam and slab, the interface did not significantly modify their shear strength, regardless of the interface presenting more or less cracking. In the T-shaped specimens, the presence of an interface between concretes decreased the shear strength of the specimens, since the greater interface cracking resulted in less resistant failure mechanisms, such as slab bending failure in the specimens that showed extended interface cracking.

- Concrete compressive strength of the precast beam. The monolithic specimens made with HSC concrete had 11% higher shear strength than the monolithic specimens made with NSC (on average for each cross-sectional shape). The composite beams with higher concrete compressive strength in the precast beam than in the slab showed lower shear strengths than their homologous monolithic specimens made of the same concrete as that of the precast beam (12% lower strength on average). Another important observation derived from varying the concrete compressive strength of the beam was that the shear strength of the tested specimens that presented an extended interface cracking did not depend on the concrete compressive strength of either the beam or the slab, since their shear strength was given by the bending failure of the slab. On the contrary, the shear strength of the specimens in which interface cracking was short depended on the concrete compressive strength of the slab, since the shear strength was given by the slab failing in shear.
- Differential shrinkage between concretes. It was again verified that a marked differential shrinkage between concretes did not significantly modify the shear strength of the composite beams in this experimental programme in relation to that of those specimens with reduced differential shrinkage.
- Flange and slab width. On one hand, in the specimens with slab shear failure (all the monolithic specimens and some composite specimens), the presence of flanges increased shear strength. In this research work specimens, the shear strength increased approx. 17% due to the presence of flanges, which is the same increase in the shear-effective area as when considering an effective slab width that equals

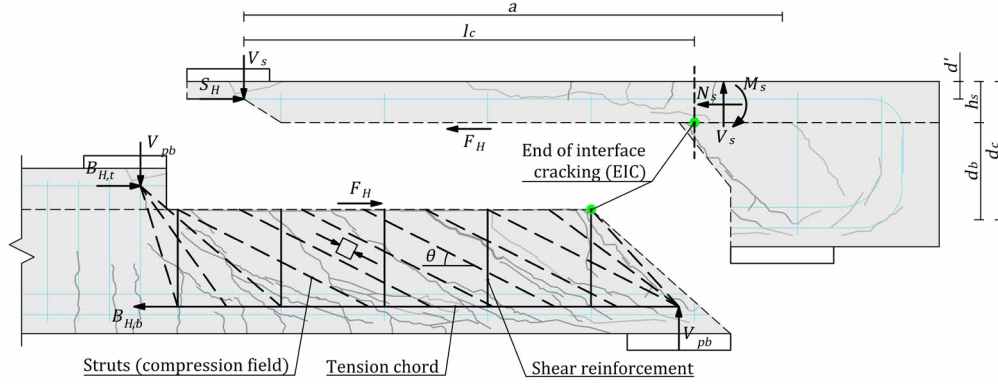


Figure 12. Diagram of the proposed model.

the sum of the web width ( $b_w$ ) and once the flange depth ( $h_s$ ) (see [25]). On the other hand, most of the specimens with extended interface cracking, which were composite specimens in this test programme, showed slab bending failure, and flanges did not increase shear strength.

By considering the observations related to the crack patterns, the shear strength mechanisms, and the effect of the varied parameters on shear strength, a mechanical model for explaining the shear resistant behaviour of the specimens with web reinforcement was proposed, which is described in Section 4.

#### 4. PROPOSED MECHANICAL MODEL FOR EXPLAINING THE TEST RESULTS

A mechanical model was proposed for composite rectangular beams in [24], and extended to T-shaped beams in [25], based on the experimental observations, for explaining the shear behaviour of the specimens with web reinforcement of this experimental programme. In the model presented in [24,25], three variants of a strut-and-tie model were distinguished in the specimens tested. Each specimen was assigned one of these variants depending on their cracking patterns and other results from the instrumentation. The expressions for obtaining the shear strength of each variant were formulated for the geometry and reinforcement layout of the tested specimens.

In this paper, the three variants of the model presented in [24,25] are condensed into one unique formulation that is also generalised to geometries and reinforcement layout other than those tested by the authors, which is described below.

The model is based on the cracking of the weak plane, which was observed at the interface of composite specimens and at the cross-section width change in monolithic T-shaped specimens. So far, the model is applied to the specimens with one weak plane in the experimental programme.

The crack at the weak plane divides the shear transmission from the point load to the supports into two load paths: one through the beam web and one through the slab of the composite specimens or the flanges in T-beams (see Figure 12). The shear transmitted through the beam web is represented by a

truss model where, according to the experimental results, the stirrups are considered yielded. The slab or the flanges are considered to transmit shear as a cantilever member without shear reinforcement. Both structures are connected at the interface crack, where horizontal forces are transferred due to the dowel action of the stirrups and the aggregate interlock [24,25].

The upper shear transmission path originated by the crack at the interface, whose length is  $l_c$  in Figure 12, is subjected to bending, axial and shear forces. While the shear at the slab or the flanges is considered to remain constant, the axial force decreases and the bending moment increases towards the support. Consequently, the weakest section is located at the end of the interface crack (EIC in Figure 12) and is likely to fail by bending or shear. This distribution of forces made it possible for flexural cracks to develop at the top of the slab, as observed in Figure 12. The observed behaviour of the slab was verified with the strain gauges located on top of the slab [25].

The shear strength of the specimen is obtained as the sum of the shear resisted by the beam web ( $V_{pb}$  in Figure 12) and the shear resisted by the slab or the flanges ( $V_s$  in Figure 12). The maximum shear force resisted by the beam web is governed by the yielding of the stirrups, so  $V_{pb}$  is calculated from

$$V_{pb} = \frac{T_w d_b \cot \theta}{s} \quad (1)$$

where  $T_w = A_{sw} f_{yw}$  is the tension force of the web reinforcement at its yield strength  $f_{yw}$ ,  $A_{sw}$  is the cross-section area of the two legs of a stirrup,  $d_b$  is the effective depth of the precast beam (see Figure 12),  $\theta$  is the inclination of the compression field in the web and  $s$  is the stirrup spacing. The horizontal force at the interface crack ( $F_H$  in Figure 12) can be obtained from the beam truss as

$$F_H = V_{pb} \frac{l_c}{d_b} \quad (2)$$

Based on the observations, the maximum shear capacity of the truss mechanism is reached prior to the specimen failure and the shear transferred by the truss mechanism may be assumed to remain constant for increasing loads. Thus, the failure of the specimen is governed by the slab failure. According to the observations, three slab failure modes can be identified (see Section 3.2.2): BF, SF and IF. Therefore, the shear strength resisted by the slab  $V_s$  is the minimum of the three values corre-

sponding to these three failure modes and the predicted shear strength  $V_{pred}$  of the specimen may be expressed as

$$V_{pred} = V_{pb} + V_s = V_{pb} + \min \{V_{s,BF}, V_{s,SF}, V_{s,IF}\} \quad (3)$$

BF is considered to occur when the slab longitudinal reinforcing steel reaches its yield strength in tension [24] at the EIC section (see Figure 12). Thus,  $V_{s,BF}$  is obtained as

$$V_{s,BF} = \frac{F_H (h_s - d') d_b + T_l (h_s - d') (d_c - d')}{a d_b - (a - l_c) (d_c - d')} \quad (4)$$

where  $T_l$  is the tension force of slab longitudinal reinforcement at its yield strength. All other variables are defined in Figure 12.

The model considers the slab is subjected to a biaxial state of stresses, so SF occurs when the principal concrete stresses reach Kupfer's failure surface. Thus,  $V_{s,SF}$  is obtained from the following formulae:

$$N_s = \frac{V_{s,SF} a - (h_s - d') F_H}{d_c - d'} \quad (5)$$

$$\sigma_x = -\frac{N_s}{b_{eff} h_s} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \sigma_1 = \frac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau^2} \leq f_{ct,s} \\ \sigma_2 = \frac{\sigma_x}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau^2} \leq -f_{c,s} \\ \sigma_1 = |f_{ct,s}| + 0.8 \frac{|f_{ct,s}|}{|f_{c,s}|} \sigma_2 \end{cases} \quad (7)$$

$$V_{s,SF} = 2/3 \tau b_{eff} h_s \quad (8)$$

where  $N_s$  is the axial force in the slab at the EIC cross-section [24],  $b_{eff}$  is the effective shear width of the slab, which is taken as the web width in rectangular specimens and the sum of the web width and the flange depth in T-shaped specimens, which increases shear strength approximately in the same way as observed experimentally [25],  $\sigma_1$  and  $\sigma_2$  are the principal tensile and compression stresses from the normal force  $\sigma_x$  and the tangential force  $\tau$  at the slab,  $f_{c,s}$  and  $f_{ct,s}$  are the concrete compressive and tensile strengths of the slab, respectively.

Finally,  $V_{s,IF}$  is considered to occur when the remaining uncracked interface reaches its interface shear strength  $\tau_R$ . Thus,  $V_{s,IF}$  can be formulated as a function of the web width  $b_w$  and the length of the uncracked interface  $l_{nc}$ , measured from EIC to the end of the beam (see [25] for further explanation).

$$V_{s,IF} = \frac{\tau_R b_w l_{nc} (d_c - d') + F_H (h_s - d')}{a} \quad (9)$$

The shear strength of the specimens has been predicted with the proposed mechanical model, which requires using the length of the interface crack ( $l_c$ ) observed in each specimen; the interface shear strength  $\tau_R$ , taken as 1.9 MPa, which was a value calculated in [25] for these experimental results; and the experimental cotangent of the inclination of the compression field in the web ( $\cot\theta$ ), taken as 2.13, which was calibrated in [24,25] for all the specimens of the experimental programme

since it performs adequately in these specimens, which all have the same reinforcement layout. This  $\cot\theta$  is slightly higher than the one obtained by taking an inclination of the compression field parallel to the diagonal cracks to account for the effect of aggregate interlock through the cracks.

The proposed mechanical model can accurately predict the failure mode of the tested specimens and their shear strengths. The results are shown in Figure 13. The model gives a mean value of the ratio  $V_{exp}/V_{pred}$  of 1.06 and a coefficient of variation (CV) of 7% for the 25 specimens of the experimental programme that showed an interface crack. Thus, the model proves useful for explaining the shear strength mechanisms developed by the specimens with web reinforcement of the experimental programme that showed horizontal cracking at the weak plane.

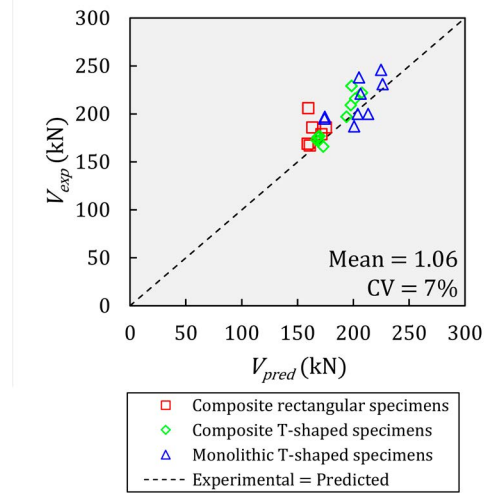


Figure 13. Experimental vs. Predicted shear strength of the 25 specimens from [24] and [25] that showed an interface crack, calculated with the proposed mechanical model for explaining the test results.

## 5. SHEAR STRENGTH PREDICTIVE FORMULATION FOR COMPOSITE BEAMS AND MONOLITHIC T-BEAMS WITH WEB REINFORCEMENT

The mechanical model described in Section 4 was proposed to assist in the analysis of the experimental results. However, it is not useful as a predictive formulation because it is based on certain experimental data taken from the tests themselves: the length of the interface crack ( $l_c$ ) and the inclination of the compression field in the web  $\theta$ .

The following formulation is a first attempt to simplify the model proposed in Section 4 and turn it into a predictive formulation. This topic is still being studied by the authors in order to provide a general user-friendly formulation for concrete composite beams.

### 5.1. Formulation

#### 5.1.1. Calculation of $V_{pb}$

$V_{pb}$  is obtained as in Eq. (1) by using the inclination angle of the compression field struts  $\theta$ . In this formulation,  $\cot\theta$

(see Eq. 10) may be limited by crushing of the compression struts ( $\cot\theta_{str}$ ), in which case the formulation of EC2 [19] may be used (Eq. (11)). Additionally, the experimental observations described above show that the existence of a weak plane (interface or cross-section width change) may modify the inclination of the compression field of the web ( $\cot\theta_{int}$ ). Consequently, the  $\cot\theta$  may be also limited by the interface shear strength  $\tau_R$  (Eq. (12)).

$$\cot\theta = \min\{\cot\theta_{str}, \cot\theta_{int}\} \quad (10)$$

$$1.0 \leq \cot\theta_{str} = \sqrt{\frac{v f_{c,b}}{\rho_w f_{yw}}} - 1 \leq 2.5 \quad (11)$$

$$\cot\theta_{int} = \frac{\alpha \tau_R b_w s}{T_w} \geq 1 \quad (12)$$

where  $f_{c,b}$  is the beam concrete compressive strength,  $v$  is a strength reduction factor for concrete cracked in shear that may be taken from EC2 [19] ( $v = 0.6 \cdot (1 - f_{c,b} / 250)$ ), with  $f_{c,b}$  in MPa,  $\rho_w$  is the shear reinforcement ratio,  $\tau_R$  is calculated from EC2 [19] interface shear formulation (Eq. (13)) and  $\alpha$  is a parameter that multiplies  $\tau_R$ , which was calibrated in [19] with a large database of shear-transfer experiments, to use a more realistic value of the interface shear strength, given the very conservative predictions of the interface shear strength provided by the EC2 formulation that have been described in the literature [16,32,33]. The value of  $\alpha$  for different interface roughness is given in Table 6.

$$\tau_R = c f_{ct} + \rho_{ic} f_{yw} \mu \leq 0.5 v f_c \quad (13)$$

The parameters  $c$  and  $\mu$  in Eq. (13) are those defined in EC2 [19], which depend on the interface roughness, and are given in Table 6.  $f_c$  and  $f_{ct}$  are the minimum compressive and tensile strength of the two concretes of the composite beam.  $\rho_{ic}$  is the ratio of reinforcement crossing the interface.

TABLE 6.  
Values of the factors  $c$  and  $\mu$  defined in EC2 [19] and multiplier  $\alpha$  for different interface roughness.

Interface roughness	$c$	$\mu$	$\alpha$
"Smooth" or "as cast"	0.2	0.6	1.9
"Rough" and "very rough"	0.4	0.7	1.3
Concrete placed monolithically	1.0	0.9	1.1

### 5.1.2. Calculation of $V_s$

Only two failure modes are considered in the simplified formulation due to the introduction of the interface shear strength: BF and SF.

The value of  $V_{s,BF}$  in Eq. (4) is obtained by approximating the length of the interface crack ( $l_c$ ) as the difference between the shear span  $a$  and the stirrup spacing  $s$  (Eq. (14)). In the same way, the horizontal force along the interface crack  $F_H$  is obtained from Eq. (15).

$$V_{s,BF} = \frac{F_H (h_s - d') d_b + T_i (h_s - d') (d_c - d')}{a d_b - s (d_c - d')} \quad (14)$$

$$F_H = V_{pb} \frac{a - s}{d_b} \quad (15)$$

When there is no longitudinal reinforcement in the slab,  $V_{s,BF}$  may be derived from the concrete cracking moment at the slab end section [34] (Eq. (16)).

$$V_{s,BF} = \frac{F_H (h_s - d') \left( d_c - \frac{h_s}{3} \right) + \frac{f_{ct,s}}{6} b_{eff} h_s^2 (d_c - d')}{a \left( d_c - \frac{h_s}{3} \right) - s (d_c - d')} \quad (16)$$

where  $b_{eff}$  is the effective flange width defined in Section 5.3.2.1 of EC2 [19].

In specimens with slab longitudinal reinforcement, the maximum value of  $V_{s,BF}$  from Eq. (14) and Eq. (16) should be considered.

On the other hand, the value of  $V_{s,SF}$  is obtained from Eqs (5-8), where  $F_H$  is obtained from Eq. (15) and  $b_{eff}$  is considered as explained in Eq. (8), but not lower than that from Section 5.3.2.1 of EC2 [19].

### 5.1.3. Calculation of $V_{pred}$

$V_{pred}$  is obtained in different ways depending on the shape of the cross-section and the presence of an interface between concretes.

If  $\cot\theta_{int} \leq \cot\theta_{str}$ , an extensive cracking of the interface or the cross-sectional width change is likely to happen. Consequently,  $V_{pred} = V_{pb} + \min\{V_{s,BF}, V_{s,SF}\}$ .

On the contrary, if  $\cot\theta_{int} > \cot\theta_{str}$ , the specimen will behave as a monolithic specimen. In this last case, if the specimen has a rectangular cross-section, no cracks at the interface between concretes are expected. Therefore, the proposed formulation is not applicable since the model is based on the formation of a crack along the weak plane. Hence, its shear strength is obtained from current codes shear formulations for specimens with web reinforcement, such as that of EC2 [19], by using  $f_{c,b}$  in calculating  $\cot\theta$ , since that equation accounts for the beam web stresses. If the specimen has a T-shaped cross-section, only the slab shear failure is considered, since a small extension of the interface crack will be expected, like in monolithic T-beams. Therefore,  $V_{pred} = V_{pb} + V_{s,SF}$ .

## 5.2. Experimental verification and comparison with existing code shear formulations

The proposed formulation is applied to 28 specimens with web reinforcement of the experimental programme: the 9 composite rectangular specimens with B2 cross-section and  $\rho_{ic} = \rho_w = 0.22\%$ ; the 10 composite T-shaped specimens with C2 and D2 cross-section and web reinforcement; the 9 monolithic T-beams with C1 and D1 cross-section and web reinforcement. Additionally, 24 shear tests from the literature are taken to study the accuracy of the proposed model in predicting the shear strength of concrete composite beams: 9 composite specimens with rectangular cross-section from Halicka [14] and 15 composite specimens with T-shaped cross-section from Jabłoński & Halicka [15]. They have similar characteristics to B2 and D2 cross-sections in this paper, respectively, but different dimensions.

The results obtained are shown in Table 7. The composite rectangular specimens (CR), composite T-shaped specimens (CT) and monolithic T-beams (MT) of each author are divided into groups with the same characteristics of  $\rho_w$ ,  $\rho_{ic}$  and interface roughness for comparison. The mean value of  $V_{exp}/V_{pred}$  and the CV are given for each group.

TABLE 7.  
Mean and CV of  $V_{exp}/V_{pred}$  ratio for each group of assessed specimens with the proposed formulation.

ID Group	Reference	Nomenclature in their publication	$\rho_w$ (%)	$\rho_c$ (%)	Interface roughness	No. of specimens	Mean	CV (%)
CR1	Rueda-García <i>et al.</i> [22]	NWP1B2i	0.22	0.22	Rough	1	1.15	-
CR2	Rueda-García <i>et al.</i> [24]	NWPzB2	0.22	0.22	Smooth	8	1.18	7.71
CR3	Halicka [14]	CB/A+S	0.42	0.21	Rough	3	1.22	4.56
CR4	Halicka [14]	CB/A	0.42	0	Rough	3	1.26	4.70
CR5	Halicka [14]	CB/S	0.42	0.21	Smooth	3	1.04	4.01
CT1	Rueda-García <i>et al.</i> [25]	NWPzC2; NWPzD2	0.22	0.22	Smooth	10	1.17	9.43
CT2	Jabłoński & Halicka [15]	BZ/P+S; BZ/S1	0.42	0.21	Rough	6	1.54	4.57
CT3	Jabłoński & Halicka [15]	BZ/P	0.42	0	Rough	3	1.03	5.66
CT4	Jabłoński & Halicka [15]	BZ/S2/A	0.42	0.21	Smooth	3	1.41	5.45
CT5	Jabłoński & Halicka [15]	BZ/S2/B	0.42	0.42	Smooth	3	1.30	1.38
MT1	Rueda-García <i>et al.</i> [25]	NWPzC1; NWPzD1	0.22	0.22	Monolithic	9	0.99	7.62

Table 7 shows that the mean values of  $V_{exp}/V_{pred}$  are in general close to the unit for each group. Some groups of specimens, such as CT2, CT4 or CT5 show higher mean values. However, the coefficients of variation are very low for each group of beams. This shows that the proposed formulation adequately captures the resistance mechanism.

Furthermore, the shear strengths predicted by the proposed formulation are compared with those of current codes formulations for beams with shear reinforcement. In this comparison, EC2 [19], the Level III Approximation of MC-10 [20] and the formula (b) of ACI 318-19 [21] (Section 22.5.5.1) are considered. Current codes do not account for the composite action unless the interface shear strength meets the code requirements. Therefore, for this comparison, the interface shear strength of the specimens is first checked according to the code formulation. The predicted shear strength is that of only the precast beam if the interface shear strength is not verified. On the contrary, the minimum shear strength given by the interface strength and that given by the entire composite beam depth is taken, as in [34].

Figure 14 compares the shear strength predicted by the proposed formulation for the 52 considered specimens with

those of the three current codes. As observed, the proposed model gives the best approximation to the experimental values, with the lowest CV. EC2 [19] provides the best results of the three considered codes, even though the code provides the same shear strength for all the specimens of the same group of beams since the concrete compressive strength is not considered. On the other hand, MC-10 [20] and ACI 318-19 [21] give very similar results but far from the test values.

The proposed formulation has proven its accuracy in the prediction of the shear strength of the specimens of this experimental work, from which it was developed, and other specimens with similar characteristics from the literature. However, further studies should be conducted in future to check its suitability in a larger database of specimens of different characteristics and to fix its application boundaries and its limitations. An adaptation of the proposed model would be needed to use it in the tested T-beams with top cast-in-place slab (series E2 and F2 in Figure 2), given the presence of two weak planes that modify the shear transfer mechanisms, which is one of the future research lines of this work.

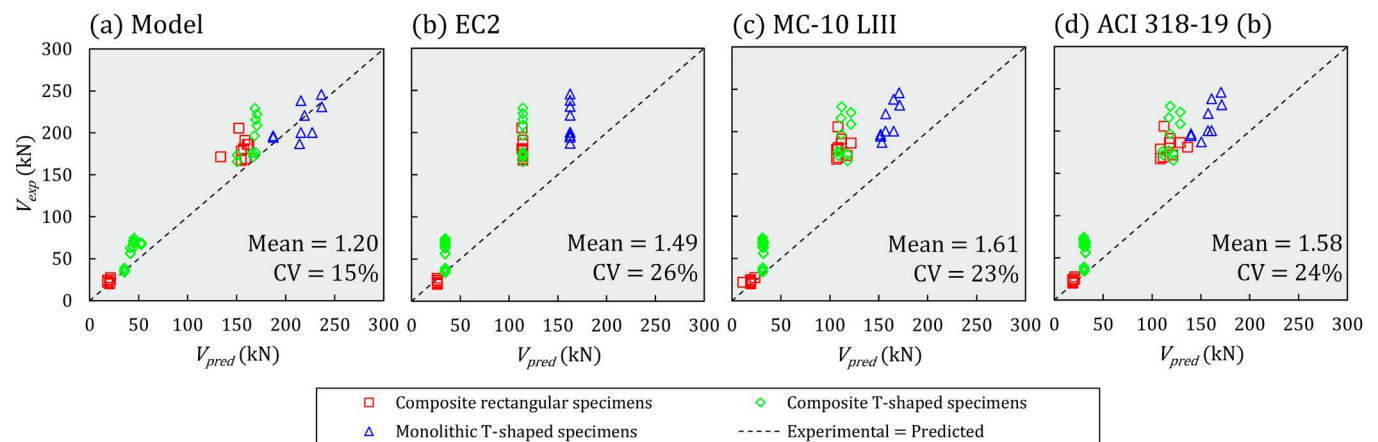


Figure 14. Experimental vs. Predicted shear strength of the 52 analysed specimens with different shear formulations: (a) Proposed formulation; (b) EC2 [19]; (c) MC-10 Level III [20]; (d) ACI 318-19 (b) [21].



## 6. CONCLUSIONS

This paper presents the experimental work carried out to study the shear strength of concrete composite beams in which different parameters were varied. The shear strength mechanisms of the 69 test specimens and the effect of various test parameters on shear strength were analysed, from which multiple conclusions were drawn. Furthermore, based on the experimental observations, a shear strength model was proposed for explaining the test results, which was also transformed into a predictive shear strength formulation that gave accurate results. The most relevant aspects to be highlighted from this research are:

1. When the composite specimens are designed to avoid the horizontal shear failure, the interface usually modifies the crack patterns, by forcing them to develop along the interface before penetrating the slab. These specimens show two shear transmission paths: one through the precast beam web; and another through the cast-in-place slab.
2. In elements without shear reinforcement, the shear strength (first local maximum shear value) is mainly related to the shear transferred through the web. Consequently, the concrete compressive strength of the slab and the existence of flanges in T-shaped beams do not have a major impact on the shear strength.
3. In members with shear reinforcement, the ductile behaviour of the web allows the contribution of the two shear transfer mechanisms to be added to calculate the shear strength of the composite beam. Depending on the interface shear strength, the failure of the slab will be by shear or by flexure. In case of slab shear failure, the shear strength of the specimen will depend on the concrete strength of the slab and its width. On the contrary, the slab shear strength will mainly depend on the strength of the longitudinal reinforcement of the slab. Based on the variable angle truss mechanism to transfer the shear force through the web, the concrete strength of the beam will influence the shear strength of the specimen by limiting the inclination of the compression field.
4. In monolithic T-beams, the horizontal plane where the width changes has a similar influence on the crack pattern as that of a concrete-to-concrete interface in composite beams, since diagonal cracks propagate along it. Therefore, two shear paths are also observed in the tests carried out in this experimental programme and the proposed model has been proved useful to predict their shear strength.

This research work shows a large number of experimental results and a detailed analysis of the shear strength mechanisms of concrete composite beams. However, further research should be conducted on specimens of other dimensions and characteristics to get a more general and user-friendly shear strength formulation for composite elements.

### Acknowledgements

Ministerio de Ciencia e Innovación (MCIN) and Agencia Estatal de Investigación (AEI) supported the present research work through grants BIA2015-64672-C4-4-R and

RTI2018-099091-B-C21-AR, both funded by MCIN/AEI/ 10.13039/501100011033 and by “ERDF A way of making Europe”. Author Lisbel Rueda-García was supported by grant BES-2016-078010 funded by MCIN/AEI/ 10.13039/501100011033 and by “ESF Investing in your future”. The project was also carried out with the support of the Regional Government of Valencia through Project AICO/2018/250. This research work was undertaken at the Concrete Science and Technology University Institute (IC-ITECH) of the Universitat Politècnica de València (UPV; Spain) with concrete supplied by Caplansa.

### Competing Interests

All authors certify that they have no affiliations with or involvement in any organization or entity with any financial interest or non-financial interest in the subject matter or materials discussed in this manuscript.

### References

- [1] A. Halicka, Ł. Jabłoński, Shear failure mechanism of composite concrete T-shaped beams, *Proc. Inst. Civ. Eng. - Struct. Build.* 169 (2016) 67–75. <https://doi.org/10.1680/stbu.14.00127>.
- [2] C.R. Ribas González, M. Fernández Ruiz, Influence of flanges on the shear-carrying capacity of reinforced concrete beams without web reinforcement, *Struct. Concr.* (2017). <https://doi.org/10.1002/suco.201600172>.
- [3] J.C. Saemann, G.W. Washa, Horizontal Shear Connections between Precast Beams and Cast-in-Place Slabs, *ACI J. Proc.* 61 (1964) 1383–1409.
- [4] R.E. Loov, A.K. Patnaik, Horizontal Shear Strength of Composite Concrete Beams With a Rough Interface, *PCI J.* 39 (1994) 48–69. <https://doi.org/10.15554/pcij.01011994.48.69>.
- [5] K.H. Tan, L.W. Guan, X. Lu, T.Y. Lim, Horizontal shear strength of indirectly loaded composite concrete beams, *ACI Struct. J.* 96 (1999) 533–538. <https://doi.org/10.14359/689>.
- [6] L.F. Kahn, A. Slapkus, Interface Shear in High Strength Composite T-Beams, *PCI J.* 49 (2004) 102–110. <https://doi.org/10.15554/pcij.07012004.102.110>.
- [7] J. Kovach, C. Naito, Horizontal Shear Capacity of Composite Concrete Beams without Interface Ties, *ATLSS Report No. 05-09*, 2008.
- [8] Z. Fang, H. Jiang, A. Liu, J. Feng, Y. Chen, Horizontal Shear Behaviors of Normal Weight and Lightweight Concrete Composite T-Beams, *Int. J. Concr. Struct. Mater.* 12 (2018). <https://doi.org/10.1186/s40069-018-0274-3>.
- [9] C.-G. Kim, H.-G. Park, G.-H. Hong, S.-M. Kang, Shear strength of composite beams with dual concrete strengths, *ACI Struct. J.* 113 (2016) 263–274. <https://doi.org/10.14359/51688061>.
- [10] M.A. Shahawy, B. deV Batchelor, Shear Behavior of Full-Scale Prestressed Concrete Girders: Comparison Between AASHTO Specifications and LRFD Code, *PCI J.* 41 (1996) 48–62. <https://doi.org/10.15554/pcij.05011996.48.62>.
- [11] H.R. Hamilton III, G. Llanos, B.E. Ross, Shear performance of existing prestressed concrete bridge girders, 2009.
- [12] B. Runzell, C. Shield, C. French, Shear Capacity of Prestressed Concrete Beams, 2007.
- [13] D.L. Hartmann, J.E. Breen, M.E. Kreger, Shear capacity of high strength prestressed concrete girders, Austin, 1988.
- [14] A. Halicka, Influence new-to-old concrete interface qualities on the behaviour of support zones of composite concrete beams, *Constr. Build. Mater.* (2011) 4072–4078. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2011.04.045>.
- [15] E. Jabłoński, A. Halicka, Influence of the interface reinforcement on static performance of concrete composite T-shaped beams, *Bud. i Archit.* 19 (2020) 063–076. <https://doi.org/10.35784/bud-arch.2170>.
- [16] C.-G. Kim, H.-G. Park, G.-H. Hong, S.-M. Kang, H. Lee, Shear Strength

- of Concrete Composite Beams with Shear Reinforcements, *ACI Struct. J.* 114 (2017) 827–837. <https://doi.org/10.14359/51689441>.
- [17] C.-G. Kim, H.-G. Park, G.-H. Hong, H. Lee, J.-I. Suh, Shear strength of RC-composite beams with prestressed concrete and non-prestressed concrete, *ACI Struct. J.* 115 (2018). <https://doi.org/10.14359/51702224>.
- [18] C.-G. Kim, H.-G. Park, G.-H. Hong, S.-M. Kang, Shear strength of composite beams with steel fiber-reinforced concrete, *ACI Struct. J.* 116 (2019). <https://doi.org/10.14359/51716812>.
- [19] CEN, EN 1992-1-1:2013. Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings (revised version 2020), 2020.
- [20] Fédération International du Béton (fib), Model Code 2010, Ernst & Sohn, 2012.
- [21] ACI Committee 318, 318-19(22): Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary (Reapproved 2022), American Concrete Institute, 2022.
- [22] L. Rueda-García, J.L. Bonet Senach, P.F. Miguel Sosa, Influence of interface roughness and shear reinforcement ratio in vertical shear strength of composite concrete beams, *Hormigón y Acero*. 73 (2022). <https://doi.org/10.33586/hya.2022.SANTANDER>.
- [23] L. Rueda-García, J.L. Bonet Senach, P.F. Miguel Sosa, M.Á. Fernández Prada, Experimental analysis of the shear strength of composite concrete beams without web reinforcement, *Eng. Struct.* 229 (2021) 111664. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.111664>.
- [24] L. Rueda-García, J.L. Bonet Senach, P.F. Miguel Sosa, M.Á. Fernández Prada, Analysis of the shear strength mechanism of slender precast concrete beams with cast-in-place slab and web reinforcement, *Eng. Struct.* 246 (2021) 113043. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.113043>.
- [25] L. Rueda-García, J.L. Bonet Senach, P.F. Miguel Sosa, M.Á. Fernández Prada, Experimental study on the shear strength of reinforced concrete composite T-shaped beams with web reinforcement, *Eng. Struct.* 255 (2022) 113921. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.113921>.
- [26] M.W. Kani, Mark W. Huggins, Rudi R. Wittkopp, Kani on shear in reinforced concrete, University of Toronto, Dept. of Civil Engineering, Toronto, 1979.
- [27] M. Fernández Ruiz, A. Muttoni, J. Sagaseta, Shear strength of concrete members without transverse reinforcement: A mechanical approach to consistently account for size and strain effects, *Eng. Struct.* 99 (2015) 360–372. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.05.007>.
- [28] UNE-EN 12390-3:2020, Testing hardened concrete - Part 3: Compressive strength of test specimens, 2020.
- [29] UNE-EN 12390-6:2010, Testing hardened concrete - Part 6: Tensile splitting strength of test specimens, 2010.
- [30] UNE-EN 12390-13:2014, Testing hardened concrete - Part 13: Determination of secant modulus of elasticity in compression, 2014.
- [31] UNE-EN ISO 6892-1:2017, Metallic materials - Tensile testing - Part 1: Method of test at room temperature, 2017.
- [32] M. Soltani, B.E. Ross, Database evaluation of interface shear transfer in reinforced concrete members, *ACI Mater. J.* 114 (2017) 383–394. <https://doi.org/10.14359/51689249>.
- [33] L. Rueda, J.L. Bonet, P.F. Miguel, Experimental study of concrete composite beams subjected to shear, in: *Proc. Fib Symp. 2019 Concr. - Innov. Mater. Des. Struct.*, 2019.
- [34] L. Rueda-García, Experimental Assessment of the Shear Resistant Behaviour of Precast Concrete Beams with Top Cast-in-Place Concrete Slab, *Universitat Politècnica de València*, 2022. <https://doi.org/10.4995/Thesis/10251/183594>.

# Comportamiento del hormigón reforzado con fibras de acero conforme a la teoría de corte-fricción

## *Behavior of Steel Fibre Reinforced Concrete According to the Shear-Friction Theory*

A. Picazo<sup>a</sup>, J.C. Gálvez<sup>b\*</sup>, M.G. Alberti<sup>b</sup>, A. Enfedaque<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Departamento de Tecnología de la Edificación, E.T.S. de Edificación, Universidad Politécnica de Madrid.

<sup>b</sup> Departamento de Ingeniería Civil: Construcción, E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid.

Recibido el 17 de octubre de 2022; revisado el 9 de marzo de 2023, aceptado el 15 de marzo de 2023

### RESUMEN

La cuantía del refuerzo tradicional de barras de acero en el hormigón armado se puede reducir mediante la adición de fibras. Este tipo de hormigón, con fibras de acero, se denomina hormigón reforzado con fibras de acero (HRFA) y permite la eliminación total o parcial de la armadura ante solicitaciones cortantes. Diferentes normativas consideran la capacidad estructural de las fibras de acero, para cualquier tipo de esfuerzo, en función de valores de resistencias residuales a flexión. No parece adecuado emplear estas resistencias para dimensionar el HRFA frente a solicitaciones de cortante, por lo que se desarrolló la presente investigación y se analizaron dos HRFA, solicitados a cortante, comparándolos con su estudio teórico en relación a la teoría de corte-fricción. Las fibras de acero cosen las fisuras impidiendo que se desarrollen libremente, aumentando el rozamiento entre las caras de la discontinuidad. La parte experimental desarrolló ensayos de corte directo tipo "push-off" complementados con técnica de vídeo-extensometría para obtener las variaciones de deslizamiento y abertura de fisura. Se puede indicar que, en el estado post-fisuración, las fibras son las que gobiernan el comportamiento del material y que los resultados del modelo analítico son muy similares a los hallados en la campaña experimental para deslizamientos de hasta algo más de 4 mm.

PALABRAS CLAVE: Teoría de corte-fricción, esfuerzo cortante, hormigón reforzado con fibras de acero, ensayo "push-off".

©2024 Hormigón y Acero, la revista de la Asociación Española de Ingeniería Estructural (ACHE). Publicado por Cinter Divulgación Técnica S.L. Este es un artículo de acceso abierto distribuido bajo los términos de la licencia de uso Creative Commons (CC BY-NC-ND 4.0)

### ABSTRACT

The amount of traditional reinforcement of steel bars in reinforced concrete can be reduced by adding fibres. This type of concrete, with steel fibres, is called steel fibre reinforced concrete (SFRC) and allows the total or partial elimination of the reinforcement against shear stress. Different regulations consider the structural capacity of steel fibres, for any type of stress, depending on values of residual flexural strengths. It does not seem appropriate to use these residual strengths to design the SFRC on shear stresses. So, the present research was developed and two SFRC were analysed, loaded under shear, comparing them with their theoretical study in relation to the shear-friction theory. The steel fibres bridges the crack the fissures preventing them from developing freely, increasing the friction between the faces of the crack. The experimental part developed direct cutting tests type "push-off" complemented with digital image correlation technique to obtain the variations of sliding and crack opening. It can be indicated that, in the post-cracking stages, the fibres are the ones that govern the behaviour of the material and that the results of the analytical model are very similar to those found in the experimental campaign for slips of up to just over 4 mm.

KEYWORDS: Shear-friction theory, shear stress, steel fibre reinforced concrete, push-off test.

©2024 Hormigón y Acero, the journal of the Spanish Association of Structural Engineering (ACHE). Published by Cinter Divulgación Técnica S.L. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons (CC BY-NC-ND 4.0) License

\* Persona de contacto / Corresponding author:  
Correo-e / e-mail: [jaimed.galvez@upm.es](mailto:jaimed.galvez@upm.es) (Jaime Carlos Gálvez Ruiz)

How to cite this article: Picazo, A., Gálvez, J.C., Alberti, M.G., & Enfedaque, A. (2024) Comportamiento del hormigón reforzado con fibras de acero conforme a la teoría de corte-fricción, *Hormigón y Acero* 75(302-303): 137-146. <https://doi.org/10.33586/hya.2023.3110>

## 1. INTRODUCCIÓN

El hormigón es un material que, sin reforzar, posee una muy buena capacidad resistente ante esfuerzos de compresión [1]. Para mejorarlo y dotarlo de mayor resistencia para soportar otros esfuerzos, como tracción, a la vez que se le dota de ductilidad y de mayor absorción de energía [2], éste tiene que

ser reforzado mediante la inclusión de barras de acero, debidamente colocadas, o fibras aleatoriamente dispuestas en su masa. De esta forma, el material reforzado llega a ser el más empleado para la ejecución de obras civiles y de edificación, debido principalmente a sus cualidades mecánicas, asociadas a ventajas de tipo económico [3].

El refuerzo del hormigón mediante fibras de acero se empezó a utilizar a mediados del siglo pasado. Su empleo ha

permitido, hasta la fecha, la realización de obras de soleras, pavimentación, dovelas para túneles [4-6], piezas prefabricadas [7], pasarelas peatonales [8] y otras estructuras [9-12]. Su creciente uso hizo que diferentes normas de hormigón estructural [13-15] abordaran su uso, llegando a considerar sus dos tipos de uso: no estructural o estructural, dependiendo si es posible, o no, tener en cuenta en el cálculo de la estructura la capacidad resistente de las fibras. En general, los requisitos mínimos indicados por las diferentes normativas para considerar la capacidad resistente de las fibras de acero son función de resistencias residuales obtenidas mediante ensayos, sobre vigas biapoyadas con una o dos cargas puntuales superiores (a tres o cuatro puntos), de tracción por flexión sobre vigas entalladas [16, 17]. Estas resistencias residuales de tracción por flexión se obtienen de la Ecuación (1) [16].

$$f_{R,j} = \frac{3F_j l}{2bh_{sp}^2} \quad (1)$$

Siendo  $f_{R,j}$  la resistencia a tracción por flexión,  $F_j$  la carga aplicada en un momento determinado del ensayo,  $l$  la longitud del vano de flexión,  $b$  la anchura de la probeta y  $h_{sp}$  la distancia entre la parte superior de la probeta y el fondo de la entalla. De tal forma, según el Código Modelo 2010 [13], para considerar la capacidad estructural de las fibras de acero, las resistencias residuales deben cumplir dos condiciones:  $f_{R1}/f_{LOP} > 0.4$  y  $f_{R3}/f_{R1} > 0.5$ . En estas expresiones las resistencias residuales indicadas son:  $f_{LOP}$  en el límite de proporcionalidad,  $f_{R1}$  para una abertura de los labios de la entalla de 0.5 mm y  $f_{R3}$  para 2.5 mm de abertura. Los tres valores de resistencia residual se toman conforme a un gráfico de resistencia frente a abertura de fisura en los labios de la entalla inferior de la probeta (*Crack Mouth Open Displacement* - CMOD), de tal forma que  $f_{LOP}$  es el máximo valor de resistencia en el intervalo de abertura de entalla entre 0 y 0.05 mm [16].

A los efectos del aprovechamiento de la capacidad resistente de las fibras de acero ante sollicitaciones cortantes está demostrado que su empleo ha servido para reducir y eliminar el armado de cercos o estribos en determinados elementos estructurales [18-20]. Pese a las bondades del HRFA frente a cortante, todavía no es posible encontrar unanimidad de criterios respecto de si las resistencias a tracción por flexión son recomendables para calcular elementos estructurales sometidos a cortante. Cierto es que el primer problema a abordar sería el empleo de un ensayo normalizado que permitiera obtener las resistencias a cortante sobre hormigón. Los métodos empleados en la mayoría de los estudios del HRFA frente a resistencia a cortante son: "push-off" [21, 22], JSCE-SF6 [23], Iospescu [24] y, por supuesto, el ampliamente extendido de vigas sometidas a flexión y cortante. En la actualidad, esta inexistencia de unanimidad permite que puedan convivir diferentes puntos de vista y que algunos investigadores consideren que la formulación indicada por las normativas debiera revisarse [12, 25, 26], en tanto que otros consideran apropiado el empleo de la actual formulación [27, 28].

El paso previo a cualquier investigación relacionada con sollicitación de cortante en hormigón es entender que en la resistencia del material se engloban cinco mecanismos que podemos denominar: engranamiento de los áridos de la discontinuidad, aparición de tensiones tangenciales en la zona no fisurada, efecto pasador provocado por el refuerzo longitudinal de las

barras de acero, efecto arco y aparición de las tensiones de tracción residuales en las fisuras [29]. No todos estos mecanismos inciden de la misma manera en el HRFA, siendo los más influyentes sobre la zona del hormigón fisurada el engranamiento de los áridos y el efecto pasador de las fibras. Para el estudio de estos dos efectos, en el hormigón reforzado con barras de acero, la teoría más empleada es la desarrollada por Walraven [30], conocida como la teoría de corte-fricción. De tal forma, en la presente investigación se tomó como base la teoría de corte-fricción y se aplicó de manera analítica y experimental sobre el HRFA. Para ello se emplearon probetas "push-off" de las que se obtuvieron, mediante vídeo-extensometría, los desplazamientos y aberturas de fisura a lo largo del tiempo de ensayo.

Una forma simplificada de explicar la teoría de corte-fricción [30] en relación a las tensiones en la fisura podría ser: tras la generación de la discontinuidad y debido a la actuación de la acción del cortante se producen movimientos relativos entre las caras de la fisura. Este efecto lleva asociado un crecimiento del ancho de la fisura y un deslizamiento relativo de las caras en la dirección del cortante. Al entrar en carga las fibras trabajan a tracción, lo que produce tensiones de compresión en las superficies de la discontinuidad del hormigón, aumentando la fricción entre las caras de la grieta

El mecanismo de engranamiento de los áridos en el HRFA funciona de manera similar al que se produce en el hormigón con refuerzo de barras de acero, desarrollándose por la fricción de las superficies de contacto de la matriz de hormigón y los áridos entre las dos caras de la discontinuidad o fisura, provocando tensiones tangenciales. Por su parte, el efecto pasador también se produce de manera similar en el HRFA y el hormigón con refuerzo convencional: las fibras evitan el crecimiento de la discontinuidad mediante la generación de fisuras de menor anchura y longitud [19, 31], lo que provoca a su vez una mejora del material en lo referente a tensiones de flexión y cizalladura. Para lograr información relevante y poder estudiar de manera adecuada el efecto pasador en el HRFA es necesario obtener patrones de fisuración relacionadas con el tipo y la cantidad de fibras de refuerzo dispuestas en el hormigón [32].

La importancia de esta investigación radica en el análisis comparativo experimental del HRFA frente a la teoría de corte-fricción y ampliar el estado del conocimiento sobre el comportamiento post-fisuración del hormigón, focalizando el estudio en los mecanismos de engranamiento de los áridos y el efecto pasador de las fibras en la fisura. Para la realización de dicha comparativa se utilizó un hormigón autocompactante reforzado con fibras de acero con dos dosificaciones de fibras de acero: 50 y 70 kg/m<sup>3</sup>. Las probetas para los ensayos "push-off" se obtuvieron de las mitades residuales de vigas ensayadas previamente a flexión conforme a la norma EN-14651 [16]. De estos HRFA se conocían sus características en estado fresco, endurecido y sus resistencias residuales a tracción por flexión, sabiendo previamente que las fibras son consideradas como estructurales [13, 14].

Para obtener los datos necesarios en la realización del presente estudio fue necesario registrar los desplazamientos relativos entre las dos caras de la discontinuidad, cosa que se consiguió gracias a la obtención previa de los patrones de fisuración [32]. Para ello se empleó la técnica de vídeo-extensometría [33, 34] que, a la vez que complementa los tradicionales sistemas de medición de extensómetros, permitió obtener los datos necesarios para la ejecución de este análisis de comportamiento del HRFA.

## 2.

### OBTENCIÓN DE LOS DATOS EXPERIMENTALES

#### 2.1. Hormigón reforzado con fibras de acero empleado

Para realizar el presente estudio se empleó un hormigón auto-compactante con dos cuantías de fibras de acero, cuya dosificación se indica en la [tabla 1](#). Las fibras de acero fueron de los tipos RC65/35BN y RC80/50BN, ambas con una resistencia a tracción de 1100 MPa, de superficie lisa y acabadas en gancho en sus extremos para lograr un mejor anclaje con el hormigón. Se empleó un cemento tipo CEM I 52,5 R-SR5, agua proveniente de la red de abastecimiento a la ciudad de Madrid (relación a/c = 0.47), arena y grava, de origen silíceo, con un tamaño máximo de árido de 12.6 mm, superplastificante con base de policarboxilatos denominado Viscocrete® 5720 con un contenido sólido del 36% y una densidad de 1090 kg/m<sup>3</sup> y, por último, filler calizo de 2700 kg/m<sup>3</sup> de densidad, con superficie Blaine entre 400 y 450 m<sup>2</sup>/kg.

TABLA 1.  
Dosificación de los hormigones

Materiales (kg/m <sup>3</sup> )	HRFA50	HRFA35+35
Fibras RC65/35BN (fracción volumétrica %)	50 (0.64)	35 (0.45)
Fibras RC80/50BN (fracción volumétrica %)	---	35 (0.45)
Grava	492	486
Arena	947	947
Cemento	425	425
Agua	199	199
Filler calizo	210	210
Superplastificante (% peso cemento)	1.39	1.39

Ambos hormigones fueron estudiados previamente [32], tanto en lo que respecta a sus características en estado fresco como endurecido. Además de ser hormigones autocompactantes cabe indicar que las resistencias medias a compresión, sobre probeta normalizada cilíndrica, superaron los 62 MPa y que, en relación a las resistencias residuales a tracción por flexión, se cumple con los requerimientos mínimos para considerar el carácter estructural de las fibras:  $f_{R1}/f_{LOP} > 0.4$  y  $f_{R3k}/f_{R1k} > 0.5$  [13]. En la [tabla 2](#) se muestran las propiedades medidas en los HRFA. Para el cálculo de la resistencia a compresión y tensiones residuales de flexión se emplearon seis probetas cilíndricas ( $\phi 150 \times 300$  mm<sup>3</sup>) y prismáticas (600x150x150 mm<sup>3</sup>), respectivamente mientras que para la resistencia a tracción y módulo de elasticidad se utilizaron tres ejemplares de probetas cilíndricas ( $\phi 150 \times 300$  mm<sup>3</sup>).

TABLA 2.  
Propiedades de los HRFA analizados. Los coeficientes de variación figuran entre paréntesis

Ensayos	HRFA50	HRFA35+35
Estado fresco		
Escurecimiento: diámetro (mm)	650	650
Escurecimiento: $T_{300}$ (s)	3.5	3.5
Embudo en v: $T_v$ (s)	9	9
Propiedades mecánicas		
$f_{cm}$ (MPa)	62.2 (0.01)	66.8 (0.03)
$E$ (GPa)	34.1 (0.01)	35.3 (0.01)
$f_{ct}$ (MPa)	7.8 (0.04)	8.6 (0.07)
Tensiones residuales de flexión		
$f_{R1}$ (MPa) y % $f_{LOP}$	7.3 (0.15) y 128%	11.1 (0.08) y 171%
$f_{R3}$ (MPa) y % $f_{LOP}$	5.3 (0.24) y 93%	9.5 (0.06) y 146%
$f_{LOP}$ (MPa)	5.7 (0.12)	6.5 (0.09)

#### 2.2. Ensayos tipo “push-off”

Las dos probetas de cada tipo de hormigón empleadas para los ensayos “push-off” se obtuvieron de las mitades residuales de vigas ensayadas a flexión a tres puntos de dimensiones 600x150x150 mm<sup>3</sup> [35]. Para asegurar que la probeta de ensayo a cortante no tuviera afección del ensayo de flexión se procedió a eliminar los extremos de las mitades de las vigas que pudieron haberse visto afectadas por el ensayo previo (extremos de la viga a flexión y zona de rotura de la misma). De tal forma se obtuvieron probetas prismáticas de dimensiones 150x150x270 mm<sup>3</sup>. A estas probetas se les realizaron dos entallas de 75 mm de profundidad y 9 mm de espesor con una máquina de corte de baja velocidad con disco de diamante refrigerada por agua, en dos caras opuestas, consiguiendo que la probeta tuviera una forma de “Z”, con una sección de ligamento vertical de 150 mm de ancho y, aproximadamente, 90 mm de alto [32] que une las puntas de las entallas. Las probetas fueron posteriormente reforzadas exteriormente con un tejido de fibra de carbono unidireccional adherido con resina epoxi [36] para evitar la rotura por las sollicitaciones de flexión en los voladizos, garantizando que la carga principal a la que se somete el HRFA fuese el cortante. Finalmente, se pintaron las caras de la sección resistente delantera y trasera con un patrón de puntos monocromo y aleatorio [36] para poder usar la técnica de vídeo-extensometría en los ensayos.

Tras la preparación de las probetas y para la realización de los ensayos fue necesario asegurar que la carga se aplicaba verticalmente, de la manera más precisa posible. Así, sobre la sección resistente se dispusieron barras de carga, superior e inferior [37], de acero, de sección 10x10 mm<sup>2</sup>, alineadas mediante láser con la sección de ligamento vertical y con las puntas de las entallas, conforme se puede ver en la [figura 1](#).

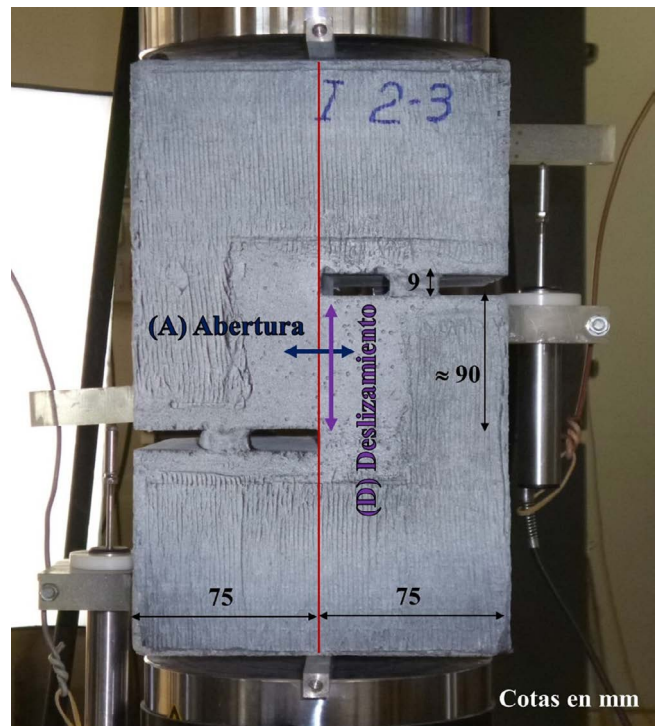


Figura 1. Probeta “push-off” lista para ser ensayada. Se indica sobre la probeta las direcciones de deslizamiento a cortante (D) y abertura de fisura (A) que se midieron en los ensayos.

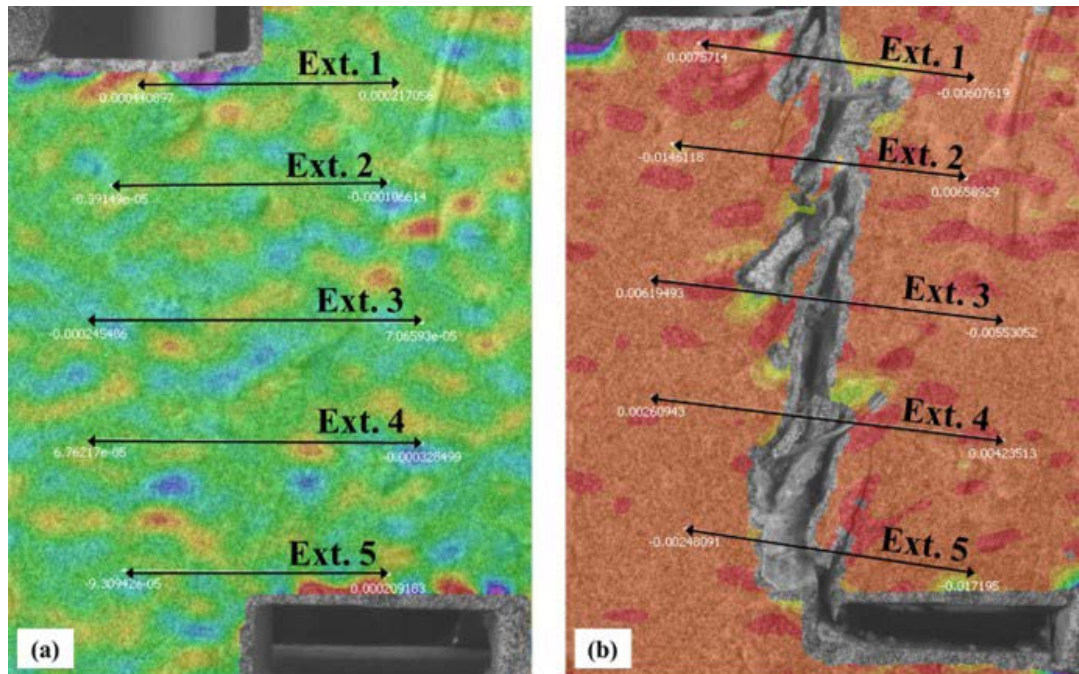


Figura 2. (a) Zona central de una cara de una probeta push-off antes del ensayo con los cinco extensómetros virtuales en posición horizontal y (b) la misma cara de la probeta con los extensómetros mostrando variaciones verticales y horizontales a ambos lados de la fisura al finalizar el ensayo.

Los ensayos se realizaron en una máquina universal de ensayos de capacidad máxima de carga 500 kN, a una velocidad de desplazamiento del actuador de  $1 \mu\text{m/s}$ . Se monitorizaron los ensayos mediante vídeo-extensometría y dos LVDTs (transductor de desplazamiento lineal variable) en los laterales de la probeta. Para grabar la cara delantera y trasera de la probeta durante el ensayo se emplearon dos cámaras de alta definición, de 5 Mpx, que fueron sincronizadas con la máquina de ensayos para obtener una imagen por segundo. Los LVDT permitieron medir la abertura o cierre de las entallas durante el ensayo y comprobar si se producía algún giro de la probeta durante el mismo. Los datos registrados en cada uno de los ensayos realizados fueron: carga, desplazamiento del actuador, tiempo, deslizamiento a cortante (media de dos LVDT) y dos videos de la fisuración de las probetas.

### 2.3. Datos de desplazamiento a cortante y abertura de fisura obtenidos mediante vídeo-extensometría

Como se ha indicado previamente, en los ensayos se obtuvieron los datos relativos a desplazamiento y abertura de la fisura en la sección de ligamento de las probetas. Con sistemas de medición tradicional, como el uso de LVDT, los extensómetros tienen que ser colocados sobre las probetas con antelación al ensayo previendo la localización de las grietas. Por el contrario, con el sistema de vídeo-extensometría es posible situar extensómetros en las zonas o lugares de la probeta que realmente hayan sufrido desplazamientos [32], lo que permitió, en esta investigación, obtener los desplazamientos a cortante y la abertura de fisura en diversos puntos de la probeta. No debemos olvidar que el sistema de vídeo-extensometría ha sido empleado con buenos resultados en numerosas investigaciones [38-40], además de tener la ventaja frente a sistemas tradicionales de no existir contacto con la probeta, por lo que no interfiere en el ensayo.

En esta investigación se colocaron cinco extensómetros virtuales sobre la zona de la discontinuidad de la probeta. Inicialmente, dichos extensómetros estaban en posición horizontal, mientras que a lo largo del ensayo mostraron variación horizontal (abertura de fisura A) y vertical (deslizamientos a cortante D). La figura 2 muestra la posición de los extensómetros antes y después de uno de los ensayos.

Antes de mostrar los resultados de desplazamiento y abertura de fisura es necesario puntualizar que los hormigones empleados son autocompactantes y que las probetas a cortante se disponen en posición vertical frente a la posición horizontal de las probetas para los ensayos previos a flexión [32]. Teóricamente, la disposición de las fibras es favorable para soportar esfuerzos de tracción por flexión, ya que se pueden disponer paralelas al lado largo de las probetas a flexión (horizontales), mientras que la posición es desfavorable para los ensayos a cortante ya que estarían dispuestas paralelas (verticales) al lado mayor de las probetas “push-off” y a la carga de cortante aplicada. La discusión sobre el posicionamiento de las fibras debe abordarse en investigaciones posteriores. En el presente estudio se ha considerado este aspecto en la comparación experimental-analítica frente a la teoría de corte-fricción implementando dicha casuística en la formulación aportada. Para ello, se realizó el conteo de fibras en la sección resistente y se comparó con el número teórico de fibras que debería existir en la dicha sección, obteniendo el coeficiente de orientación de las mismas  $\theta$  según la Ecuación (2) [41].

$$\theta = n \frac{A_f}{V_f A} \quad (2)$$

Donde  $n$  es el número de fibras contadas en la superficie de fractura,  $A_f$  el área de una fibra,  $V_f$  la fracción volumétrica de fibras y  $A$  el área de la superficie de ligamento.

Los deslizamientos a cortante y las aberturas de fisura están relacionados entre sí mediante la Ecuación (3) [30]. Los valo-

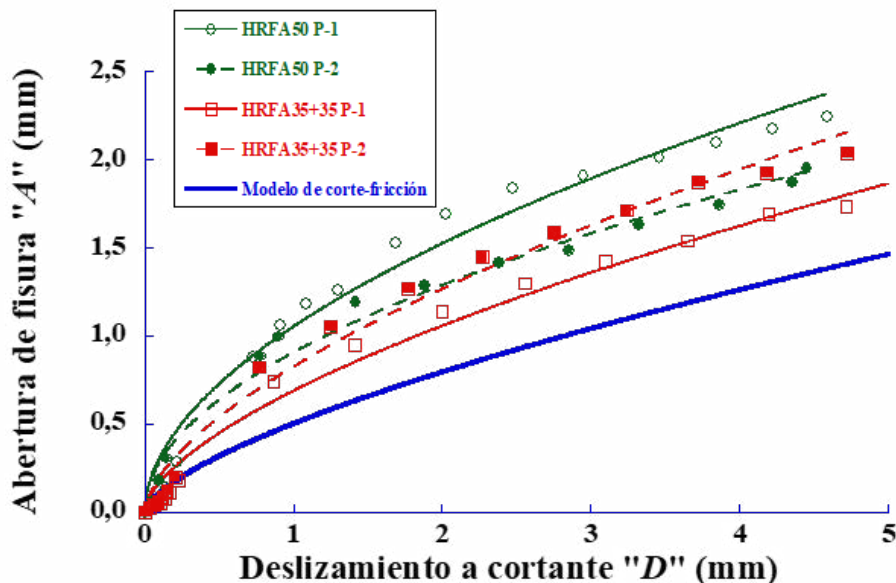


Figura 3. Deslizamiento a cortante (D) frente a abertura de fisura (A): curvas experimentales y comparación con la curva teórica ( $k = 0.5$  y  $a = 2/3$ ).

res del modelo teórico, ajustado para probetas prefisuradas con armadura de refuerzo de barras de acero en la discontinuidad, se pueden adoptar como: el valor de la constante  $k$  igual a 0.5 y el exponente del deslizamiento a cortante a igual a  $2/3$ .

$$y = k \cdot x^a \quad (3)$$

En dicha Ecuación y es la abertura de fisura y  $x$  el deslizamiento a cortante.

A partir de los resultados experimentales de la presente investigación (logrados como media de dos probetas de cada tipo de HRFA, sin refuerzo de barras de acero y sin prefisuración, de las cuales se obtuvieron los datos de cinco extensómetros de cada una de sus caras) se puede concluir [32], que los coeficientes adoptados serían: " $k$ " igual a 0.85 y " $a$ " igual a 0.60. En la figura 3 se muestran las curvas que relacionan el deslizamiento a cortante y la abertura de fisura para el modelo teórico ( $k = 0.5$  y  $a = 2/3$ , ver ref. [30]) y para la medida de los resultados experimentales. Los valores de abertura en la curva experimental son superiores, para un mismo deslizamiento, a los de la curva analítica. Esto es debido a que el modelo propuesto en la ref. [30] está ajustado para una discontinuidad entre un hormigón endurecido y otro hormigonado sobre él, lo que hace que la discontinuidad sea sensiblemente plana. En los ensayos del presente trabajo la discontinuidad se produce por la fractura de un hormigón sometido a esfuerzo cortante, por lo que es mucho más irregular y tortuosa, lo que requiere una mayor abertura de la discontinuidad para que se produzca el "encabalgamiento" de las dos superficies al deslizar tangencialmente una sobre otra. Este aspecto se presenta con detalle en la ref. [32].

### 3. BREVE ESTUDIO DE LA TEORÍA DE CORTE-FRICCIÓN

De forma abreviada, el proceso que sigue la teoría de corte-fricción en la discontinuidad del hormigón sometido a

cargas de cortante se puede resumir en estos pasos: la acción del esfuerzo cortante provoca la fisuración del hormigón y la creación de grietas en la sección resistente de éste. Si se mantiene la carga de cortante paralela a la fisura se producirá un deslizamiento relativo entre ambas caras de la discontinuidad. Debido a dicho desplazamiento, la rugosidad de la interfaz (efecto de engranamiento de los áridos) y el refuerzo de barras de acero, o de fibras en esta investigación, generan tensiones normales y tangenciales en los labios de la grieta. La carga de cortante provocará el encabalgamiento de las caras de la fisura, lo que generará, además del deslizamiento en la dirección del cortante, un aumento de la abertura de la fisura. Esto produce la tracción de las fibras metálicas, evitando que crezca la abertura y generando tensiones de compresión en el hormigón. Este mecanismo está esquematizado en la figura 4.

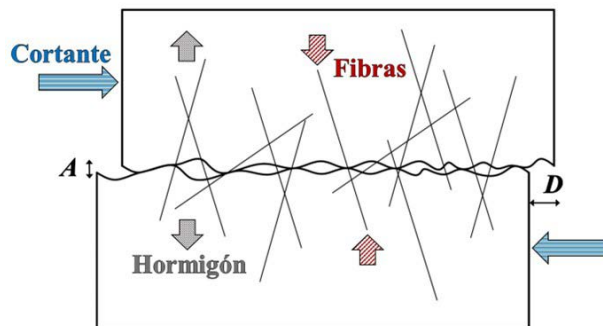


Figura 4: Mecanismos resistentes según la teoría de corte-fricción.

Los principales factores a considerar para el estudio de la teoría de corte-fricción son: el esfuerzo cortante, la resistencia a compresión del hormigón, la rugosidad de la interfaz de la fisura, la armadura de refuerzo y/o las fibras de refuerzo. Conociendo los datos indicados es factible estudiar los dos mecanismos implicados mayoritariamente en el comportamiento del HRFA ante la teoría de corte-fricción: engranamiento de áridos y efecto pasador.

### 3.1. Mecanismo de engranamiento de áridos

A la hora de estudiar el mecanismo de engranamiento de los áridos en la teoría de corte-fricción [30] hay que asumir ciertas hipótesis: una de ellas es que la matriz del hormigón se comporta como un material rígido-plástico. Otro, que la fisura se asemeja a un plano del que sobresalen los áridos, asimilados a esferas dispuestas aleatoriamente. Además, la fisura se produce en la matriz del hormigón, alrededor de los áridos, debido a la menor rigidez y resistencia de la matriz en comparación con los áridos, salvo que se esté empleando un hormigón de alta resistencia y un árido ligero. Este último caso no se ha contemplado en la campaña experimental y se ha podido comprobar que en los planos de rotura de las probetas los áridos no están rotos.

Según los condicionantes indicados, y conforme se muestra en la figura 5, se produce un deslizamiento en el plano de la fisura, generando zonas de contacto entre la matriz de hormigón de una cara de la discontinuidad (en la que puede tener lugar una deformación plástica) y los áridos que sobresalen en la otra cara. Se producirán tensiones en estas zonas de contacto en dirección perpendicular y paralela a la sollicitación de cortante, necesitando en el caso de HRFA la acción de las fibras de fuerzas externas al hormigón para mantener su equilibrio.

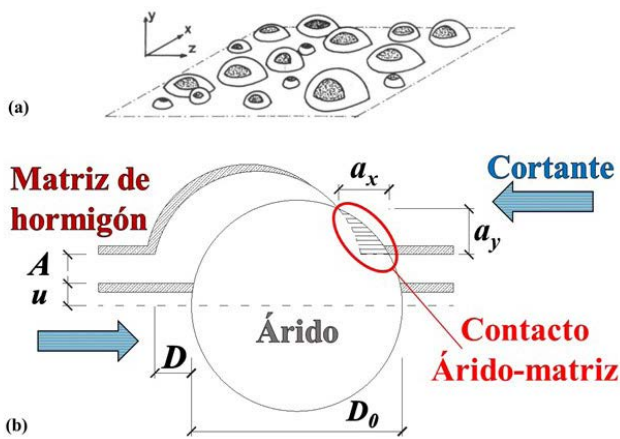


Figura 5. Proyecciones de las áreas de contacto árido-matriz en el engranamiento de áridos: (a) conforme a la teoría de corte-fricción [30] y (b) detalle del contacto árido-matriz de hormigón.

En la figura 5 se muestra una esfera, que representa a un árido, seccionada por un plano X-Y, estando en contacto con la matriz del hormigón de la cara opuesta de la discontinuidad. Dicho contacto forma unas áreas tanto en el eje X como en el Y, en las cuales se producen tensiones normales y tangenciales. Sumando todas las áreas de contacto árido-matriz en ambos ejes se pueden obtener las tensiones totales tangenciales y normales en la fisura. Para ello se emplean las Ecuaciones (4) y (5).

$$\tau = \sigma_{pu} (A_y - \mu A_x) \quad (4)$$

$$\sigma = \sigma_{pu} (A_x - \mu A_y) \quad (5)$$

Donde  $\tau$  es la tensión tangencial,  $\sigma$  la tensión normal,  $\sigma_{pu}$  el límite elástico de la matriz de hormigón, que se puede calcular conforme a la Ecuación (6) [30],  $A_x$  y  $A_y$  los sumatorios de todas las proyecciones de las áreas de contacto  $a_x$  y  $a_y$ , por unidad de superficie y  $\mu$  un coeficiente en función de la rugosidad y rozamiento entre los áridos y la matriz.

$$\sigma_{pu} = 5.83 f_{cc}^{0.63} \quad (6)$$

Siendo  $f_{cc}$  la resistencia a compresión del hormigón obtenida sobre probeta cúbica [14].

De tal forma, con las Ecuaciones (4) y (5) se pueden relacionar los sumatorios de las proyecciones de las áreas de contacto árido-matriz ( $A_x$  y  $A_y$ ), la rugosidad de la interfaz ( $\mu$ ) y el límite elástico de la matriz de hormigón ( $\sigma_{pu}$ ) con las tensiones normales y tangenciales generadas por el movimiento relativo de las caras de la discontinuidad.

### 3.2. Mecanismo del efecto pasador

En la teoría clásica el esfuerzo cortante en el hormigón [29] es absorbido por las barras de acero dispuestas en la discontinuidad. Estas barras de acero están colocadas para soportar el esfuerzo cortante que aparece en la sección resistente. Sin embargo, en el HRFA son las fibras las responsables de aportar la resistencia debida. En ambos casos hay una cierta redistribución de tensiones tangenciales en el plano de la fisura.

La teoría de corte-fricción [30] incluyó la acción de refuerzo de las barras de acero en el hormigón. Dicha fórmula ha sido adaptada al caso del HRFA, conforme a la Ecuación (7) [42], para considerar el efecto pasador de las fibras.

$$F_{df} = \frac{(10(A+0.2))^{-1} D^{0.36} \phi_f^{1.75} n_f \theta}{A_c} \quad (7)$$

Los términos de esta Ecuación son:  $A$  la abertura de la fisura,  $D$  el deslizamiento a cortante,  $\phi_f$  el diámetro de una fibra de acero,  $n_f$  el número teórico de fibras en la sección resistente,  $\theta$  el coeficiente de orientación de las fibras [41] y  $A_c$  la superficie del hormigón en la interfaz.

### 3.3. Secciones fisuradas de HRFA sometidas a cortante

En la figura 6 se muestran los mecanismos presentes en una sección de HRFA fisurada sometida a cortante. En la discontinuidad tiene que existir equilibrio de fuerzas: la fuerza de cortante producida por la máquina empleada para los ensayos ( $F_e$ ), la fuerza debida al efecto pasador de las fibras ( $F_p$ ), una fuerza que evita la división de la probeta en dos partes y que es normal a la fisura ( $F_h$ ), las fuerzas debidas al mecanismo de engranamiento de los áridos, paralelas y perpendiculares a la fisura ( $A_v$  y  $A_h$ ) y, para cerrar el polígono de fuerzas, una pequeña fuerza debida al engranamiento de los áridos sueltos en la discontinuidad y no embebidos en ninguna matriz de hormigón de las caras de la fisura ( $F_2$ ). Este último mecanismo no se consideró para el presente estudio debido a su mínima influencia.

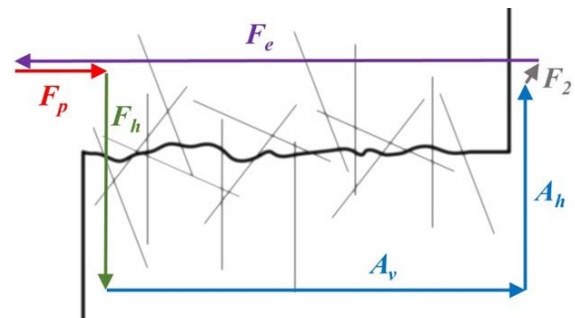


Figura 6. Polígono de fuerzas en una sección fisurada de HRFA sometida a cortante.



En resumen, se puede indicar que son varios los mecanismos que se producen en una sección de HRFA sometida a acciones de cortante. El hormigón se fisura debido a la fuerza cortante que se ejerce sobre la probeta, siendo las fibras de acero, aportando una fuerza normal a la discontinuidad, las responsables de evitar la apertura completa de la discontinuidad en dos mitades. Esta fuerza es función del número de fibras en la sección resistente, de su orientación y, por supuesto, de sus propiedades mecánicas. Hay que señalar que en el caso de las fibras de acero no se produce habitualmente la rotura de la fibra ya que previamente se produce su arrancamiento de la matriz de hormigón [43]. Con estas premisas se establece el equilibrio de fuerzas, considerando la capacidad de carga de las fibras, de acuerdo a la Ecuación (8) [42].

$$\sigma_c = \rho_f \sigma_f \Rightarrow \sigma_f = \frac{\sigma_c}{\rho_f} = \frac{\sigma_{pu}(A_x - \mu A_y)}{\left( n^{\circ}_f \left( \pi \phi_f^2 / 4 \right) \theta \right) / A_c} = \frac{4 A_c \sigma_{pu}(A_x - \mu A_y)}{n^{\circ}_f \pi \phi_f^2 \theta} \quad (8)$$

Donde  $\sigma_c$  es la tensión normal que se produce en el HRFA,  $\rho_f$  la cuantía de refuerzo de fibras y el resto de parámetros ya han sido indicados previamente.

### 3.4. Variables a implementar en el modelo numérico

Se indican a continuación las variables que se introdujeron en el programa informático, realizado expresamente, para adaptar la teoría de corte-fricción [30] al HRFA. Las variables adoptadas se pueden agrupar en:

- Variables relacionadas con las fibras de acero: diámetro, resistencia a tracción, módulo de elasticidad, resistencia a arrancamiento [43], número teórico de fibras en la sección y el factor de orientación.
- Variables relacionadas con el hormigón: resistencia a compresión, relación entre el volumen de los áridos y del hormigón, tamaño máximo del árido, abertura crítica, tamaño de la sección resistente y coeficiente de rozamiento entre las caras de la fisura.

## 4.

### ANÁLISIS COMPARATIVO ENTRE RESULTADOS ANALÍTICOS Y EXPERIMENTALES

#### 4.1. Resultados de los ensayos tipo "push-off"

En la figura 7 se muestra el comportamiento experimental medio de los dos tipos de HRFA ensayados. Para una descripción más exhaustiva se puede consultar la investigación [32]. En ambos HRFA se puede ver una primera recta de tensión creciente hasta la aparición de la primera fisura (tensión aproximada del 70% de la máxima), punto a partir del cual la pendiente va disminuyendo, hasta el punto máxima tensión. Éstas fueron de 12.0 MPa y 17.3 MPa para el HRFA50 y HRFA35+35, respectivamente. Al respecto de estos valores, se puede indicar que un aumento de 20 kg/m<sup>3</sup> de fibras conlleva un aumento del 44% en la resistencia máxima a cortante.

Superada la tensión máxima, son las fibras las que gobiernan el comportamiento post-fisuración del hormigón. En ambos hormigones se produce una brusca bajada de tensión resistente, hasta valores cercanos a 2.5 MPa correspondiente a un desli-

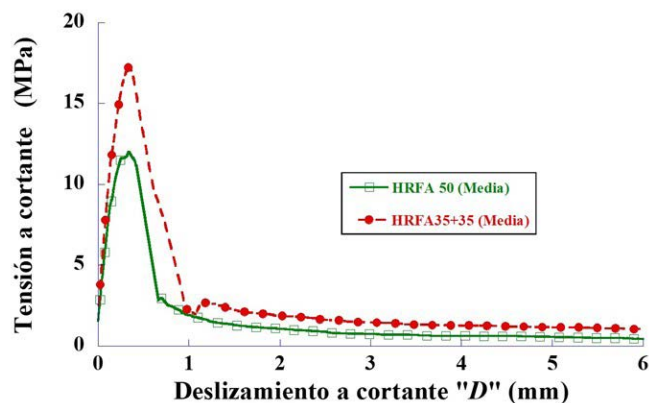


Figura 7. Curvas experimentales de tensión tangencial frente a deslizamiento a cortante para los HRFA ensayados en el ensayo tipo "push-off".

zamiento a cortante de 1 mm. A partir de este punto aparece una rama donde los deslizamientos a cortante aumentan, mientras que las tensiones disminuyen de manera muy suave, lo que conlleva una importante ductilidad. En todo momento, el HRFA35+35 tuvo tensiones residuales superiores al HRFA50. Hay que destacar que en los HRFA ensayados se lograron deslizamientos a cortante superiores a 7 mm antes del colapso.

Se muestran en la tabla 3 los valores de tensión tangencial para diversos valores de deslizamiento a cortante. En ésta también se incluye el valor de la energía de fractura para deslizamientos de hasta 6 mm.

TABLA 3. Tensiones residuales a cortante y energía de fractura de los HRFA

Tensiones y energía de fractura	HRFA50	HRFA35+35
$\tau$ ; $D = 0,5$ mm (MPa)	8.3	13.1
$\tau$ ; $D = 2,5$ mm (MPa)	0.9	1.6
$\tau$ ; $D = 3,5$ mm (MPa)	0.7	1.3
$\tau$ ; $D = 5,5$ mm (MPa)	0.5	1.1
$G_{II}$ ; $D = 6,0$ mm (N/m)	10400	17554

A partir de las gráficas tensión-deslizamiento mostradas se desarrolló la comparativa con el modelo numérico desarrollado, siempre en la zona de tensiones residuales gobernadas por las fibras, ya que en las fases previas del ensayo las fibras de acero no toman el protagonismo del comportamiento del HRFA. Es importante recordar que las probetas ensayadas no estaban prefisuradas, mientras que el modelo [30] se basa en probetas no fisuradas durante el ensayo sino con una discontinuidad producida por el hormigonado en dos fases, por lo que el agrietamiento de las experimentales aquí analizadas resultó más tortuoso [32] que en el caso de las que tenían la discontinuidad previa al ensayo.

Para comparar de manera más precisa los resultados experimentales con los analíticos se decidió dividir la investigación en función del tipo de HRFA analizado. El motivo se explica por la cantidad de variables que hay que introducir en el modelo de cálculo, que se indicaron con anterioridad y que son función del hormigón y de las fibras.

#### 4.2. Estudio analítico-experimental del HRFA50

Se introdujeron los parámetros correspondientes al HRFA50 en el código numérico para realizar la comparativa entre el

comportamiento experimental y el analítico. En la [figura 8](#) se compara el deslizamiento a cortante frente a la abertura de fisura. Se puede observar el similar comportamiento entre la abertura media experimental frente a la analítica, hasta un desplazamiento de 2.5 mm. Conviene destacar que la apertura de fisura medida experimentalmente es mayor que la proporcionada por el modelo propuesto por Walraven [30]. Como se ha comentado en el [Apdo. 2.3](#), esto es debido a que el modelo propuesto en la ref. [30] está ajustado para una discontinuidad entre un hormigón endurecido y otro hormigonado sobre él, lo que hace que la discontinuidad sea sensiblemente plana. En los ensayos del presente trabajo la discontinuidad se produce por la fractura de un hormigón (sin prefisurar) sometido a esfuerzo cortante, por lo que es mucho más irregular y tortuosa, lo que requiere una mayor apertura de la discontinuidad para que se produzca el "encabalgamiento" de las dos superficies al deslizar tangencialmente una sobre otra. La ref. [32] presenta más detalles sobre este particular.

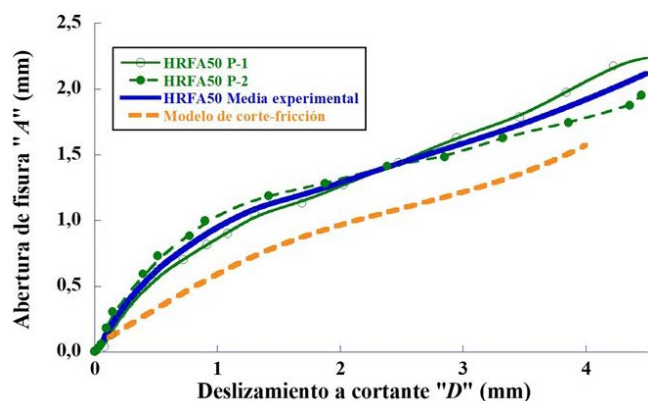


Figura 8. Curvas abertura de fisura frente a deslizamiento a cortante: comparativa experimental-analítica para el HRFA50.

En la [figura 9](#) se puede ver la tensión tangencial frente el deslizamiento a cortante. En esta gráfica se aprecia cómo, para deslizamientos que oscilan entre 1.5 y 4.3 mm, el comportamiento analítico y experimental medio son muy parecidos. En la gráfica se han representado los valores de tensión mostrados por cada una de las dos probetas ensayadas y el valor de tensión media para cada deslizamiento. En ella se puede ver que, excepto en el rango entre 1.0 y 1.2 mm, se obtienen siempre resultados similares. La zona enmarcada en el recuadro de la [figura 9](#), que corresponde a deslizamientos de 1.5 a 4.3 mm, es en la que la grieta entre los dos hormigones se ha desarrollado por completo y por tanto tiene sentido comparar los resultados experimentales del modelo de corte fricción con los proporcionados por el modelo teórico de corte fricción [30, 32]. En este sentido, mientras que en el caso de una junta con dos hormigones ejecutados en fases distintas la discontinuidad existe desde el principio, y por tanto el modelo de corte fricción es aplicable desde el inicio de los deslizamientos tangenciales, en el caso de los ensayos aquí estudiados es necesario que la discontinuidad se genere por fractura del hormigón, por lo que la fase inicial del deslizamiento está gobernada por un modelo de fractura de hormigón bajo cortante, y el modelo de corte-fricción propuesto solo es aplicable una vez que la grieta está completamente desarrollada. Como se puede observar en la [figura 9](#), la predicción del modelo de cor-

te-fricción encaja adecuadamente con la curva tensión-deslizamiento tangencial experimental (media de las dos probetas ensayadas) en la zona gobernada por el comportamiento de corte-fricción.

Por otro lado, la diferencia de comportamiento entre las dos probetas mostrada en la [figura 9](#), aunque pueda parecer elevada no lo es en hormigones reforzados con fibras sometidos a fractura por cortante, donde las orientaciones locales de las fibras y la tortuosidad de la multifisuración, que finalmente se unen en una sola grieta, generan habitualmente dispersiones superiores, incluso para hormigones sin fibras.

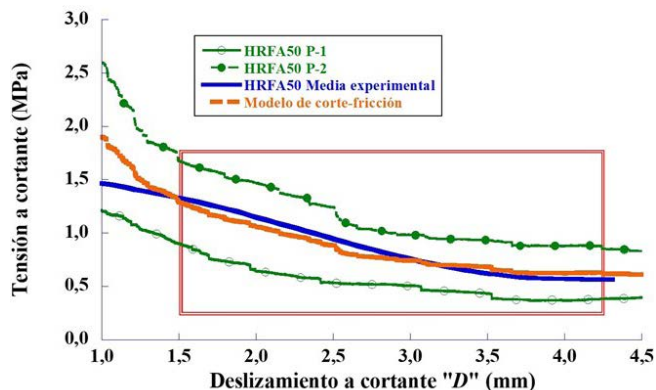


Figura 9. Curva tensión tangencial frente a deslizamiento a cortante: comparativa experimental-analítica para el HRFA50.

#### 4.3. Estudio analítico-experimental del HRFA35+35

Análogamente al caso del HRFA50 se obtuvo la [figura 10](#) introduciendo los parámetros correspondientes al HRFA35+35. El comportamiento del modelo analítico es similar al experimental para valores de deslizamiento de hasta 2.5 mm. Como en el caso anterior, la predicción analítica muestra una menor abertura de fisura que la curva experimental para el mismo deslizamiento debido a la no prefisuración de las probetas. Los comentarios hechos a la [figura 8](#) son de aplicación a la [figura 10](#).

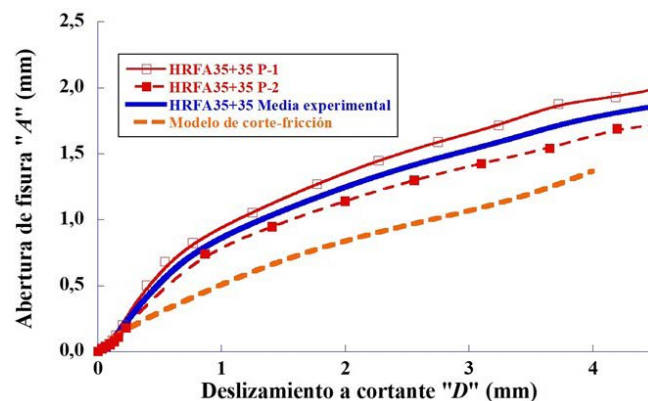


Figura 10. Curvas abertura de fisura frente a deslizamiento a cortante: comparativa experimental-analítica para el HRFA35+35.

En lo referente a tensiones a cortante, en el HRFA35+35 la comparación entre el comportamiento experimental-numérico muestra valores parecidos debido a la menor dispersión que existe entre las dos probetas ensayadas. En la [figura 11](#) se puede apreciar cómo el comportamiento analítico, desde 2.0 mm,

reproduce con gran fidelidad el comportamiento experimental. Es importante indicar que el comportamiento se mantiene parejo hasta un deslizamiento de 4.5 mm, lo que equivaldría a un estado cercano al colapso estructural. Los comentarios hechos a la [figura 9](#) son de aplicación a la [figura 11](#).

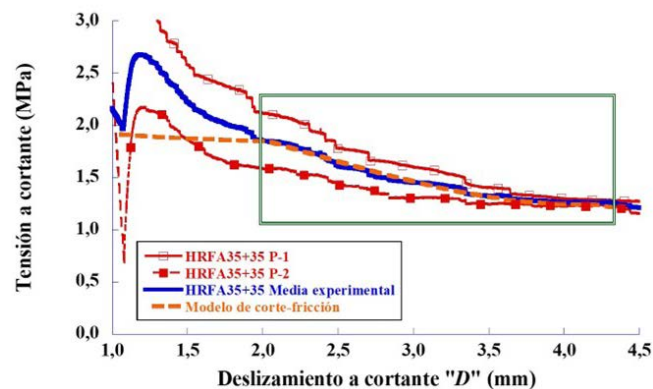


Figura 11. Curvas tensión tangencial frente a deslizamiento a cortante: comparativa experimental-analítica para el HRFA35+35.

## 5. CONCLUSIONES

La evaluación de la capacidad resistente de hormigones reforzados con fibra de acero (HRFA) sometidos a esfuerzo cortante es un tema controvertido, ya que no existe unanimidad al respecto de si, como se indica en las normativas de hormigón, se pueden emplear tensiones residuales de tracción por flexión para el cálculo de elementos estructurales sometidos a solicitudes de cortante.

Con este motivo se estudiaron dos HRFA, mediante ensayos de tipo "push-off", en los que el carácter estructural de las fibras se había comprobado en investigaciones previas. Se compararon los resultados experimentales con los obtenidos con un modelo analítico, desarrollado por los autores, que implementó el comportamiento de las fibras de acero en una fisura sometida a cortante, tomando como base la teoría de corte-fricción propuesta por Walraven [30].

Los desplazamientos a cortante y la abertura de fisura se registraron de forma continua durante los ensayos mediante un sistema de video-extensometría. Esto permitió comparar los resultados experimentales con los obtenidos a partir del modelo analítico. Gracias a estos datos se desarrolló un modelo de corte-fricción adaptado al HRFA que permitió obtener las tensiones tangenciales y normales a la fisura, y evaluar el comportamiento de las fibras de acero en elementos de HRFA sometidos a cortante.

En la comparativa entre los resultados experimentales y analíticos se consiguió un elevado grado de similitud en el rango de deslizamiento a cortante donde las fibras gobiernan el comportamiento postfisuración. Dicho rango de deslizamiento a cortante llegó hasta casi los 4.5 mm. Estos resultados pueden ser de interés de cara al desarrollo de nuevos modelos de mecánica de fractura en el HRFA sometido a cortante.

## Agradecimientos

Los autores agradecen el apoyo financiero prestado por el Ministerio de Economía y Competitividad de España a través del Proyecto de Investigación PID2019-108978RB-C31.

## Referencias

- [1] S. C. Malatesta, Caracterización de la fractura del hormigón y de vigas de hormigón armado, Informes de la Construcción, vol. 48, no. 448, p. 60 (1997).
- [2] A. M. Brandt, Fibre reinforced cement-based (FRC) composites after over 40 years of development in building and civil engineering, Composite structures, vol. 86, no. 1, pp. 3-9 (2008), <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2008.03.006>.
- [3] E. Torroja, Razón y ser de los tipos estructurales. Madrid, Spain: Editorial CSIC-CSIC Press (2007).
- [4] G. Plizzari, G. Tiberti, Steel fibers as reinforcement for precast tunnel segments, Tunnelling and Underground Space Technology, vol. 21, no. 3, pp. 438-439 (2006).
- [5] A. Conforti, G. Tiberti, G. A. Plizzari, A. Caratelli, A. Meda, Precast tunnel segments reinforced by macro-synthetic fibers, Tunnelling and Underground Space Technology, vol. 63, pp. 1-11 (2017), <https://doi.org/10.1016/j.tust.2016.12.005>.
- [6] A. Conforti, I. Trabucchi, G. Tiberti, G. A. Plizzari, A. Caratelli, A. Meda, Precast tunnel segments for metro tunnel lining: A hybrid reinforcement solution using macro-synthetic fibers, Engineering Structures, vol. 199, p. 109628 (2019), <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.109628>.
- [7] P. Serna, S. Arango, T. Ribeiro, A. Núñez, E. Garcia-Taengua, Structural cast-in-place SFRC: technology, control criteria and recent applications in Spain, Materials and Structures, vol. 42, no. 9, pp. 1233-1246 (2009), <https://doi.org/10.1617/s11527-009-9540-9>.
- [8] J. A. López, P. Serna, E. Camacho, H. Coll, J. Navarro-Gregori, First ultra-high-performance fibre-reinforced concrete footbridge in Spain: design and construction, Structural Engineering International, vol. 24, no. 1, pp. 101-104 (2014), <https://doi.org/10.2749/101686614X13830788505793>.
- [9] E. Cuenca, P. Serna, Shear behavior of prestressed precast beams made of self-compacting fiber reinforced concrete, Construction and Building Materials, vol. 45, pp. 145-156 (2013), <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2013.03.096>.
- [10] S. Simasathien, S.-H. Chao, Shear strength of steel-fiber-reinforced deep hollow-core slabs, PCI Journal, vol. 60, no. 4, pp. 85-101 (2015).
- [11] E. Cuenca, A. Conforti, F. Minelli, G. A. Plizzari, J. N. Gregori, P. Serna, A material-performance-based database for FRC and RC elements under shear loading, Materials and Structures, vol. 51, no. 1, p. 11 (2018), <https://doi.org/10.1617/s11527-017-1130-7>.
- [12] A. Conforti, F. Ortiz-Navas, A. Piemonti, G. A. Plizzari, Enhancing the shear strength of hollow-core slabs by using polypropylene fibres, Engineering Structures, vol. 207, p. 110172 (2020), <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.110172>.
- [13] International Federation for Structural Concrete (fib), The fib Model Code for Concrete Structures. Lausanne, Switzerland (2010).
- [14] Spanish Ministry of Transport Mobility and Urban Planner, Spanish Structural Code, CE-21. Madrid, Spain (2021).
- [15] Consiglio Nazionale delle Ricerche, Guide for the Design and Construction of Fibre-Reinforced Concrete Structures (National Research Council-Advisory Committee on Technical Recommendations for Construction. SN: CNR-DT). Rome, Italy: Consiglio Nazionale delle Ricerche (2006).
- [16] European Committee for Standardization, Test Method for Metallic Fiber Concrete. Measuring the Flexural Tensile Strength (Limit of Proportionality (LOP), Residual); EN14651:2007+A1 (2007).
- [17] RILEM, Bending Test: Final Recommendations; RILEM TC-162-TDF (2002).
- [18] V. C. Li, R. Ward, A. M. Hamza, Steel and synthetic fibers as shear reinforcement (1992).
- [19] S. Altoubat, A. Yazdanbakhsh, K.-A. Rieder, Shear behavior of macro-synthetic fiber-reinforced concrete beams without stirrups, ACI Materials Journal, vol. 106, no. 4, p. 381 (2009).

- [20] Y. L. Voo, W. K. Poon, S. J. Foster, Shear strength of steel fiber-reinforced ultrahigh-performance concrete beams without stirrups, *Journal of structural engineering*, vol. 136, no. 11, pp. 1393-1400 (2010), DOI: 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000234.
- [21] J. Echegaray, Upgrading the push-off test to analyze the contribution of steel fiber on shear transfer mechanisms (2014).
- [22] P. Jongvivalsakul, A. Attachaiyawuth, W. Pansuk, A crack-shear slip model of high-strength steel fiber-reinforced concrete based on a push-off test, *Construction and Building Materials*, vol. 126, pp. 924-935 (2016), <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2016.09.080>.
- [23] A. A. Mirsayah, N. Banthia, Shear strength of steel fiber-reinforced concrete, *Materials Journal*, vol. 99, no. 5, pp. 473-479 (2002).
- [24] S. Zeranka, Steel fibre-reinforced concrete: multi-scale characterisation towards numerical modelling, Stellenbosch: Stellenbosch University (2017).
- [25] E. Cuenca, J. Echegaray-Oviedo, P. Serna, Influence of concrete matrix and type of fiber on the shear behavior of self-compacting fiber reinforced concrete beams, *Composites Part B: Engineering*, vol. 75, pp. 135-147 (2015), <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2015.01.037>.
- [26] A. Dev, M. Chellapandian, S. S. Prakash, Effect of Macrosynthetic and Hybrid Fibers on Shear Behavior of Concrete Beams Reinforced with GFRP Bars, *Journal of Bridge Engineering*, vol. 25, no. 7, p. 04020031 (2020), DOI:10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0001557.
- [27] J. Krassowska, M. Kosior-Kazberuk, P. Berkowski, Shear behavior of two-span fiber reinforced concrete beams, *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, vol. 19, no. 4, pp. 1442-1457 (2019), <https://doi.org/10.1016/j.acme.2019.09.005>.
- [28] F. Ortiz-Navas, J. Navarro-Gregori, G. Leiva, P. Serna, Comparison of macrosynthetic and steel FRC shear-critical beams with similar residual flexure tensile strengths, *Structural Engineering and Mechanics*, vol. 76, no. 4, pp. 491-503 (2020), <https://doi.org/10.12989/sem.2020.76.4.491>.
- [29] H. P. Taylor, The fundamental behavior of reinforced concrete beams in bending and shear, *Special Publication*, vol. 42, pp. 43-78 (1974).
- [30] J. C. Walraven, Aggregate interlock: a theoretical and experimental analysis (1980).
- [31] M. Hamrat, B. Boulekbache, M. Chemrouk, S. Amziane, Flexural cracking behavior of normal strength, high strength and high strength fiber concrete beams, using Digital Image Correlation technique, *Construction and Building Materials*, vol. 106, pp. 678-692 (2016), <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2015.12.166>.
- [32] Á. Picazo, M. G. Alberti, J. C. Gálvez, A. Enfedaque, Shear slip post-cracking behaviour of polyolefin and steel fibre reinforced concrete, *Construction and Building Materials*, vol. 290, p. 123187 (2021), doi: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2021.123187>.
- [33] S. Alam, A. Loukili, F. Grondin, E. Rozière, Use of the digital image correlation and acoustic emission technique to study the effect of structural size on cracking of reinforced concrete, *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 143, pp. 17-31 (2015), <https://doi.org/10.1016/j.engfrac-mech.2015.06.038>.
- [34] S. Gali, K. V. Subramaniam, Shear behavior of steel fiber reinforced concrete using full-field displacements from digital image correlation, in *MATEC Web of Conferences*, vol. 120: EDP Sciences, p. 04003 (2017), <https://doi.org/10.1051/mateconf/201712004003>.
- [35] M. G. Alberti, A. Picazo, J. C. Gálvez, A. Enfedaque, New Methodological Approach Towards a Complete Characterization of Structural Fiber Reinforced Concrete by Means of Mechanical Testing Procedures, *Applied Sciences*, vol. 10, p. 4811 (18) (2020), doi: 10.3390/app10144811.
- [36] Á. Picazo, J. C. Gálvez, M. G. Alberti, A. Enfedaque, Assessment of the shear behaviour of polyolefin fibre reinforced concrete and verification by means of digital image correlation, *Construction and Building Materials*, vol. 181, pp. 565-578, 8/30/ (2018), doi: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2018.05.235>.
- [37] B. Barragán, R. Gettu, L. Agullo, R. Zerbino, Shear failure of steel fiber-reinforced concrete based on push-off tests, *ACI materials journal*, vol. 103, no. 4, p. 251 (2006).
- [38] N. A. Hoult, W. A. Take, C. Lee, M. Dutton, Experimental accuracy of two dimensional strain measurements using digital image correlation, *Engineering Structures*, vol. 46, pp. 718-726 (2013), <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2012.08.018>.
- [39] M. Hamrat, B. Boulekbache, M. Chemrouk, S. Amziane, Flexural cracking behavior of normal strength, high strength and high strength fiber concrete beams, using Digital Image Correlation technique, *Construction and Building Materials*, vol. 106, pp. 678-692 (2016), <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2015.12.166>.
- [40] W. Dong, Z. Wu, X. Zhou, N. Wang, G. Kastiukas, An experimental study on crack propagation at rock-concrete interface using digital image correlation technique, *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 171, pp. 50-63 (2017), <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2016.12.003>.
- [41] M. G. Alberti, A. Enfedaque, J. C. Gálvez, V. Agrawal, Fibre distribution and orientation of macro-synthetic polyolefin fibre reinforced concrete elements, *Construction and Building Materials*, vol. 122, pp. 505-517 (2016), <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2016.06.083>.
- [42] Á. Picazo, Estudio experimental y numérico del comportamiento a cortante de hormigones reforzados con fibras de poliolefina y acero, Ph. D. Thesis, Technical University Madrid, Madrid, Spain, (2020).
- [43] F. Laranjeira, C. Molins, A. Aguado, Predicting the pullout response of inclined hooked steel fibers, *Cement and Concrete Research*, vol. 40, no. 10, pp. 1471-1487 (2010), <https://doi.org/10.1016/j.cemcon-res.2010.05.005>.

# A State-of-the-Art Review of Synthetic Fibres as Shear Reinforcement in Concrete Elements

## *Revisión del estado del arte sobre el uso de fibras sintéticas como refuerzo a cortante en elementos de hormigón*

F. Ortiz Navas<sup>a,b</sup>, Juan Navarro-Gregori<sup>a,\*</sup>, A. Conforti<sup>c</sup>, P. Serna<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Instituto de Ciencia y Tecnología del Hormigón (ICITECH), Universitat Politècnica de València (Spain)

<sup>b</sup> Universidad Politécnica Salesiana, Quito (Ecuador)

<sup>c</sup> DICATAM, University of Brescia (Italy)

Recibido el 30 de septiembre de 2022; revisado el 7 de marzo de 2023, aceptado el 16 de marzo de 2023

### ABSTRACT

Shear failure is considered one of the most critical modes of failure in concrete structures, especially for those elements without shear reinforcement. In the last sixty years, the research community has shown much interest to solve this problem. In fact, since the 80's, the use of fibres as shear reinforcement has been explored as an alternative to traditional reinforcement. Several investigations have shown that the addition of fibres in correct proportions, enhances the shear behaviour in concrete elements with and without shear reinforcement. Most of this knowledge has been built using steel fibres. However, synthetic fibres have also been introduced for structural applications in concrete. Some recent publications have reported the success of synthetic fibres to be used as shear reinforcement in structural elements. Within this framework, the present paper aims to review the existing literature about the use of synthetic fibres as shear reinforcement in structural concrete elements.

KEYWORDS: synthetic fibres; shear; fibre-reinforced concrete; state-of-the-art.

©2024 Hormigón y Acero, the journal of the Spanish Association of Structural Engineering (ACHE). Published by Cinter Divulgación Técnica S.L. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons (CC BY-NC-ND 4.0) License

### RESUMEN

La rotura por cortante se considera uno de los modos de fallo más críticos en las estructuras de hormigón, especialmente para aquellos elementos sin armadura transversal. En los últimos sesenta años, la comunidad investigadora ha mostrado mucho interés por resolver este problema. De hecho, desde los años 80 se ha explorado el uso de fibras como refuerzo a cortante como alternativa al refuerzo tradicional. Es así como varias investigaciones han demostrado que la adición de fibras en las proporciones correctas mejora el comportamiento a cortante en elementos de hormigón con y sin armadura transversal. La mayor parte de este conocimiento se ha obtenido empleando fibras de acero. Sin embargo, en los últimos años se han introducido en el mercado fibras sintéticas que pueden ser empleadas en aplicaciones estructurales en el hormigón. Algunas publicaciones recientes han informado sobre el éxito de las fibras sintéticas para ser utilizadas como refuerzo a cortante en elementos estructurales. En este contexto, el presente trabajo tiene como objetivo revisar y compendiar la literatura existente sobre el uso de fibras sintéticas como refuerzo a cortante en elementos de hormigón estructural.

PALABRAS CLAVE: fibras sintéticas; cortante, hormigón con fibras; estado del arte.

©2024 Hormigón y Acero, la revista de la Asociación Española de Ingeniería Estructural (ACHE). Publicado por Cinter Divulgación Técnica S.L. Este es un artículo de acceso abierto distribuido bajo los términos de la licencia de uso Creative Commons (CC BY-NC-ND 4.0)

\* Persona de contacto / Corresponding author:

Correo-e / e-mail: [juanagre@cst.upv.es](mailto:juanagre@cst.upv.es) (Juan Navarro-Gregori)

How to cite this article: Ortiz, F., Navarro-Gregori, J., Conforti, A., & Serna, P. (2024) A State-of-the-Art Review of Synthetic Fibres as Shear Reinforcement in Concrete Elements, *Hormigón y Acero* 75(302-303):147-156, <https://doi.org/10.33586/hya.2023.3106>

## 1. INTRODUCTION

Even though the study of shear behaviour of reinforced concrete elements has been of interest for researchers, the problem how this phenomenon occurs remain in debate. Shear failure is considered one of the most critical failures in concrete elements as it occurs with no warning, especially in those elements with no shear reinforcement. In fact, great advances have been made in the last years specially on theories and models that describe mechanically the shear behaviour of reinforced concrete elements [1–4].

In general, most of the models provide accurate results when applied on reinforced concrete elements, however, in the case of elements without shear reinforcement, do not achieve the same accuracy. This is due to the fact that shear is influenced by several factors like effective depth, concrete compression strength, the shear span to effective depth ratio ( $a/d$ ), aggregate size, loading conditions, or longitudinal reinforcement ratio, which interact among them. On the one hand, all these factors influence the different shear transfer mechanisms that occur in a concrete member like aggregate interlock, dowel action effect, residual strength, uncracked compression zone

and the arching action, which at the same time influence the shear failure mode of the element. In fact, the development of the critical inclined shear crack plays an important role in the shear transfer mechanisms governing the element.

The shear strength can be modified when new materials such as discrete fibres randomly distributed are introduced to the concrete matrix due their capacity to change the different shear transfer mechanisms in an element.

The study of fibre reinforced concrete (FRC) has been one of the main topics studied in the last 40 years since the fresh and hardened properties of concrete could be modified to improve it. The fibres industry has developed a large variety of sizes, sections and shapes of fibres manufactured with different materials, being the steel ones the most commons used worldwide. The common applications of steel fibres in concrete are pavements, tunnelling lining, shotcrete, and structural applications.

Figure 1 shows the evolution of studies about steel fibre reinforced concrete (SFRC) in the last 45 years and a comparison with macro-synthetic fibre reinforced concrete (MSFRC) and polypropylene fibre reinforced concrete (PFRC).

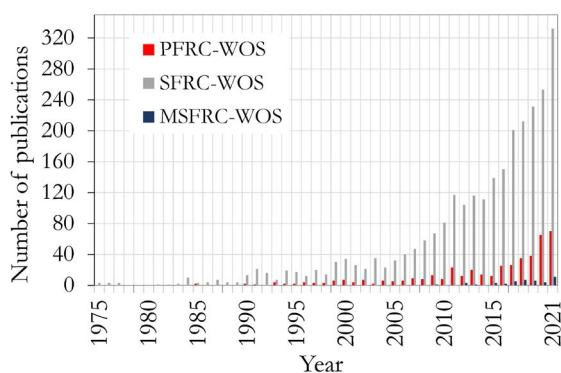


Figure 1. Evolution of studies of FRC in literature.

Although steel fibres were initially employed to control shrinkage in concrete, nowadays, steel fibres are used to improve the flexural toughness, shear strength and ductility of concrete. All these benefits are produced due to the bridge effect of fibres that cross the cracks and sew the crack face holding a residual stress transfer for longer. The impact of fibres in concrete will be influenced mainly by the fibre content, shape, length, aspect ratio, and concrete matrix strength. For structural use, a minimum content of steel fibres must be guaranteed to influence positively on the serviceability limit state (SLS) and the ultimate limit state (ULS).

Similar to steel fibres, the study of synthetic fibre reinforced concrete (SYFRC) has shown a growing increase of interest in the last years as shown in Figure 1. This type of fibre traditionally has been used to control shrinkage cracking since its modulus of elasticity is similar to concrete during the first hours. Types of materials most commonly used as synthetic fibres are polyethylene, polypropylene, acrylics, polyvinyl alcohol, polyamides, or aramid, among others.

Chemical industry in the last decade has improved the polymeric materials used to manufacture fibres being the polypropylene and polyolefin with larger lengths and diameters the most common fibres employed in construction applications. This new generation of fibres, characterized as macro-synthetic fibres, incorporate new treatments over the material to improve the adhesion between the fibre and the concrete matrix.

Some treatments consist of chemical and physical process where the roughness of the fibre is modified chemically or topographically, to increase the adherence of the fibres to the matrix. Modification of material with sodium moieties, colloidal alumina or silica, plasma treatments among others [5,6] result in a better anchorage of fibres in the concrete.

Singh *et al.* [7] studied a new method to improve the bond of fibres by means of mechanical indentations of fibres, i.e. changing the topography of the fibre surface. Authors determined an optimum level of indentations to maximize the bond strength and interface toughness of fibres. Results showed that fibre bond strength increased threefold the bond strength of smooth fibres. These improvements of behaviour in synthetic fibres probably are the cause that nowadays macro-synthetic fibres provide comparable fracture properties to steel ones.

All these modifications have resulted to go beyond the original fibre applications (mainly on fresh concrete) to structural applications where the flexural toughness, and impact strength of concrete is improved. In fact, one of the applications of synthetic fibres is to enhance the shear behaviour of concrete elements.

Within this framework, the present paper aims to review and collect the existing literature about the use of synthetic fibres as shear reinforcement in structural concrete elements. For this, a bibliographic review from the first attempts to use synthetic fibres to improve the shear strength of concrete up to the most recent studies is carried out.

## 2.

### FIRST STUDY ON SHEAR USING SYNTHETIC FIBRES

In 1985 Barr *et al.* [8] described the experimental results for Mode II fracture (shear stress acting parallel to the plane of the crack) of synthetic and steel fibre reinforced concrete. Barr *et al.* used double-notched beams of 100 x 100 x 200 mm as seen in Figure 2a. Fibres used were fibrillated polypropylene of 12 000 denier (700 m/kg) cut into 50 mm single size strands length added in concrete at 0, 0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25 and 0.30 % by weight. Steel fibre used was 0.4mm diameter straight fibre cut into 40 mm single size length dosed at 0.2,0.4,1.0, 2.0, 3.0 and 4.0 % by weight.

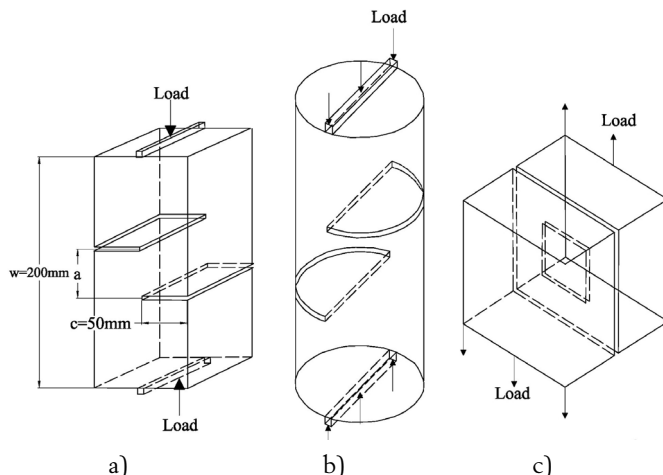


Figure 2. Shear test specimens used by Barr *et al.* [8] a) double-notch beam specimen, b) cylinder double-notch specimen and c) compact cube specimen.

Barr *et al.* continued the study on shear of FRC, and extended the study using two new types of shear specimens [9], cylinders and notched compact cubes, as can be seen in Figure 2b and c. All the specimens were tested with a loading rate of 0.5 mm/min. The main objectives of the study were to determine the most appropriate FRC specimen in order to study the effect of the relationship between the depth of the specimen and the notch separation to compare the effect of fibre content on the shear toughness.

Authors concluded that the shear strength of SYFRC decreased when the fibre amount was increased. Moreover, when toughness of SYFRC in Mode I (stress acting normal to the plane of the crack), and Mode II were compared, both results were similar, whereas when steel fibres with same dosages were investigated, shear strength and toughness in Mode II increased with increasing fibre content. These results probably were influenced by the effect of the fibres in the compression strength of concrete since with the increment of fibre concrete, the compression strength was reduced passing from 38.5 MPa with 0% of fibre content to 21 MPa with 0.5% of fibre content.

### 3. DIRECT SHEAR TESTS USING SYFRC

Usually, shear stress acts combined with other stresses such as normal stresses. To decouple and isolate the effect of shear from other mechanisms, concrete scaled specimens have been reported in the literature. These specimens also have been used to evaluate the contribution of the different type of fibres to the shear strength of concrete.

In 2006, Majdzadeh *et al.* [10] conducted an experimental campaign where two types of synthetic fibres and one type of steel fibre were used on slender beams under four-point bending test to evaluate their shear behaviour. As a part of the experimental campaign, prismatic specimens of 100 mm × 100 mm × 350 mm manufactured with SYFRC and SFRC were tested to characterize their shear strength. The synthetic fibres were self-fibrillating of 54 mm length and 0.15 mm of equivalent diameter (aspect ratio equal to 360) with a 675 MPa tensile strength and 3.5 GPa of elastic modulus. The second synthetic fibre was a polypropylene straight fibre of 50 mm length, 0.58 mm of equivalent diameter, 620 MPa of tensile strength and 9.5 GPa of elastic modulus. Both types of fibres presented a density of 0.9 g/cm<sup>3</sup>. The fibre volume fraction used were 0.5, 1.0 and 1.5%. In total six tests (one specimen for each volume fraction studied and for each fibre type). JSCE-SF6 [11] test was employed (see Figure 3) as direct shear test. The compression strength of the concrete used ranged from 40.9 to 47.1 MPa.

Majdzadeh *et al.* determined that the shear strength increased when the volume fraction of synthetic fibres incremented. In fact, not only the peak strength was increased, but also the residual shear strength providing considerable toughness and ductility in comparison with plain concrete. Nevertheless, not much difference in shear strength was found, between 0.5 and 1% of fibre volume.

Similar results were obtained by Mostafazadeh *et al.* [12,13] in 2016 who studied box culverts of MSFRC. For this,

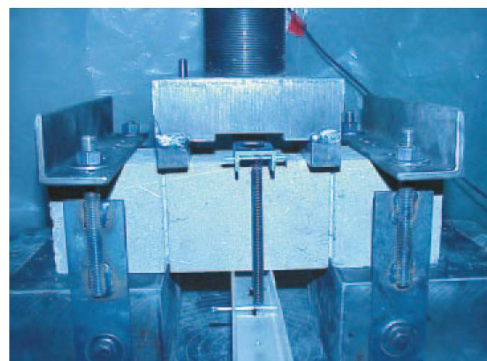
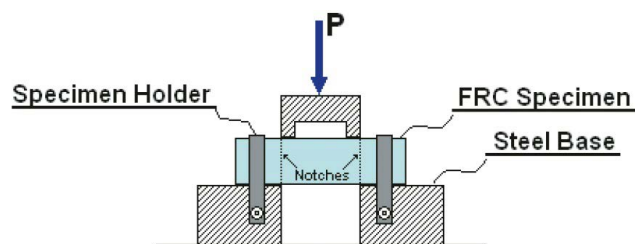


Figure 3. Test setup for direct shear tests performed by Majdzadeh *et al.* [10].

the authors performed 30 shear tests using the Japanese direct shear test [11] as Figure 4 shows. Specimens for shear test were 150 mm x 150 mm x 500 mm. The synthetic fibre was an embossed polypropylene fibre of 54 mm length, 0.80 mm of equivalent diameter, 585 MPa of tensile strength and 6.9 GPa of modulus of elasticity. The concrete mixes included volume fractions of fibres in ratios of 0, 0.26, 0.52, 0.78 and 1.0%. ASTM C1609 [14] was used to characterize the flexural behaviour of FRC. Authors concluded that fibres increased both the shear strength and flexural strength. In fact, with ratios of 0.52% of synthetic fibres, an increase of 25% in shear strength was obtained compared with control beams (without fibres). Finally, authors modelled the behaviour of the small specimens by finite element modelling and observed that synthetic fibres increased the shear strength of box culverts by 67% compared to plain concrete, and suggested the use of this type of fibres as an alternative to reduce the transverse reinforcement and the thickness of the elements.



Figure 4. Test setup for direct shear tests performed by Mostafazadeh *et al.* [12,13].

In 2019, Picazo *et al.* [15,16] evaluated the shear behaviour of MSFRC by means of push-off tests (see Figure 5). The fibres used were straight polyolefin of 48 and 60 mm length and 0.90 mm of equivalent diameter. Fibres presented a tensile strength of 400 and 500 MPa, and modulus of elasticity of 6 and 9 GPa, respectively. Four types of concrete were manufactured, two moderate compression strength concretes, with 6 kg/m<sup>3</sup> and 7.5 kg/m<sup>3</sup> of 48 mm fibre length, one self-compacting concrete with 10 kg/m<sup>3</sup> and one vibrating conventional concrete with 10 kg/m<sup>3</sup> of fibres. The compression strength of concrete varied from 21.7 to 39.7 MPa. Authors characterized the residual flexural tensile strength of concretes under EN14651 [17].

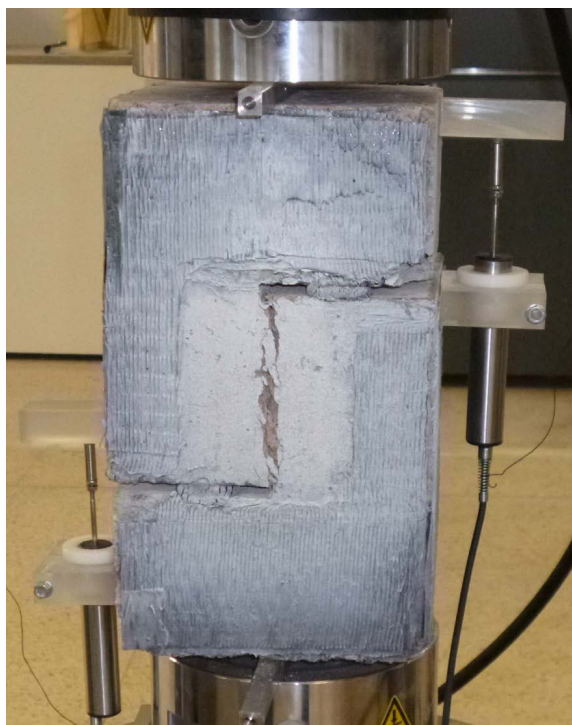


Figure 5. Test setup for direct shear tests performed by Picazo *et al.* [15,16].

The results showed that the shear strength increased as the compression strength of each concrete did. However, shear post-cracking behaviour was similar for all concrete types. This could be due to the significant importance of the aggregate interlock and the fact that the same maximum aggregate size of 12.7 mm was used in all the concretes. Considerable toughness was obtained in the macro-synthetic fibre reinforced concrete specimens compared to the control ones.

#### 4. SHEAR STRENGTH OF UNIAXIAL ELEMENTS

In 1997, Furlan and Hanai [18] tested fourteen beams of 100 x 100 x 1000 mm manufactured with seven concrete mix proportions where the volume of fibre was varied (see section details in Figure 6). The fibres used were multifilament polypropylene fibres of 42 mm length and 0.05mm of diameter, and crimped steel fibres with rectangular section of 0.2

x 2.3 mm<sup>2</sup> and 25.4 and 38.1 mm length. Authors did not characterize the residual strength of concrete provided by fibres. Only two of the fourteen beams were manufactured using SYFRC, one with stirrups and one without stirrups. Both beams included fibres dosed at 0.5% of volume fraction.

Although, authors gave no conclusions about the use of synthetic fibres, based on the results, synthetic fibres improved slightly the ultimate load of the beam. Thus, in the case of the SYFRC beam with stirrups the load was increased by 12% while in the beam without stirrups the load was incremented by 9%. However, the mode of failure in the beam with stirrups changed from diagonal tension to flexural failure, whereas in beams without stirrups the mode of failure (MOF) remained the same than in plain concrete (PC). It is worth mentioning that the results may not be conclusive due to the small number of SYFRC beams tested.

Furlan and Hanai [18] continued studying this type of polypropylene fibres on another type of beams such as prestressed I section beams, and obtained quite similar results to the ones described previously (Figure 6).

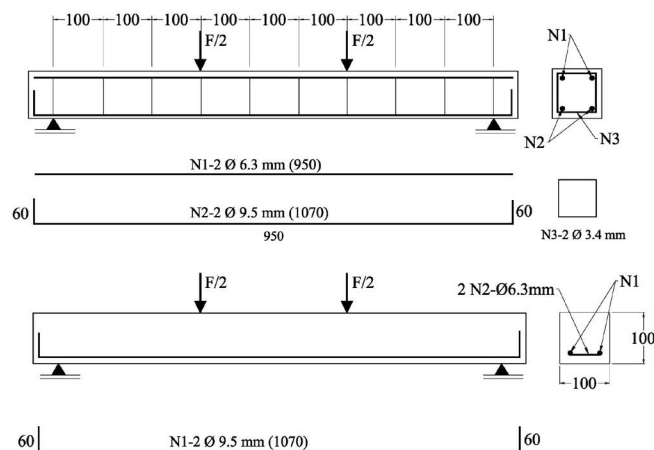


Figure 6. Geometry and reinforcement details of Furlan and Hanai [18] beam with stirrups (a) and without stirrups (b).

In 1999, Campione *et al.* [20] used four types of fibres (polyolefin, carbon, crimped steel and hooked-end steel fibres) to enhance the shear behaviour of fibre reinforced concrete beams combined with traditional transverse reinforcement. Dimensions and reinforcement details can be seen in Figure 7. A total of twenty specimens were tested under four point monolithic and cyclic loading, and four of them were manufactured using synthetic fibre reinforced concrete. The polyolefin fibres (dosed in 2% of volume fraction) were a straight fibre of 25 mm length, 0.8 mm of equivalent diameter, 375 MPa of tensile strength and 12 GPa of elastic modulus. The compression strength for fibre reinforced concrete elements ranged from 53.02 MPa to 78.48 MPa. The residual strength of PFRC measured by splitting tensile strength of cylindrical concrete specimens was 1.30 MPa measured at 2 mm of diametric deformation. Authors concluded that the polypropylene fibres increased the shear strength by 14% compared with beams without any type of fibres, while in the case of steel fibres the increment was over 25%.



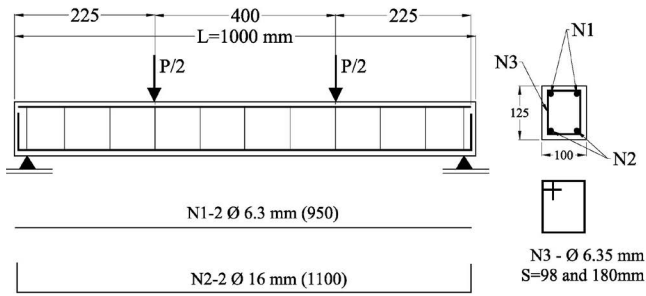


Figure 7. Campione's beams geometry and reinforcement details [20].

In 2006, Majdzadeh *et al.* [10] investigated the influence of three types of fibres (steel and two types of polypropylene fibres) on the shear capacity of reinforced concrete slender beams ( $a/d = 3.02$ ) with and without stirrups. A total of fourteen beams were manufactured, and eight of them were PFRC beams (two with stirrups and six without stirrups). Dimensions and reinforcement details are presented in Figure 8. Two types of synthetic fibres were employed, self-fibrillating of 54 mm length and 0.15 mm of equivalent diameter (aspect ratio equal to 360) with 675 MPa of tensile strength and 3.5 GPa of elastic modulus. The second type of fibre was a polypropylene straight fibre of 50 mm length, 0.58 mm of equivalent diameter, 620 MPa of tensile strength and 9.5 GPa of elastic modulus. Both types of fibres presented a density of 0.9 g/cm<sup>3</sup>. The fibre volume fraction used in beams as well as in small specimens for SFRC and PFRC were 0.5, 1.0 and 1.5%. Authors did not characterize the residual strength of concrete provided by fibres. Beams were 800 mm length with a cross section of 150 x 150 mm. The compression strength ranged from 37.8 to 44.8 MPa. Similar than in previous studies, Majdzadeh *et al.* observed that both types of synthetic fibres enhanced the shear capacity, ductility and shear toughness compared to reinforced concrete beams. On the other hand, results showed that that steel fibres were more efficient than both synthetic fibres used in the study. In all fibre cases, the optimum volume fraction was 1%, and after this percentage, no great benefits were found. Finally, results evidenced a synergetic effect to improve shear strength when fibres are combined with stirrups.

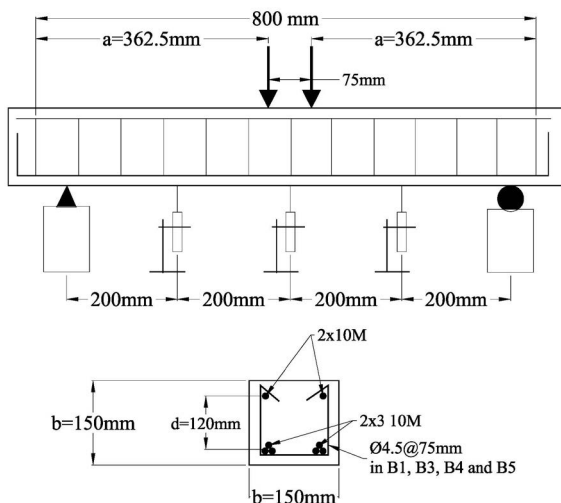


Figure 8. Beams set up, geometry and reinforced details of beams performed by Majdzadeh *et al* [10].

In 2009, Altoubat *et al.* [21] conducted an experimental campaign of twenty-seven full scale beams to study specifically the shear behaviour of macro-synthetic fibres. The beams were tested under three-point loading scheme covering a shear span ratio of 3.5d (slender) and 2.3d (short). Section of beams were 280 x 460 mm, 230 x 390 mm while length varied from 1.9 to 3.2 m. The synthetic fibre used was made of polypropylene and polyethylene, with 40mm length, with rectangular section of 1.4 x 0.105 mm, aspect ratio equal to 90, tensile strength of 620 MPa and 9.5 GPa of elastic modulus. Eighteen beams included fibres at 0, 0.50, 0.75 and 1.0%. At least two specimens were tested for each amount of fibres in short and slender beams. The compression strength of the experimental campaign ranged from 35.6 to 41.9 MPa. Altoubat *et al.* characterized the residual strength of fibre concretes using JSCE-SF4 [22] at 3 mm of deflection. Author reported that synthetic fibres increased the load at which the first crack appeared in 10, 18 and 12% for 0.50, 0.75 and 1.0% in slender beams, respectively, while in I short beams the load was incremented by 7 and 14% for 0.50 and 0.75% of fibre volume fraction, respectively. On the other hand, the peak load was incremented in 14, 23 and 30% for 0.5, 0.75 and 1.0 % in slender beams, and over 20 and 28% in short beams with 0.50 and 0.75% of fibres. In addition, authors observed a change in the MOF of beams passing from a brittle to a ductile failure. In the case of short beams, fibres could change the MOF from a web failure in RC beams to a flexural one in PFRC.

In 2012, Altoubat *et al* [23] extended the first experimental campaign to beams containing minimum amount of transversal reinforcement required by ACI-318 [24], and combined them with fibres. Several levels of shear reinforcement were evaluated: without any reinforcement, reinforced by 0.5% (volume fraction) of polypropylene fibres, minimum amount of stirrups required by ACI-318 and combining the minimum amount of stirrups and 0.5% of polypropylene fibres. Slender beams ( $a/d=3.5$ ) as well as short beams ( $a/d=2.3$ ) were evaluated under three-point loading scheme. In contrast to previous campaigns, only one type of cross section was evaluated, which corresponded to a rectangular section of 230 mm x 390 mm. Authors concluded that 0.5% of fibres combined with stirrups could improve the shear strength over 40% compared to the control beam with only stirrups. This behaviour was observed in both, slender and short beams. Additionally, authors observed that fibres modified the crack pattern of beams improving the post-cracking behaviour and ductility. Similar than [21] a synergy effect between fibres and stirrups was reported.

From 2010 to 2014, Conforti *et al.* [25–27] studied the applicability of polypropylene fibres on deep and wide-shallow beams subjected to shear (see Figure 9). For this purpose, fourteen wide shallow and nineteen deep beams were manufactured covering three levels of shear reinforcement. The first level corresponds to any type of reinforcement (plain concrete beams), the second level to reinforced by crimped polypropylene fibres dosed at 13 kg/m<sup>3</sup>, and the third level correspond to the minimum shear reinforcement required by Model Code 2010 [28]. Section of wide-shallow beams were 430 x 250 mm, 770 x 290 mm, 510 x 290 mm, 650 x 250 mm and 890 x 330 mm while length varied from 2076 to 2476 mm. On the other hand, deep beams depths were 600

and 800 mm, width 150 and 300 mm, while length varied from 4310 to 4480 mm. For each section and reinforcement level, two specimens were tested under four-point loading scheme with a shear span ratio ( $a/d$ ) of 2.5. The mean concrete compression strength ranged from 26 to 34.3 MPa. The polypropylene fibres employed were 40 mm length with a diameter of 0.75 mm, tensile strength of 338 MPa and elastic modulus of 4.8 GPa. Authors characterized the residual flexural tensile strength of concrete by EN 14651 [17].

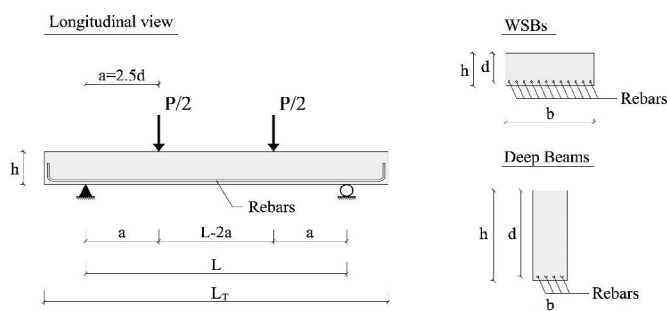


Figure 9. Test set up of wide-shallow and deep beams performed by Conforti *et al.* [25–27].

Conforti *et al.* observed that polypropylene fibres with 13 kg/m<sup>3</sup> could provide the shear reinforcement required by equilibrium in wide-shallow beams. In fact, when the beams are compared with minimum amount of reinforcement and PFRC beams, both presented similar shear behaviour and mode of failure (flexural failure). Nevertheless, fibres could develop several progressive cracks during the loading, which lead more ductile behaviour than plain beams. On the other hand, in deep beams, fibres could enhance the shear strength and provide the double of ductility than their counterparts in plain concrete. When PFRC and minimum steel reinforcement deep beams were compared, both presented very similar ultimate shear strength. However, minimum steel reinforcement beams presented a flexure MOF while PFRC beams showed a shear MOF.

In 2012, Parmentier *et al.* [29] tested twenty-eight short and slender beams under a four point loading scheme in order to study their shear performance. Beams section was 200 x 300 mm and 2500 length. The shear span ratio ( $a/d$ ) explored ranged from 0.5 to 2.5. Beams contained two levels of shear reinforcement, the first one without any type of reinforcement (plain beams) and the second one using three types of fibres (two types of steel and one macro-synthetic) dosed at different volume fractions. Nevertheless, only four beams were manufactured using macro-synthetic fibres, dosed in 4.5 kg/m<sup>3</sup> (0.49% of volume fraction), and tested under a shear span ratio ( $a/d$ ) of 1.5 and 2.5. The macro-synthetic fibre was a fibrillated fibre, manufactured using polypropylene and polyethylene of 50 mm length with 600 MPa of tensile strength and 5 GPa of elasticity modulus. The compression strength was 54.5 MPa. Authors characterized the residual flexural tensile strength of concrete by EN 14651 [17].

Parmentier *et al.* observed that PFRC beams tested with a scheme  $a/d$  equal to 2.5 presented a 74% of extra shear strength compared to their counterparts in plain concrete. In addition, PFRC beams presented similar shear behaviour than SFRC beams with similar fibre volume fractions that synthetic ones.

In 2015, Sahoo *et al.* [30] studied the effect of synthetic steel and a combination between both fibres in shear behaviour. A total of seven beams (150 x 200 x 2000 mm) were tested under three-point loading test with a shear span ratio of five. The control RC beams included stirrups of 8 mm spaced at 300 mm in one of the halves of the beams while in the other half stirrups of 8 mm were spaced at 150 mm. With reference to the PFRC beams, only one beam was tested using polypropylene fibre, while the other six beams were manufactured with steel fibres and a combination of synthetic and steel at different dosages. The synthetic fibre employed was made of polypropylene of 12.5 mm long, 0.5 mm of equivalent diameter, 460 MPa of tensile strength and 5.0 GPa of elasticity modulus. Concrete compression strength ranged from 28.1 to 37.6 MPa. Even though the author performed flexural tensile strength tests for all concretes using prismatic specimens, the residual strength of FRC concretes were not characterized. The polypropylene was dosed at a rate of 1% of volume fraction. PFRC beams exhibited the lowest shear strength amount the entire campaign. In fact, Sahoo *et al.* observed that the shear strength and ductility were reduced by 70% and 50% respectively, when polypropylene fibres were added to the beams. However, this comparison was made taking the RC beams with stirrups (8mm@300mm) as a reference beam, which probably resulted not directly comparable. On the other hand, steel fibre dosed at 1% presented similar behaviour than RC beams with stirrups.

In 2016, Ensan Navadeh [31] studied the shear behaviour of slender beams with PFRC. Beams were tested under three-point loading scheme with a shear span ratio ( $a/d$ ) of 2.4. All beams presented the same rectangular section (254 x 381 mm). In total, four types of shear reinforcement were investigated and compared among them, beams without stirrups, beams with the minimum of stirrups required by ACI-318 [24] and beams with polypropylene fibres dosed at volume fractions of 0.5 and 0.75%. The fibre used in PFRC was an embossed polypropylene fibre of 54 mm length, 0.80 mm of diameter and 585 MPa of tensile strength. Concrete compression strength, flexural strength and residual flexural strength were determined following American standards (ASTM C39 [32] and ASTM C1609 [14]). Ensan Navadeh observed that incorporating 0.5 and 0.75% of fibres in the concrete, the shear strength of the beams increased by 17 and 29%, respectively, compared to the plain concrete beams. The increment of shear strength, especially in beams with 0.75% volume fraction of fibres, was relatively similar to the increment of shear provided by the minimum amount of stirrups (31%).

Arslan *et al.* [33,34], in 2016 and 2019, evaluated the shear behaviour of PFRC beams with and without stirrups. In total, twenty-three beams were tested covering different shear span ratios ( $a/d$ ) 2.5, 3.5 and 4.5. Various levels of transverse reinforcement were tested, beams without stirrups, beams with stirrups in a ratio of 0.34 and 0.45%, polypropylene fibres dosed in 1, 2 and 3% of volume fractions, and a combination between fibres and stirrups. The polypropylene fibre used was a crimped one with a rectangular cross section of 0.93 x 0.50 mm<sup>2</sup>, and 39 mm length. The tensile strength and elasticity modulus were 470 MPa and 3-6 GPa. The concrete compression strength ranged from 13 to 27 MPa, however it should be highlighted that with the increment of fibre volume, the compression strength was con-

siderably reduced. Authors did not characterize the residual strength of concrete provided by fibres.

Arslan *et al.*, like previous studies, observed that polypropylene fibres increased the shear strength and ductility of beams, compared to those in plain concrete. Moreover, fibres could change the mode of failure from a shear failure to a flexure one.

In 2018, Ortiz *et al.* [35] tested 16 full-scale beams, eight manufactured with reinforced concrete and eight with PFRC. Sections, dimensions and reinforcement of beams were inspired on the classic test beams series by Bresler and Scordelis in 1963 [36]. Beams were tested under three-point loading scheme as Figure 10 shows. The main objective of the research was to study the behaviour of shear-critical fibre-reinforced concrete beams using polypropylene macro-synthetic fibres. The concrete compression strength of the experimental campaign ranged from 38.3 to 44.96 MPa. Polypropylene fibres of 48 mm length and 0.85 m of equivalent diameter were included in a ratio of 10 kg/m<sup>3</sup> in PFRC beams. Tensile strength and modulus of elasticity of fibres were 400 MPa and 4.0 GPa, respectively. Ortiz *et al.* characterized the residual flexural tensile strength of FRC by EN 14651. Results showed that macro-synthetic fibres improved beam behaviour by increasing the ultimate load and improving ductility. This happened in the PFRC beams both with and without stirrups. However, the inclusion of macro-synthetic fibres in reinforced concrete beams without transverse reinforcement was unable to change the MOF although the ductility was significantly incremented. A synergy effect between fibres and stirrups was also reported.

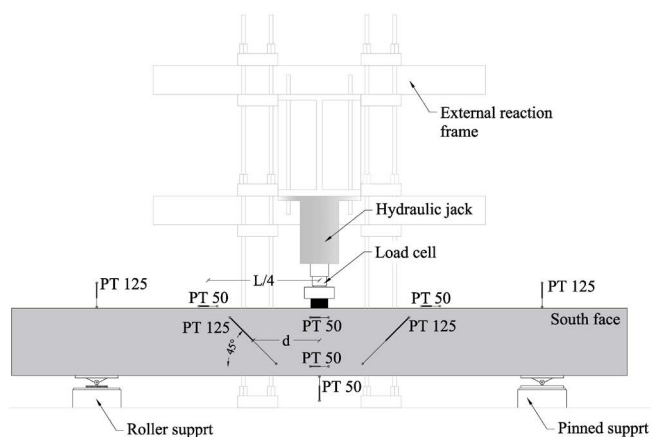


Figure 10. Test set up of beams tested by Ortiz *et al.* [35].

In 2021, Lakavath *et al.* [37] evaluated the shear behaviour of MSFRC prestressed beams of 150 mm x 300 mm cross section and 1600 mm length (see Figure 11). Eight beams were tested at a shear span ratio of 2.4. Four fibre volume fractions were considered, 0%, 0.5%, 1% and 1.5%. The macro-synthetic fibre used was a polyolefin one of 50mm length, 100 aspect ratio, 618 MPa of tensile strength and 10 GPa of elastic modulus. Concrete compression strength of the entire campaign ranged from 52.75 to 54.14 MPa and characterized the residual flexural tensile strength of FRC by EN 14651. Stirrups were placed in one of the shear spans to avoid a not controlled shear failure of the beams. Author evidenced the effectiveness of macro-synthetic fibres to improve the fracture energy when volume fractions of 1% and 1.5% were

added. In fact, volume fractions ranging from 0.5 to 1.5% were capable of changing the mode of failure of beams passing from a brittle to a ductile one. Finally, authors observed an improvement of the shear capacity of beams with the increment of fibre volume, and obtained up to 18% of improvement with 1.5% increase of fibre fraction.

Table 1 summarizes the objectives of the different shear test performed on uniaxial elements (beams). It can be seen that all research on shear behaviour of SYFRC is focused only on ULS, and all of them using point-loading schemes. There are no investigations performing distributed loading schemes on the elements. In addition, none of the research have evaluated the influence of fibres on SLS on shear behaviour. Finally, it is important to mention that there are no studies about the long term behaviour of PFRC fibres when used as shear reinforcement.

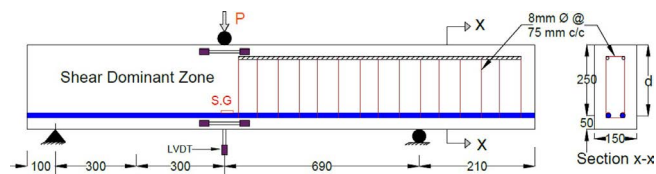


Figure 11. Test set up of prestressed beams tested by Lakavath *et al.* [37].

TABLE 1. Summary of test's objectives on uniaxial elements using SYFRC.

Author	a/d	SLS	ULS	Cracking	MOF
Furlan and Hanai [19]	4.0		•		
Campione <i>et al.</i> [21]	2.3		•		
Majdzadeh <i>et al.</i> [11]	3.0		•		
Altoubat <i>et al.</i> [22]-[24]	2.3-3.5		•	•	•
Conforti <i>et al.</i> [26]-[28]	2.5		•	•	•
Parmentier <i>et al.</i> [30]	0.5-2.5		•		
Sahoo <i>et al.</i> [31]	5		•	•	•
Ensan Navadeh [32]	2.4		•	•	•
Arslan <i>et al.</i> [33], [34]	2.5-4.5		•		•
Ortiz <i>et al.</i> [35]	2.4		•	•	•
Lakavath <i>et al.</i> [37]	2.4		•		•

## 5. SHEAR STRENGTH OF BIAXIAL ELEMENTS

One of the most critical failures in biaxial elements, such as slabs, is the punching shear failure, which occurs when high localized forces, such as connection column and slab, act in the biaxial element. This failure usually occurs without warning since it is a brittle MOF, and it usually can be avoided increasing the slab depth or adding traditional steel transverse reinforcement or studs. In addition to these tradi-

tional methods of strengthening against punching, the use of steel fibres has proved to be an effective alternative. In fact, the position of the critical shear perimeter around the loaded area can be also influenced by steel fibre content. Although the use of steel fibres to improve the punching strength in slabs is well reported [38–40], literature using synthetic fibres results limited.

In 2012, Alani and Beckett [41] performed five different set of tests on ground slabs with different load conditions: slab centre point load, load at 150 and 300 mm loaded from edge, and loaded at corner at 150 and 300 mm from edge. Synthetic fibres were 48mm length with 640 MPa of tensile strength and 10 GPa of elastic modulus. Fibre content was 7 kg/m<sup>3</sup>. The dimension of the slab was 6000 x 6000 mm and 150 mm thickness. The average compression strength was 32.5 MPa. Authors did not compare punching shear results with a control plain concrete slab, however, a comparison with steel fibre reinforced concrete slab was done. Results evidenced that in all loads cases, synthetic fibres dosed at 7 Kg/m<sup>3</sup> presented similar results that slabs manufactured with hooked ended steel fibre dosed at 40 kg/m<sup>3</sup>.

In 2020, Nassif *et al.* [42] tested six reinforced concrete slabs under monolithic canter-point with simple supports (see Figure 12). Synthetic fibres were dosed in concrete at rates of 0.5 and 1%. Macro-synthetic fibres were 40 mm length with aspect ratio of 90, 9.5 GPa of elastic modulus and 620 MPa of tensile strength. Dimension of slabs were 1500 x 1500 x 100 mm with an effective depth of 75 mm. Two slabs were used as a control specimen while two slabs contained 0.5% of fibre and two slabs 1% of fibre. Compression strength ranged from 28 to 29.45 MPa. Results showed that macro-synthetic fibres improved the punching shear capacity by 30% and 70% with addition of 0.5% and 1% of fibres, respectively. In addition, fibres increased the ductility of the slabs in such a way that the slabs failed in a more ductile manner. This behaviour let the FRC slabs presented more energy absorption than the control slabs. Finally, authors evaluated models for predicting punching strength developed for steel fibre reinforced concrete and observed a good prediction when synthetic fibres were used.

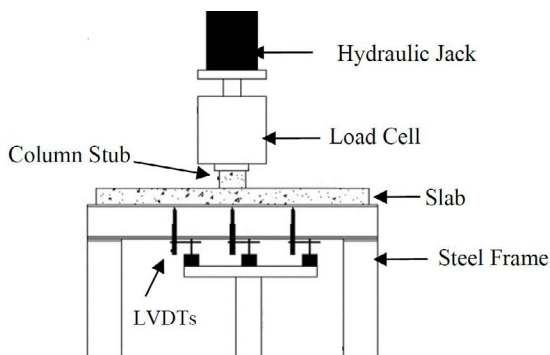


Figure 12. Test set up of slabs tested by Nassif *et al.* in 2020 [42].

## 6. REAL APPLICATIONS USING SYNTHETIC FIBRE REINFORCED CONCRETE

Conforti *et al.* [43] in 2017 performed a full-scale shear test on six prestressed double tees made of self-compacting con-

crete and self-compacting polypropylene fibre reinforced concrete. The main objectives of the experimental campaign were to evaluate the possibility of replacing the minimum amount of shear reinforcement by macro-synthetic fibres only and to determine the benefits of using fibres on the end-zones of the elements. Dimensions of test specimens were 6000 mm length, 500 mm depth and 2490 mm width. The cross section was characterized by having a top flange of 50 mm depth and two webs of 120 mm wide. A three-point loading scheme with  $a/d$  equal to 3.1 was adopted in all tests (see Figure 13). Polypropylene fibres of 40mm length with an aspect ratio of 53 were incorporated to PFRC elements at 10 Kg/m<sup>3</sup> ratio. Residual strength of PFRC was characterized by EN 14651 [17] and classified as Model Code 2010 as a FRC class 2e. Concrete compression strength was 68 MPa on average.

Authors concluded that the minimum amount of shear reinforcement in this type of elements can be substituted by PFRC class 2e. In fact, fibres could increase about 15% the shear strength in the end zones of the elements.

### Lateral view

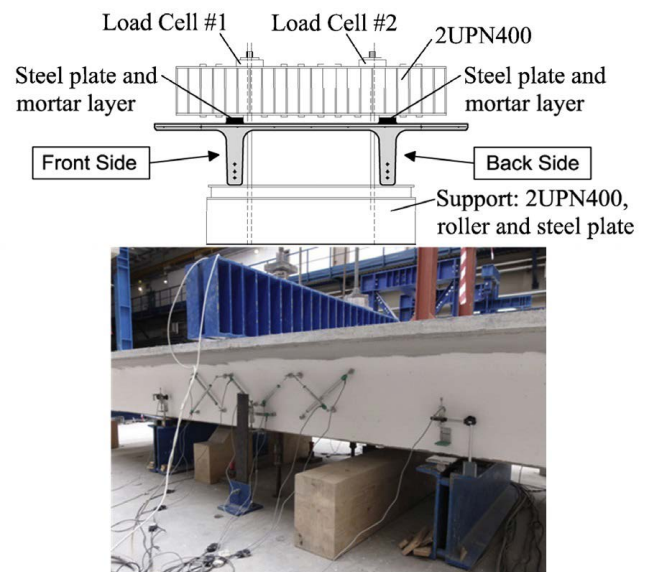


Figure 13. Full-scale double tees tested by Conforti *et al.* [43].

In 2020, Conforti *et al.* [44] reported a real application where macro-synthetic fibres were employed to improve the shear behaviour of prestressed hollow cores slabs (HCS) as shown in Figure 14. To this end, an experimental program of five full scale HCS (420 mm depth, 1200 mm wide and 6000 mm length), a reference beam without fibres (RC) and four with polypropylene fibres. Three-point loading scheme was used on each test. Two tests were performed on each slab varying the shear span ratio ( $a/d$ ), i.e. ten shear tests were performed. Thus, one of the end zone of the HCS was tested under  $a/d=3.5$ , and the remaining end zone was tested under  $a/d=2.8$  according to EN1168 [45]. Fibres used were macro-synthetic polypropylene fibres of 40 mm length with a nominal aspect ratio (length/diameter) of 53, tensile strength of 400 MPa and 3.63 GPa of elastic modulus. Results showed that polypro-

polyene fibres resulted effective to enhance the shear strength of HCS end zones, providing an extra shear strength capacity of 25% on average, as well as post-cracking resistance. In fact, fibres could improve the bond between the tendon and the concrete, delaying and controlling the development of splitting cracks, and hence, reducing the tendon slip.

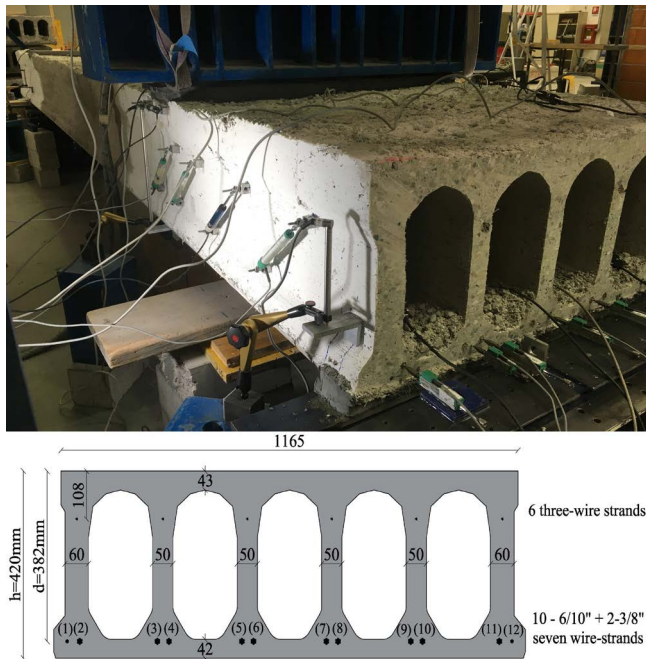


Figure 14. HCS tested by Conforti *et al.* [44].

Diaz and Hamilton [46], after an extensive experimental campaign where FRC was characterized using steel, basalt and synthetic fibres, tested five deep Florida I-Beams girders with 6000 mm of span and a depth of 1981 mm in order to study the effectiveness of fibres to control end-region cracking. Only one of the five beams were manufactured using PFRC including polypropylene fibre dosed at 0.5% of volume fraction. Specimens were all prestressed with fully bonded strands in the bottom and top of the section.

Although Diaz and Hamilton did not directly explore the effect of fibres on shear behaviour of the elements, authors evidenced that fibres were capable of reducing effective crack widths on end regions during the prestress transfer. This result somehow evidences the improvement in shear performance observed by Conforti *et al.* at end zones in HCS.

## 7. SUMMARY AND CONCLUSIONS

Test results have generally shown that synthetic fibres can enhance the shear strength of concrete. This fact has been evidenced at different test levels starting from small specimens tested under direct shear test up to real applications.

However, the use of synthetic fibres needs to be further investigated since the limited number of experimental tests available. In fact, up to now, only 70 beams and 5 slabs including synthetic fibres have been tested under shear. Figure 15 summarizes graphically two parameters of SYFRC beam elements tested under shear, which were reported in the

present paper: the shear span to effective depth ratio ( $a/d$ ) and the fibre volume ( $V_f$ ).

As it can be seen, most elements were tested by considering  $a/d$  ranging from 2.3 to 3.0, which represents 58% of all the specimens, and only 10 short elements were tested below 2.3. These results show that research on short elements, where shear usually acts without the presence of flexural cracks, is required.

Concerning the volume fraction ( $V_f$ ), the minimum  $V_f$  was 0.49%, while the maximum went up to 3%. The commonest beams were those with  $V_f$  ranging from 0.5 to 1.5%.

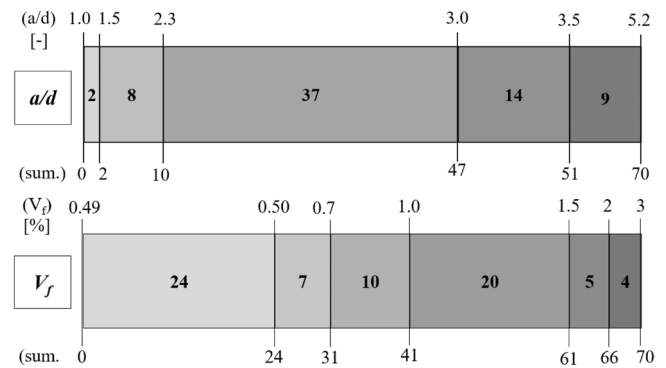


Figure 15. Distribution of parameters in elements tested in uniaxial shear.

Concerning the shear strength of biaxial elements, only two experimental campaigns have included synthetic fibres. In both, fibres were capable of enhancing shear behaviour. However, further investigation to evidence the effectiveness of these fibres is required.

Not all the studies reviewed in this paper made the same characterization of the post cracking fibre performance. It is highlighted that residual flexural tensile strengths were characterised only in 46 of the 74 beams and in none of the biaxial elements. This makes the comparison among works difficult since there is not a uniform criterion to evaluate the real efficiency of synthetic fibre to enhance shear.

Finally, it is worth mentioning that there is a lack of topic that the research community has not studied and can tackle in the future:

- shear on SLS,
- long term behaviour of synthetic fibres when used as shear reinforcement,
- influence of fire on the shear behaviour of SYFRC or
- shear behaviour of SYFRC on elements without flexural cracks.

## References

- [1] E.C. Bentz, F.J. Vecchio, M.P. Collins, Simplified modified compression field theory for calculating shear strength of reinforced concrete elements, *ACI Struct. J.* 103 (2006) 614–624. <https://doi.org/10.14359/16438>.
- [2] F. Vecchio, M.P. Collins, Stress-Strain Characteristics of Reinforced Concrete in Pure Shear., Reports Work. Comm. (International Assoc. Bridg. Struct. Eng. 34 (1981) 211–225.
- [3] D. Kueres, J. Hegger, Two-parameter kinematic theory for punching shear in reinforced concrete slabs without shear reinforcement, *Eng. Struct.* 175 (2018) 201–216. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.08.023>.

- [4] Y. Yang, J. Walraven, J. Den Uijl, Shear Behavior of Reinforced Concrete Beams without Transverse Reinforcement Based on Critical Shear Displacement, 143 (2017) 1–13. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0001608](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0001608).
- [5] A.M. López-Buendía, M.D. Romero-Sánchez, V. Climent, C. Guillem, Surface treated polypropylene (PP) fibres for reinforced concrete, Cem. Concr. Res. 54 (2013) 29–35. <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2013.08.004>.
- [6] C. Zhang, V.S. Gopalaratnam, H.K. Yasuda, Plasma Treatment of Polymeric Fibers for Improved Performance in Cement Matrices, J. Appl. Polym. Sci. 76 (2000) 1985–1996. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-4628\(20000628\)76:14<1985::AID-APP1>3.0.CO;2-G](https://doi.org/10.1002/(SICI)1097-4628(20000628)76:14<1985::AID-APP1>3.0.CO;2-G).
- [7] S. Singh, A. Shukla, R. Brown, Pullout behavior of polypropylene fibers from cementitious matrix, Cem. Concr. Res. 34 (2004) 1919–1925. <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2004.02.014>.
- [8] K. Liu, B.I.G. Barr, J. Watkins, Mode II fracture of fibre reinforced concrete materials, Int. J. Cem. Compos. Light. Concr. 7 (1985) 93–101. [https://doi.org/10.1016/0262-5075\(85\)90064-8](https://doi.org/10.1016/0262-5075(85)90064-8).
- [9] B.I.G. Barr, E.B.D. Hasso, K. Liu, Shear strength of FRC materials, Composites. 16 (1985) 326–334. [https://doi.org/10.1016/0010-4361\(85\)90285-X](https://doi.org/10.1016/0010-4361(85)90285-X).
- [10] F. Majdzadeh, S.M. Soleimani, N. Bantia, Shear strength of reinforced concrete beams with a fiber concrete matrix, Can. J. Civ. Eng. 33 (2006) 726–734. <https://doi.org/10.1139/a05-118>.
- [11] Japanese society of civil engineers, JSCE-SF6 Method of test for shear strength of steel fiber reinforced concrete, (1990).
- [12] M. Mostafazadeh, A. Abolmaali, Shear Behavior of Synthetic Fiber Reinforced Concrete, Adv. Civ. Eng. Mater. 5 (2016) 371–386. <https://doi.org/10.1520/ACEM20160005>.
- [13] M. Mostafazadeh, A. Abolmaali, M. Ghahremannejad, Shear Strength of Synthetic Fiber-Reinforced Concrete Box Culverts, J. Bridg. Eng. 24 (2019) 1–13. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)BE.1943-5592.0001402](https://doi.org/10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0001402).
- [14] C.C. Test, T. Drilled, C. Concrete, S.T. Panels, C 1609/C 1609M-05 Standard Test Method for Flexural Performance of Fiber-Reinforced Concrete ( Using Beam With Third-Point Loading ) 1, Astm. i (2005) 1–8. <https://doi.org/10.1520/C1609>.
- [15] A. Picazo, J.C. Gálvez, M.G. Alberti, A. Enfedaque, Assessment of the shear behaviour of polyolefin fibre reinforced concrete and verification by means of digital image correlation, Constr. Build. Mater. 181 (2018) 565–578. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2018.05.235>.
- [16] M. Alberti, A. Picazo, A. Enfedaque, J.C. Gálvez, Shear behaviour of polyolefin and steel fibre-reinforced concrete, 10th Int. Conf. Fract. Mech. Concr. Concr. Struct. (2019). <https://doi.org/10.21012/fe10.235614>.
- [17] European Committee for Standardization, EN 14651: Test method for metallic fibres concrete. Measuring the flexural tensile strength, 2005.
- [18] S. Furlan, J.B. De Hanai, Shear behaviour of fiber reinforced concrete beams, Cem. Concr. Compos. 19 (1997) 359–366. [https://doi.org/10.1016/S0958-9465\(97\)00031-0](https://doi.org/10.1016/S0958-9465(97)00031-0).
- [19] S.F. Júnior, J.B. De Hanai, Prestressed fiber reinforced concrete beams with reduced ratios of shear reinforcement, Cem. Concr. Compos. 21 (1999) 213–221. [https://doi.org/10.1016/S0958-9465\(98\)00054-7](https://doi.org/10.1016/S0958-9465(98)00054-7).
- [20] G. Campione, L. La Mendola, G. Zingone, Shear Resistant Mechanisms Of High Strength Fibre Reinforced Concrete Beams, Trans. Built Environ. 41 (1999) 23–32. <https://doi.org/10.2495/ERES990031>.
- [21] S. Altoubat, A. Yazdanbakhsh, K.A. Rieder, Shear behavior of macro-synthetic fiber-reinforced concrete beams without stirrups, ACI Mater. J. 106 (2009) 381–389.
- [22] Japan Society for Civil Engineers (JSCE), JSCE-SF4-Method-of-Test-For-Flexural-Strength-and-Flexural-Toughness, (1994).
- [23] S. Altoubat, Y. Ardavan, K. Rieder, Shear Strength of Beams Reinforced With Synthetic Macro-Fibers and Stirrups, in: BEFIB2012 – Fibre Reinf. Concr., 2012.
- [24] ACI, Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-14) and Commentary (ACI 318R-14), 2014. [https://doi.org/10.1016/0262-5075\(85\)90032-6](https://doi.org/10.1016/0262-5075(85)90032-6).
- [25] B. Barragan, A. Conforti, F. Minelli, S. Moro, A. Giovanni, L. Toffoli, Shear Behaviour of Shallow Beams in Polypropylene, (2012).
- [26] A. Conforti, A. Tinini, F. Minelli, G. Plizzari, S. Moro, Structural applicability of polypropylene fibres : deep and wide-shallow beams subjected to shear Experimental program, FRC 2014 Jt. ACI-Fib Int. Work. - Fibre Reinf. Concr. from Des. to Struct. Appl. (2014) 341–356.
- [27] A. Conforti, F. Minelli, A. Tinini, G.A. Plizzari, Influence of polypropylene fibre reinforcement and width-to-effective depth ratio in wide-shallow beams, Eng. Struct. 88 (2015) 12–21. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.01.037>.
- [28] International Federation for Structural Concrete (fib), Model Code 2010, final drafts, Wilhelm Ernst & Sohn, 2013.
- [29] B. Parmentier, N. Cauberg, L. Vandewalle, Shear Resistance of Macro-Synthetic and Steel Fibre Reinforced Concrete Beams Without Stirrups, Befib 2012. (2012) 1–12.
- [30] D.R. Sahoo, K. Maran, A. Kumar, Effect of steel and synthetic fibers on shear strength of RC beams without shear stirrups, Constr. Build. Mater. 83 (2015) 150–158. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2015.03.010>.
- [31] E. Navadeh, Shear investigation of polypropylene fiber-reinforced concrete beams, The University of Texas at Arlington, 2016.
- [32] American Standar ASTM International, Standard Test Method for Compressive Strength of Cylindrical Concrete Specimens, (2016).
- [33] G. Arslan, R.S.O. Keskin, M. Ozturk, Shear behaviour of polypropylene fibre-reinforced-concrete beams without stirrups, Proc. Inst. Civ. Eng. - Struct. Build. 170 (2017) 190–198. <https://doi.org/10.1680/jstbu.16.00202>.
- [34] G. Arslan, R.S.O. Keskin, Influence of polypropylene fibres on the shear strength of RC beams with web reinforcement, Eur. J. Environ. Civ. Eng. 23 (2019) 1222–1234. <https://doi.org/10.1080/19648189.2017.1344151>.
- [35] F. Ortiz Navas, J. Navarro-Gregori, G. Leiva Herdocia, P. Serna, E. Cuenca, An experimental study on the shear behaviour of reinforced concrete beams with macro-synthetic fibres, Constr. Build. Mater. 169 (2018) 888–899. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2018.02.023>.
- [36] B. Bresler, A.C. Scordelis, Shear strength of reinforced concrete beams, J. Am. Concr. Inst. 60 (1963) 51–72.
- [37] C. Lakavath, S. Suriya Prakash, S. Dirar, Experimental and numerical studies on shear behaviour of macro-synthetic fibre reinforced prestressed concrete beams, Constr. Build. Mater. 291 (2021) 123313. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2021.123313>.
- [38] A.M.S. and H. Gesund, Punching Shear Strength of Steel Fiber Reinforced Concrete Flat Plates, ACI Struct. J. 91 (n.d.). <https://doi.org/10.14359/4145>.
- [39] L.F. Maya, M. Fernández Ruiz, A. Muttoni, S.J. Foster, Punching shear strength of steel fibre reinforced concrete slabs, Eng. Struct. 40 (2012) 83–94. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.eng-struct.2012.02.009>.
- [40] R. Narayanan, I.Y.S. Darwish, Punching shear tests on steel-fibre-reinforced micro-concrete slabs, Mag. Concr. Res. 39 (1987) 42–50. <https://doi.org/10.1680/mac.1987.39.138.42>.
- [41] A.M. Alani, D. Beckett, Mechanical properties of a large scale synthetic fibre reinforced concrete ground slab, Constr. Build. Mater. 41 (2013) 335–344. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2012.11.043>.
- [42] N. Nassif, S. Altoubat, M. Maalej, P. Estephane, Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Flat Slabs with Macro Synthetic Fibers, IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Eng. 856 (2020). <https://doi.org/10.1088/1757-899X/856/1/012001>.
- [43] A. Conforti, F. Minelli, G.A. Plizzari, Shear behaviour of prestressed double tees in self-compacting polypropylene fibre reinforced concrete, Eng. Struct. 146 (2017) 93–104. <https://doi.org/10.1016/j.eng-struct.2017.05.014>.
- [44] A. Conforti, F. Ortiz-Navas, A. Piemonti, G.A. Plizzari, Enhancing the shear strength of hollow-core slabs by using polypropylene fibres, Eng. Struct. 207 (2020) 110172. <https://doi.org/10.1016/j.eng-struct.2020.110172>.
- [45] European Committee for Standardization, EN 1168:2005+A3 Precast concrete products. Hollow core slabs., (2012) 82.
- [46] G. Diaz Acosta, H.R. Hamilton, Macro Synthetic Fiber Reinforcement for Improved Structural Performance of Concrete Bridge Girders, University of Florida, Gainesville, 2019. <https://rosap.nrl.bts.gov/view/dot/53970>.
- [47] E. Cuenca, P. Serna, Failure modes and shear desing of prestressed hollow core slabs made of fiber-reinforced concrete, Compos. Part B Eng. (2013) 952–964.

# Numerical Study of the Shear Behavior of Ultra-High-Performance Concrete Beams

## *Estudio numérico del comportamiento a cortante de hormigones de muy alta resistencia*

Antonio Martínez-de la Concha<sup>a</sup>, José David Ríos<sup>b</sup>, Héctor Cifuentes<sup>a,\*</sup>

<sup>a</sup> Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de Sevilla.

<sup>b</sup> Escuela de Ingenierías Industriales. Universidad de Extremadura.

Recibido el 21 de diciembre de 2022; revisado el 17 de mayo de 2023, aceptado el 19 de mayo de 2023

### ABSTRACT

In the last decades, experimental and numerical studies on steel fiber-reinforced concrete have shown that providing suitable fiber content and distribution in the matrix can improve the post-cracking strength of concrete. Although there is a large database of experimental and finite element model shear tests of steel fiber-reinforced concrete beams, there are not profuse test data and finite element models available for steel fiber-reinforced concrete beams with traditional transverse shear reinforcement (stirrups). In this work, the shear behavior of ultra-high-performance fiber-reinforced concrete beams with three different types of reinforcement is analyzed. For this purpose, a comparative study has been previously carried out to validate the finite element model with conventional rebars. From the results, it was observed that the maximum shear load increased by 39% to 48% depending on the type of steel fibers used, with respect to concrete without fiber reinforcement. The length and number of fibers had a direct effect on crack initiation and propagation.

KEYWORDS: shear, fracture, steel fibers, beam, ultra-high-performance concrete, fiber-reinforced concrete, finite element model.

©2024 Hormigón y Acero, the journal of the Spanish Association of Structural Engineering (ACHE). Published by Cinter Divulgación Técnica S.L. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons (CC BY-NC-ND 4.0) License

### RESUMEN

En las últimas décadas, los estudios experimentales y numéricos, sobre el hormigón reforzado con fibras de acero, han demostrado que un contenido y una distribución adecuados de las fibras en la matriz pueden mejorar la resistencia del hormigón tras la fisuración. Aunque existe una amplia base de datos de ensayos experimentales y numéricos a cortante de vigas de hormigón reforzado con fibras de acero, no se dispone de profusos datos de ensayos y modelos de elementos finitos para vigas de hormigón reforzado con fibras de acero con armadura transversal tradicional a cortante (estribos). En este trabajo se analiza el comportamiento a cortante de vigas de hormigón de ultra altas prestaciones reforzado con fibras con tres tipos diferentes de refuerzo. Para ello, previamente se ha realizado un estudio comparativo para validar el modelo de elementos finitos con armaduras convencionales. A partir de los resultados, se observó que la carga máxima de cortante aumentaba entre un 39% y un 48%, en función del tipo de fibras de acero utilizadas, respecto al hormigón sin refuerzo de fibras. La longitud y el número de fibras tenían un efecto directo sobre el inicio y la propagación de las fisuras.

PALABRAS CLAVE: cortante, fractura, fibras de acero, viga, hormigón de muy alta resistencia, hormigón reforzado con fibras, modelo de elementos finitos.

©2024 Hormigón y Acero, la revista de la Asociación Española de Ingeniería Estructural (ACHE). Publicado por Cinter Divulgación Técnica S.L. Este es un artículo de acceso abierto distribuido bajo los términos de la licencia de uso Creative Commons (CC BY-NC-ND 4.0)

\* Persona de contacto / Corresponding author.  
Correo-e / e-mail: [bulte@us.es](mailto:bulte@us.es) (Héctor Cifuentes)

How to cite this article: Martínez-de la Concha, A., Ríos, J.D., & Cifuentes, H. (2024) Numerical Study of the Shear Behavior of Ultra-High-Performance Concrete Beams, *Hormigón y Acero* 75(302-303): 157-162. <https://doi.org/10.33586/hya.2023.3119>

## 1. INTRODUCTION

The flourishing experienced in recent years by steel fiber-reinforced concretes (SFRC) is well known, both in the study of their properties and applications [1][2]. On the other hand, the development has also reached in ultra-high-performance fiber-reinforced concretes (UHPRFC), although not so much in their applications. This kind of concrete achieves compressive strengths above 200 MPa [3][4] or flexural strengths above 30 MPa [5]. Nevertheless, there is a need to

transfer the acquired knowledge, based on all the research effort developed, by applying it in usual structures. To this end, concrete standards have been adapted to facilitate the use of these new materials. This is the case of the Spanish structural concrete standard EHE-08 [6], which already contained an annex 14 with recommendations for the use of concretes with fibers, or the Structural Code [7] or the German [8] and Italian [9] standards. The ACHE association itself published in 2000 a manual to aid in the design of concrete structures with steel fibers [10].

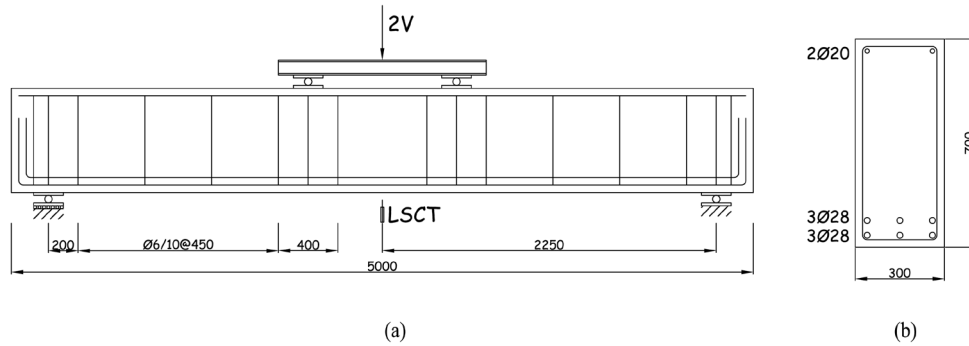


Figure 1. Test setup. (a) longitudinal section, (b) cross section.

Some studies have demonstrated as following the development of the initial diagonal crack, the fibers regulate crack propagation and permit significant internal plastic stress redistribution to boost the specimens' shear strength [11–13]. The addition of fibers can increase the tensile and shear strength of the concrete matrix [14,15]. It may be possible to ease the congestion of reinforcing by reducing the quantity of shear reinforcement in RC deep beams. Steel fibers also offer concrete reinforcement in several directions, clutter-free detailing, and improved post-cracking residual strength and ductility. Lee *et al.* [16] indicated that the steel fibers are more effective in improving the strength and ductility capacity than the stiffness and energy capacity of the specimens.

Regarding shear behavior, some standards have assigned a part of the strength capacity to the fibers, as is the case of the ACI-318 (2008) [17] or the 2010 Model Code [18], although with some inconsistencies, as Amin and Foster [19] refer. Following the guidelines set out in the latter reference, in this work is numerically studied the shear strength mechanisms of beams designed with ultra-high-performance concretes such as those developed in the Structures Laboratory of the School of Engineering of Seville. For this purpose, the commercial software Abaqus [20] has been used to develop the finite element model, and in particular its concrete damage plasticity model.

## 2. METHODOLOGY

The procedure followed is analogous to that developed in the work of Amin and Foster [19]. That is, first, the experimental results of the test of a real beam are used as a reference to validate the results of the numerical model of the beam. Subsequently, using this numerical model, in the same way as Amin and Foster, similar beams are modeled with the mechanical properties of the concretes developed in the Structures Laboratory of Seville, whose data can be found in the paper published by Ríos *et al.* [21]. The two most significant differences between the work of Amin and Foster and the one presented here are that, on the one hand, Amin and Foster used ATENA [22], and now Abaqus [20] is used; and on the other hand, the study carried out in this work is extended to the behavior of other novel UHPFRC.

### 2.1. Experimental test

The experimental test is that already performed by Amin and Foster [19]. Figure 1, adopted from the reference [19], shows the dimensions of the four-point bending tested beam. In this work, it has been assumed the data and experimental results of the beam named B25-10-450 by Amin and Foster. The setup and more details of the test can be consulted in the referenced bibliography, although for the reader's convenience, we remind that the paper indicates that it is concrete with  $25 \text{ kg/m}^3$  of fibers, transverse reinforcement formed by stirrups of 10 mm diameter, and the separation of the stirrups is 450 mm. The mid-span deflection was measured by a longitudinal transducer.

### 2.2. Finite element model

In this work has been used the concrete damaged plasticity model developed by Abaqus. This plastic damage model in concrete reproduces the inelastic behavior of concrete based on an isotropic elastic damage theory in combination with isotropic tension and plastic compression.

The model considers tensile softening when tensile strain exceeds that corresponding to the tensile strength of the concrete. It also allows considering the unloading process through a damage variable, which reduces the stiffness of the material. Damage variables can be defined for both compressive and tensile behavior. In compression, the model uses the plasticization function of Lubliner [23] with the modifications proposed by Lee and Fenves [24]. For plastic flow, the Drucker-Prager hyperbolic function is used.

Figure 2 shows an image of the finite element model that is built with 8-node linear hexahedral elements type C3D8I from the Abaqus library, to simulate the concrete, and two-node linear elements with axial behavior only, for the reinforcing bars, T3D2 from the Abaqus library.

The mesh sensitivity of results of the FEA has been checked. For this purpose, the beam was analyzed using two different FE meshes (quadrilateral elements limited to 50mm and 100mm). The difference between results of the analyses was negligible [25].

The finite element mesh has a characteristic dimension of 50 mm, and 300x200 mm pads with the same stiffness characteristic of the concrete, but without plastic behavior. This behavior is implemented in the support and load application areas to eliminate the problem derived from the application of concentrated loads.



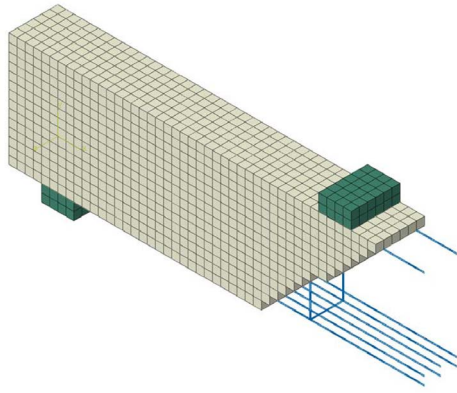


Figure 2. Image of the finite element model.

The model only considers half of the beam, applying symmetry conditions in the central section. On the other hand, the vertical and lateral displacement of the center of the bottom face of the support is prevented, and the model is analyzed by applying an increasing displacement of the central node of the top face of the load pad in a downward direction.

Tie-type displacement constraints are defined between the different parts of the model, i.e., the displacements in all degrees of freedom of the nodes of the contacting faces are made compatible.

On the other hand, it has been defined the condition of the truss type elements to be embedded in the concrete elements, which makes compatible the movements in the translation degrees of freedom of the nodes of the bars, in an interpolated way, with those corresponding to the concrete elements in which they have been inserted.

The mechanical properties of the different materials are particularized for the different models, being common to all of them those corresponding to the longitudinal reinforcement, which maintains the properties of the referred article [19].

### 3. COMPARATIVE MODEL

A finite element model has been performed to verify the numerical tool, in order to compare the results with the experimental data and the numerical model of Amin and Foster.

It is a replica of the B25-10-450 model. The reference article contains the complete characteristics of this model, of which, for the present study, in addition to those already indicated in section 2.1, we will highlight as the most relevant, those that characterize its behavior in traction.

$$f_t = \begin{cases} E_c \epsilon & \text{pre-cracking} \\ 1.75 - 22.4\omega & \text{post-cracking } \omega < 0.04\text{mm} \\ 0.85 - 0.11\omega & \text{post-cracking } \omega \geq 0.04\text{mm} \end{cases}$$

Figure 3 shows a comparison of the results of the experimental test, those corresponding to Amin and Foster [13], and those obtained with the Concrete Damage Plasticity model in Abaqus carried out in this work.

A very similar result is observed for the shear behavior that the beam can withstand in the three models, with differ-

ences below 3% in both FE models, and a higher stiffness of the finite element models than the real test, which is something more noticeable in the model of our work.

There is a higher difference between the displacement results after the maximum shear force, which has not been considered relevant in order to study the shear strength and could be explained based on different phenomena after cracking.

Based on this result, we justify the study of the behavior of ultra-high-performance fiber-reinforced concretes developed at the Structures Laboratory of the University of Seville.

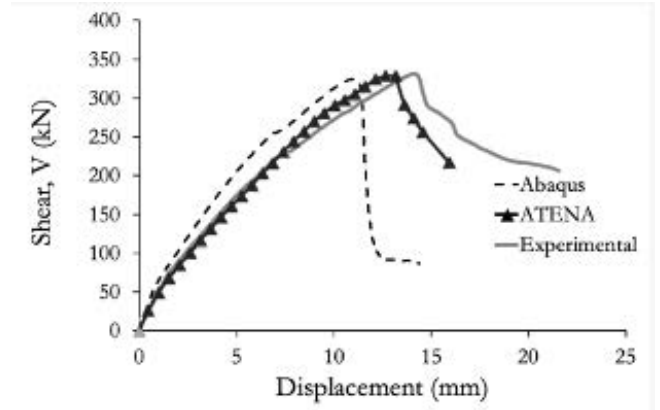


Figure 3. Shear results of the comparative analysis of beam.

### 4. ANALYSIS PERFORMED

The shear behavior of four ultra-high-performance concretes is analyzed in this section. The UHPFRC mechanical properties can be found in more detail in the paper published by Ríos *et al.* [21].

The main difference among the four UHPFRC is the type of fibers they contain, with the rest of the parameters of their dosage being invariant. Two different types of fibers, called micro-fibers and macro-fibers, have been used in this study. The micro-fibers are straight 13 mm long and 0.2 mm in diameter, while the macro-fibers are shaped at the ends and have a length of 30 mm and 0.38 mm in diameter.

With these two types of fibers, four types of UHPFRC have been manufactured, which are designated as D0, DS, DL and DSL. The D0 mix is a non-reinforced concrete, the rest of the mixes contain 196 kg/m<sup>3</sup> of steel fibers in all cases, using only micro-fibers in the DS mix, only macro-fibers in the DL mix, and 50% of each type in the DSL mix. Table 1 shows the mechanical properties of the UHPFRC that have been performed in this way, whose tests have been described in [21].

TABLE 1. Mechanical properties of the four UHPFRC.

Property	D0	DS	DL	DSL
$E_c$ (GPa)	44.5	43.4	49.2	47.8
$f_c$ (MPa)	131.4	154.6	150.2	153.7
$f_t$ (MPa)	4.5	11.7	9.1	10.4
$\sigma_1$ (MPa)	0.2046	2.9	3.1	3.6
$w_1$ (mm)	0.0119	1.7	1.4	3.0
$w_c$ (mm)	0.0694	6.2	12.1	9.9

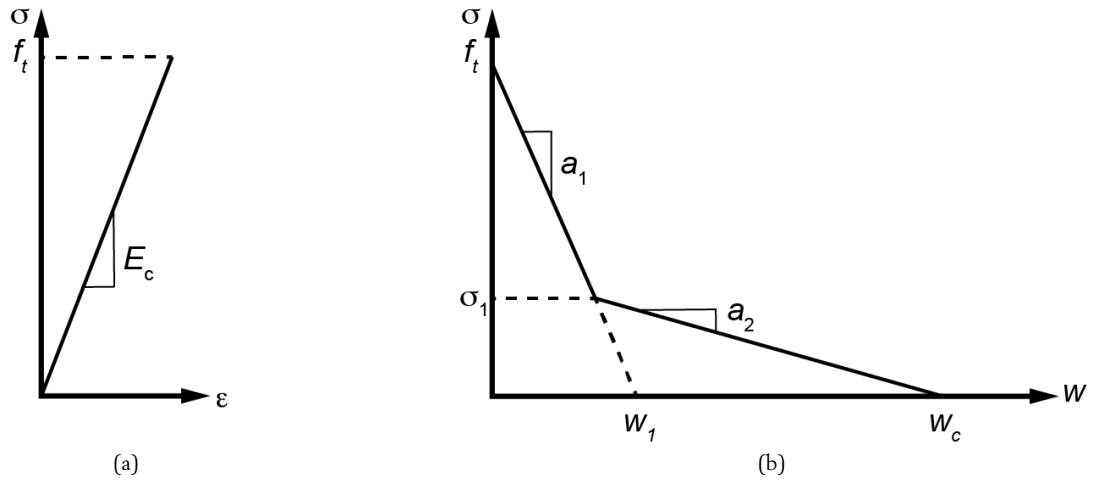


Figure 4. Response of UHPFRC in tension: (a) pre-cracking stress-strain response, (b) post-cracking cohesive law.

The response of UHPFRC in tension is represented in Figure 4. The pre-cracking stress-strain response is shown in Figure 4a and the bilinear cohesive law after the tensile first-cracking is presented in Figure 4b.

For the definition of the plastic behavior of concrete in compression, the same behavioral laws are used as those proposed in the work of Amin and Foster [19], which in turn coincide with the formulation of the model code [18] or at least, in the load branch with those proposed by Ruiz *et al.* [26], this part of the compression behavior curve being the most relevant in this study.

The analysis of the shear behavior of the beams carried out with each of these UHPFRC has been performed using a finite element model similar to the one used in the comparative analysis, i.e., the same geometry is used, with the same conventional reinforcement, the same support conditions and the same loading conditions, changing only the mechanical properties that define the behavior of the beam material, according to the parameters shown in Table 1.

## 5. RESULTS AND DISCUSSION

As a result of the analyses carried out, the load-deflection curves have been obtained for each of the models, which are shown as a group in Figure 5.

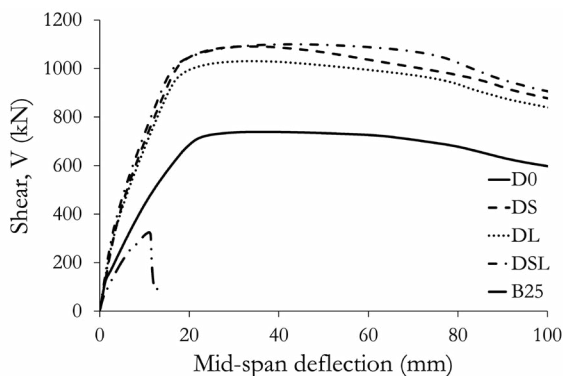


Figure 5. Comparison of FE results against conventional reinforcement.

The initial part of all curves is very similar because prior to cracking, the parameter that governs the behavior is Young's modulus and its value is very similar in all mixtures.

However, linearity disappears as a consequence of cracking in the matrix, firstly in the concrete without fibers, as corresponds to a lower value of its tensile strength, for an applied shear load of about 135 kN, approximately half (70 kN) in the case of B25 concrete. At this load, the beam continues to accept higher shear stresses, which cause a cracking process, and which is reflected in the finite element model as a process of plastic strains, as shown in Figure 6.

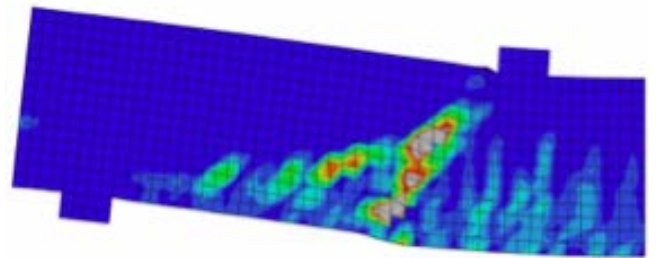


Figure 6. Plastic strains in the FE model.

In the case of the beam without fibers, a maximum shear value of about 740 kN is reached, passing from that point on to a descending branch. This value is 318 kN in the case of B25 concrete, with a subsequent sharp drop.

The behavior of fiber concrete beams is somewhat different, especially from a quantitative point of view, although similar among the three types of fiber mixtures.

The maximum shear values for each model, for ultra-high-performance concretes, i.e., with the same matrix, as well as the percentage increase with respect to this value produced by the addition of fibers, are shown in Table 2.

TABLE 2. Ultimate shear forces and relative improvement.

	D0	DS	DL	DSL
$V_u$ (kN)	738.87	1090.73	1030.51	1099.79
$\Delta$ (%)	-	47.62	39.47	48.85

As can be seen, the addition of fibers considerably increases the shear that the material can withstand, in this case, between 39.5% and 48.9%.

On the other hand, it can also be seen that micro-fibers produce a greater increase in shear than macro-fibers, 47.6% compared to 39.5%. Nevertheless, a curious effect is observed when we compare the behavior of the concrete with micro-fibers with the concrete that mixes both types, and it is that although both mixtures have a very similar behavior, the concrete with micro-fibers develops its greater strength with smaller strains, while the concrete that mixes both types, although it presents less strength to small strains, is able to continue increasing its strength, managing to overcome the concrete with micro-fibers for greater strains, being in the end the most resistant composition.

The explanation is that concrete with macro-fibers has the capacity to develop higher resistance, with larger strains, associated with the greater adherence of these fibers, while in concrete with micro-fibers the lower adherence causes resistance to decay more rapidly. A combination of both types of fibers has the effect of shifting the maximum tensile strength to higher strains, where the conventional reinforcing steel collaborates more to the tensile mechanism.

## 6. CONCLUSIONS

In this work has been developed a finite element model that has allowed the analysis of the shear behavior of ultra-high-performance fiber-reinforced concrete beams, without incurring the costs of laboratory tests, which is undoubtedly an aid in the investigation of their behavior, although it is not intended to dispense with such experimental models. Four types of ultra-high performance fiber-reinforced concretes have been modeled from experimental characterization based on previous work published by the authors. The improvement against shear forces of applying two types of steel fibers, mixed in three different proportions, has been quantified. The main conclusions derived from the study are as follows:

- The use of plain UHPFRC clearly showed an improvement of 132% in the maximum shear load with respect to conventional concrete.
- The finite element model results show a clear collaboration of the fibers in the tensile strength, which increases the ultimate shear loads between 39.5% and 48.9%, in comparison with the plain UHPFRC, and depending on the type of fiber.
- The highest maximum shear load was obtained with a 50% mixture of micro-fibers and macro-fibers (48.9%), although the greatest response in strains appears in the mixture with exclusive micro-fiber reinforcement.
- However, the lowest maximum shear load was obtained by the mixture only reinforced with macro-fibers because the number of fibers is lower in the matrix and, consequently, hinders the crack coalescence and propagation of a fewer number of cracks.

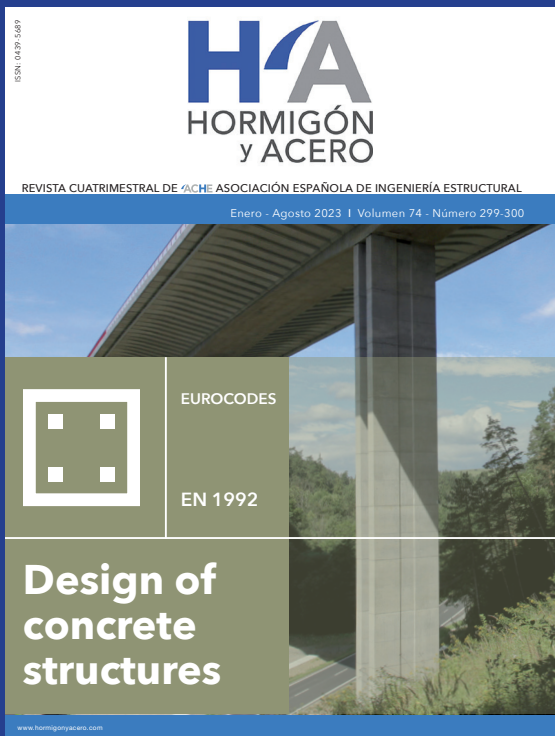
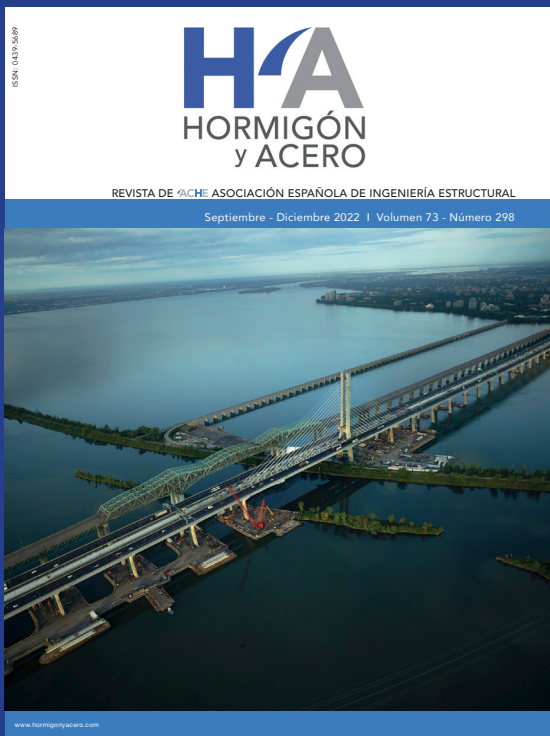
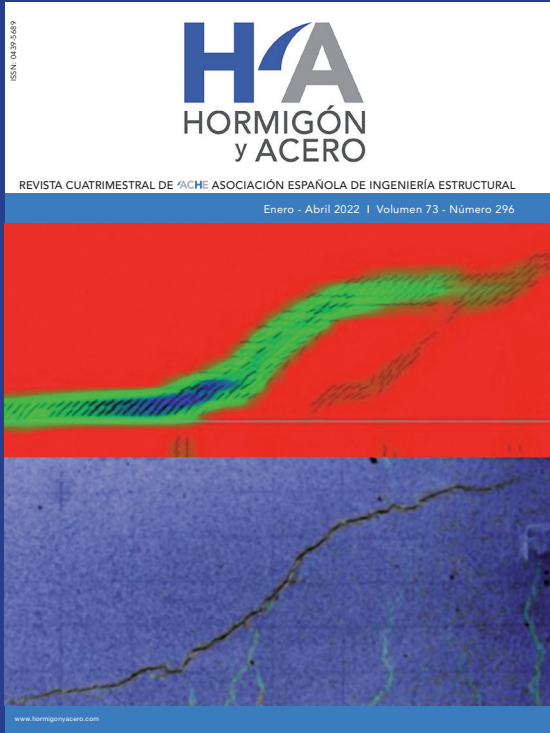
## Acknowledgements

The authors would like to thank Ana Carmona Arrebola for her collaboration in the preparation of the FE models. The authors also would like to acknowledge the financial support provided by the Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades under project PID2019-110928RB-C33.

## References

- [1] E. Poveda, G. Ruiz, H. Cifuentes, R.C. Yu, X. Zhang, Influence of the fiber content on the compressive low-cycle fatigue behavior of self-compacting SFRC, *Int. J. Fatigue*. 101 (2017) 9–17. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2017.04.005>.
- [2] C. Jiang, K. Fan, F. Wu, D. Chen, Experimental study on the mechanical properties and microstructure of chopped basalt fibre reinforced concrete, *Mater. Des.* 58 (2014) 187–193. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2014.01.056>.
- [3] K. Wille, A.E. Naman, G.J. Parra-Montesinos, Ultra - High Performance Concrete with Compressive Strength Exceeding 150 MPa (22ksi) : A Simpler Way, *ACI Mater. J.* (2011) 46–53.
- [4] B.A. Graybeal, Compressive Behavior of Ultra-High-Performance Fiber-Reinforced Concrete, *ACI Mater. J.* 104 (n.d.). <https://doi.org/10.14359/18577>.
- [5] R. Yu, P. Spiesz, H.J.H. Brouwers, Mix design and properties assessment of Ultra-High Performance Fibre Reinforced Concrete (UHPFRC), *Cem. Concr. Res.* 56 (2014) 29–39. <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2013.11.002>.
- [6] Comisión Permanente del Hormigón, EHE-08 : Instrucción de hormigón estructural, 2a ed, Ministerio de Fomento, Madrid., (2009).
- [7] C. de Publicaciones, Anejo 7 Recomendaciones para la utilización de hormigón con fibras Contenidos del anejo, in: M. y A.U./ G. de E. Ministerio de Transportes (Ed.), *Código Estructural*, 1st ed., (2021).
- [8] D. Beton, DBV-Merkblatt Stahlfaserbeton, Fassung Oktober., (2001).
- [9] Consiglio Nazionale delle Ricerche, CNR-DT 204 Istruzioni per la Progettazione, l'Esecuzione ed il Controllo di Strutture di Calcestruzzo Fibrorinforzato, (2008). <https://www.cnr.it/it/node/2624> (accessed November 5, 2019), (n.d.).
- [10] ACHE, Manual de Tecnología del Hormigón Reforzado con Fibras de Acero, Com. 2, Grup. Trab. 2/2 Hormigón Con Fibras. 2, (2000).
- [11] L. Van Hong Bui, P. Jongvivatsakul, P. Limpaninlachat, B. Stitmanathum, T.T. Nguyen, T.P. Nguyen, Simulation of shear behavior of corroded reinforced concrete beams flexurally repaired with steel fiber-reinforced concrete, *Structures*. 34 (2021) 1545–1559. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2021.08.087>.
- [12] M. Sagar Varma Sagi, C. Lakavath, S. Suriya Prakash, Effect of steel fibers on the shear behavior of Self-Compacting reinforced concrete deep Beams: An experimental investigation and analytical model, *Eng. Struct.* 269 (2022) 114802. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.114802>.
- [13] C. Cucchiara, L. La Mendola, M. Papia, Effectiveness of stirrups and steel fibres as shear reinforcement, *Cem. Concr. Compos.* 26 (2004) 777–786. <https://doi.org/10.1016/J.CEMCONCOMP.2003.07.001>.
- [14] A. Amin, S.J. Foster, Shear strength of steel fibre reinforced concrete beams with stirrups, *Eng. Struct.* 111 (2016) 323–332. <https://doi.org/10.1016/J.ENGSTRUCT.2015.12.026>.
- [15] C. Lakavath, S.S. Joshi, S.S. Prakash, Investigation of the effect of steel fibers on the shear crack-opening and crack-slip behavior of prestressed concrete beams using digital image correlation, *Eng. Struct.* 193 (2019) 28–42. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.05.030>.
- [16] H.H. Lee, Shear strength and behavior of steel fiber reinforced concrete columns under seismic loading, *Eng. Struct.* 29 (2007) 1253–1262. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2006.08.016>.
- [17] A.C.I. Committee, I.O. for Standardization, Building code requirements for structural concrete (ACI 318-08) and commentary, in: American Concrete Institute, (2008).
- [18] E. Guanabara, K. Ltda, E. Guanabara, K. Ltda, C. CEB-FIP, Model code 2010, Com. Euro-International Du Bet., 2010. <https://doi.org/10.35789/fib.BULL.0055>.

- [19] A. Amin, S. Foster, Numerical modelling of large scale steel-fibre-reinforced reinforced concrete beams failing in shear, in: 2017: pp. 161–170. <https://doi.org/10.35789/fib.BULL.0079.Ch16>.
- [20] Dassault Systèmes Simulia Corp., Abaqus, (2011).
- [21] J.D. Ríos, C. Leiva, M.P. Ariza, S. Seitl, H. Cifuentes, Analysis of the tensile fracture properties of ultra-high-strength fiber-reinforced concrete with different types of steel fibers by X-ray tomography, *Mater. Des.* 165 (2019) 107582. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2019.107582>.
- [22] V. Cervenka, J. Cervenka, R. Pukl, ATENA — A tool for engineering analysis of fracture in concrete, *Sadhana.* 27 (2002) 485–492. <https://doi.org/10.1007/BF02706996>.
- [23] J. Lubliner, J. Oliver, S. Oller, E. Oñate, A plastic-damage model for concrete, *Int. J. Solids Struct.* 25 (1989) 299–326. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0020-7683\(89\)90050-4](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0020-7683(89)90050-4).
- [24] L. Jeeho, F.G. L., Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures, *J. Eng. Mech.* 124 (1998) 892–900. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1998\)124:8\(892\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1998)124:8(892)).
- [25] A. Carmona Arrebola, Estudio comparativo del comportamiento a cortante de una viga de hormigón armado reforzada con fibras incluyendo su comportamiento plástico, *Trab. Fin Grado. ETS Ing. Univ. Sevilla. Tutor: Antonio Martínez de la Concha* (2019).
- [26] G. Ruiz, Á. de la Rosa, S. Wolf, E. Poveda, Model for the compressive stress-strain relationship of steel fiber-reinforced concrete for non-linear structural analysis, *Hormigón y Acero.* 69 (2018) 75–80. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.hya.2018.10.001>.



# IX CONGRESO DE

**ACHE** Asociación Española de  
Ingeniería Estructural

## CONGRESO INTERNACIONAL DE ESTRUCTURAS

Abierto el plazo para **envío de resúmenes**  
hasta el 30 de abril de 2024

# Granada

25, 26 y 27 de junio de 2025



[www.congresoache.com](http://www.congresoache.com)