

hormigón

**y ACERO**

nº 138

*ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO.*

*DECLARADA DE UTILIDAD PUBLICA CON FECHA 4-3-77*

*INSTITUTO EDUARDO TORROJA DE LA CONSTRUCCION Y DEL CEMENTO*

*COSTILLARES (CHAMARTIN). MADRID-33.*

## MIEMBROS PROTECTORES DE LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO

Dentro de nuestra Asociación existe una categoría, la de "Miembro Protector", a la que pueden acogerse, previo pago de la cuota especial al efecto establecida, todos los Miembros que voluntariamente lo soliciten. Hasta la fecha de cierre del presente número de la Revista, figuran inscritos en esta categoría de "Miembros Protectores" los que a continuación se indican, citados por orden alfabético.

- AGRUPACION DE FABRICANTES DE CEMENTO DE ESPAÑA.**— Velázquez, 23. Madrid-1.  
**AGUSTI, S.A.**— Carretera de Barcelona, 36. Gerona.  
**ALVI, S.A. (PREFABRICADOS ALBAJAR).**— Orense, 10. Madrid-20.  
**CAMARA' S.A.**— Paseo de San Vicente, 4. Valladolid.  
**CAMINOS Y PUERTOS, S.A.**— J. Lázaro Galdiano, 4. Madrid-16.  
**CARLOS FERNANDEZ CASADO, S.A.**— Grijalba, 9. Madrid-6.  
**CENTRO DE ESTUDIOS Y EXPERIMENTACION DE O.P. CENTRO BIBLIOGRAFICO.**— Alfonso XII, 3. Madrid-7.  
**CENTRO DE TRABAJOS TECNICOS, S.L.**— Aribau, 185. Barcelona-21.  
**DRAGADOS Y CONSTRUCCIONES, S.A.**— Avda. de América, 22. Madrid-2.  
**ELABORADOS METALICOS, S.A.**— Apartado 553, La Coruña.  
**ENTRECANALES Y TAVORA, S.A.**— Biblioteca. Juan de Mena, 8. Madrid-14.  
**E.T.S. INGENIEROS DE CAMINOS.**— Jorge Girona Salgado, 31. Barcelona-34.  
**FOMENTO DE OBRAS Y CONSTRUCCIONES, S.A.**— Balmes, 36. Barcelona-7.  
**FORJADOS DOMO.**— Hermosilla, 64. Madrid-1.  
**FRÉYSSINET, S.A.**— General Perón, 24. Madrid-20.  
**HEREDIA Y MORENO, S.A.**— Princesa, 3. Madrid-8.  
**HIDROELECTRICA DE CATALUÑA, S.A.**— Archs, 10. Barcelona-2.  
**HIFORCEM.**— Apartado, 41. Sevilla.  
**HORMIGONES GERONA, S.A.**— Ronda San Antonio María Claret, 12. Gerona.  
**INDUSTRIAS GALYCAS, S.A.**— Portal de Gamarra, 46. Vitoria.  
**INGENIERO JEFE DE LA SECCION DE PUENTES Y ESTRUCTURAS.**— Ministerio de O.P. y Urbanismo. Dirección General de Carreteras. Madrid-3.  
**INTECSA.**— Orense, 70. Madrid-20.  
**INTEMAC.**— Monte Esquinza, 30. Madrid-4.  
**JOSE ANTONIO TORROJA, OFICINA TECNICA.**— General Mola, 103, 10<sup>o</sup>. Madrid-6.  
**LABORATORIO CENTRAL DE ESTRUCTURAS Y MATERIALES.**— Alfonso XII, 3. Madrid-7.  
**MEDITERRANEA DE PREFABRICADOS, S.A.**— Apartado, 34. BENICARLO (Castellón).  
**NEXOR, S.A.**— Dato, 18 - 1<sup>o</sup>. Vitoria.  
**NUEVA MONTAÑA QUIJANO, S.A.**— Fábrica de Forjas de Buelna. LOS CORRALES DE BUELNA (Santander).  
**PACADAR, S.A.**— Hermosilla, 57. Madrid-1.  
**PRELOAD SISTEMAS, S.A.**— Avenida del Generalísimo, 30. Madrid-16.  
**PRENSOLAND, S.A.**— Calle Industria, s/n. SAN MARTIN DE CENTELLAS (Barcelona).  
**PROCEDIMIENTOS BARREDO.**— Raimundo Fernández Villaverde, 45. Madrid-3.  
**S.A.E. BBR.**— Polígono Industrial Barcelonés. Calle Carrero Blanco, s/n. ABRERA (Barcelona).  
**S.A. ECHEVARRIA.**— Apartado, 46. Bilbao-8.  
**TECNICAS DEL PRETENSADO, S.A. (TECPRESA).**— Velázquez, 105. Madrid-6.  
**TRENZAS Y CABLES DE ACERO, S.A.**— Monturiol, 5. SANTA MARIA DE BARBARA (Barcelona).

La Asociación Técnica Española del Pretensado se complace en expresar públicamente su agradecimiento a las empresas citadas, por la valiosa ayuda que le prestan, con su especial aportación económica, para el desenvolvimiento de los fines que tiene encomendados.

## Nueva Publicación

### Cálculo, construcción y patología de forjados de edificación

Por J. CALAVERA  
Dr. Ingeniero de Caminos

A pesar de ser el forjado una estructura tan usual y de tan variadas características técnicas, es realmente escasa la bibliografía sobre el mismo. Acaba de aparecer el libro "CALCULO, CONSTRUCCION Y PATOLOGIA DE FORJADOS DE EDIFICACION" por el Dr. Ingeniero de Caminos J. CALAVERA, que aborda el tema de forma completa. En cuanto al cálculo, estudia con rigor y profundidad tanto los aspectos de diseño como los de cálculo propiamente dichos en los diferentes tipos de forjado. Deben destacarse en este aspecto dos novedades importantes: Una la adecuación del libro a las Instrucciones EH-80 y EP-80, aunque en múltiples aspectos el Autor sugiere métodos alternativos. La segunda novedad es el cuidadoso estudio de los Detalles Constructivos, analizando los acoplamientos de los diferentes tipos de forjado con las diversas clases de estructuras (muros portantes, jácenas, vigas planas, estructuras metálicas, etc.).

La preocupación por el Proceso Constructivo es constante en todo el libro y debe quizá destacarse el detallado estudio de las reglas de descimbrado, el estudio de los procesos de cimbrado y recimbrado y las tablas para el cálculo de la transmisión de cargas cuando se cimbran plantas consecutivas. Finalmente el libro contiene un amplio capítulo de Patología donde se ordenan y clasifican los tipos de accidentes más frecuentes en este tipo de construcción.

La experiencia de J. CALAVERA como proyectista, especialista en Control de Calidad, y su dedicación a los temas de investigación en laboratorio y patología, creemos que le han permitido redactar un libro de extraordinaria actualidad e interés sobre el tema.

El libro es distribuído directamente por el INSTITUTO TECNICO DE MATERIALES Y CONSTRUCCIONES (INTEMAC), Monte Esquinza, 30 - MADRID-4. Tno: 410 51 58.

# *hormigón y acero*

*n.º 138*

1<sup>er</sup> trimestre, 1981

## CUOTAS ANUALES

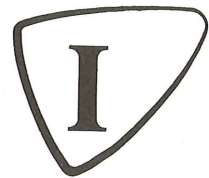
CATEGORIAS	ESPAÑA	EXTRANJERO
Miembros "Personales" (personas naturales) .....	2.000,- ptas.	40,- dólares
Miembros "Colectivos" (personas jurídicas) .....	5.000,- ptas.	100,- dólares
Miembros "Protectores" (personas naturales o jurídicas que deseen prestar una ayuda económica especial a la A.T.E.P.) .....	10.000,- ptas.	200,- dólares

Ni la Asociación ni el Instituto, una de cuyas finalidades es divulgar los trabajos de investigación sobre la construcción y sus materiales, se hacen responsables del contenido de ningún artículo y el hecho de que patrocinen su difusión no implica, en modo alguno, conformidad con la tesis expuesta.

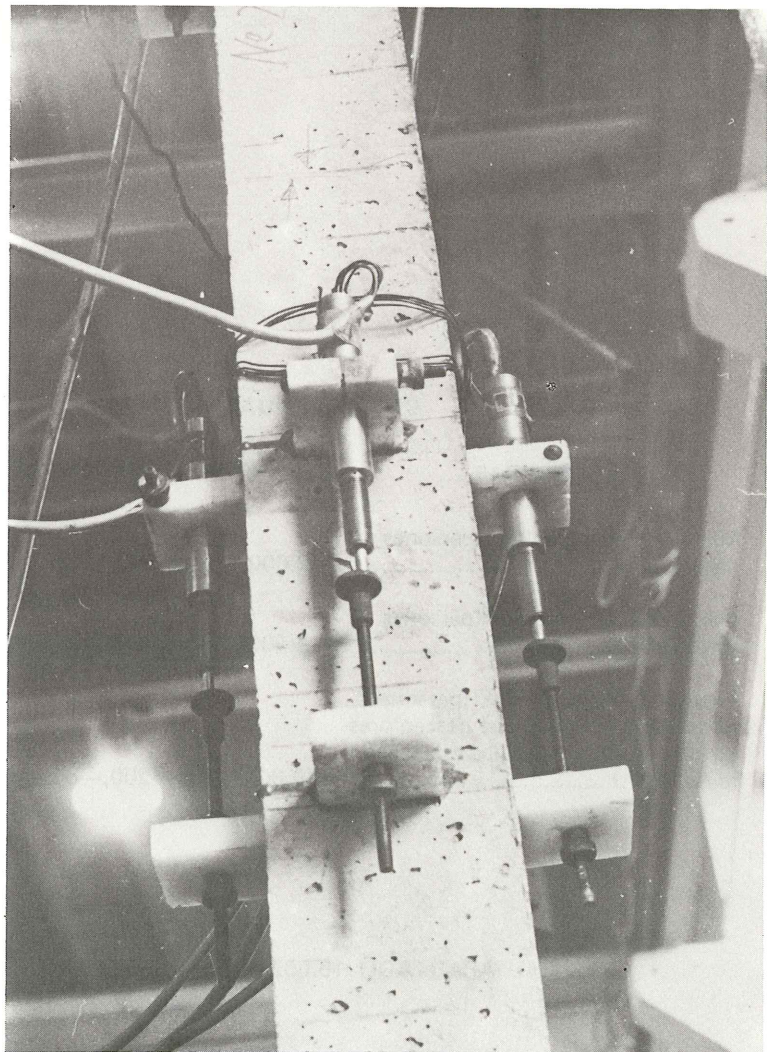
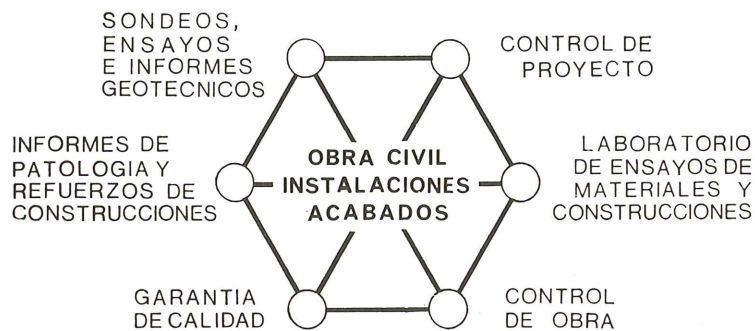
De acuerdo con las disposiciones vigentes, deberá mencionarse el nombre de esta Revista en toda reproducción de los trabajos insertos en la misma.

APARTADO 19.002 - COSTILLARES - CHAMARTIN - MADRID - 33

# INTEMAC



INSTITUTO TECNICO DE MATERIALES Y CONSTRUCCIONES



Detalle de montaje de  
captadores inductivos de desplazamientos  
para un ensayo a compresión de  
pilar de hormigón armado.

## MADRID

### Oficinas:

Monte Esquinza, 30 - 4.ª D  
Tels. (91) 410 51 58/62/66

### Laboratorio

Carretera de Loeches, 7  
TORREJON DE ARDOZ  
Tels. 675 31 00/04/08

## BARCELONA

Pasaje Busquets, 37  
CORNELLA DE LLOBREGAT  
Tels. (93) 377 43 58/62

## SANTANDER

Félix Apellániz, 11  
TORRELAVEGA  
Tel. (942) 89 02 01

Comité de Redacción  
de la Revista  
Hormigón y Acero

ARENAS, Juan José  
AROCA, Ricardo  
BARREDO, Carlos  
CUVILLO, Ramón del  
CHUECA, Rafael  
ELICES, Manuel  
FERNANDEZ TROYANO, Leonardo  
FERNANDEZ VILLALTA, Manuel  
FISAC, Miguel  
JODAR, Juan  
JULIA, Manuel  
LLOMBART, José Antonio  
MANTEROLA, Francisco Javier  
MONEO, Mariano  
MORENO TORRES, Juan  
PIÑEIRO, Rafael  
ROMERO, Rafael  
SANCHEZ CASTRO, Carlos  
SANCHEZ GALVEZ, Vicente

# hormigón y acero

n. 138

## índice

	Pág.
	<hr/>
	9
	21
	51

**Informe resumido de las actividades desarrolladas por la Asociación Técnica Española del Pretensado durante el año 1980** . . . . .

Compte rendu de l'activité de l'Association Technique Espagnole de la Précontrainte au cours de 1980.

Short report on the activity of the Spanish Technical Association of Prestressing during 1980.

*R. Piñeiro.*

**457-0-71 Cálculo del estado tensional inicial en las vigas de hormigón pretensadas por adherencia** . . . . .

Calcul de l'état tensional initial sur les poutres en béton précontraintes par adhérence.

Computation of initial strain condition in concrete beams prestressed by bonding.

*J.J. Arenas de Pablo.*

**591-2-159 Estudio sobre tableros de puentes. Parte 1ª. Tableros de vigas** . . . . .

Etude sur les tabliers des ponts. 1ère Partie.

Tabliers construits par des poutres.

Bridge deck study. Part I. Beam decks.

*Javier Manterola Armisen.*

## **Homologación del sello de conformidad "Cietán" para viguetas de hormigón pretensado**

En el B.O. del E. n<sup>o</sup> 41, del 17 de febrero de 1981, se publica una orden del Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo, cuyo texto se reproduce literalmente a continuación:

3804 Orden de 20 de enero de 1981 por la que se homologa el Sello de Conformidad CIE-TAN, para viguetas de hormigón pretensado.

Ilmo. Sr.: Por el Presidente de la Comisión del Sello "C.I.E.T.A.N." ha sido solicitada la homologación de dicho Sello de Conformidad, de acuerdo con la Orden de 12 de diciembre de 1977, sobre homologación de marcas o sellos de calidad o de conformidad de materiales y equipos utilizados en la edificación.

A la vista de la documentación presentada y con los informes previos que se han considerado oportunos,

Este Ministerio, a propuesta de la Dirección General de Arquitectura y Vivienda, ha tenido a bien disponer:

Artículo 1.—Se concede la homologación del Sello de Conformidad "C.I.E.T.A.N." para viguetas de hormigón pretensado.

Lo que comunico a V.I. para su conocimiento y efecto.

Madrid 20 de enero de 1981.

SANCHO ROF

Ilmo. Sr. Director General de Arquitectura y Vivienda.

La publicación de esta Orden Ministerial, estamos seguros que habrá de constituir un motivo de satisfacción para todos aquéllos, fabricantes o consumidores, que de un modo u otro están relacionados con la prefabricación de viguetas de hormigón pretensado.

Era este un objetivo por el que se venía luchando desde hace años, con el objeto de clarificar el mercado de este tipo de viguetas.

La industria de fabricación de viguetas de hormigón pretensado estaba atravesando unos momentos difíciles debido a una serie de factores adversos que afectaban muy directamente a la calidad y prestigio de sus prefabricados.

Si, como es lógico esperar, con esta homologación se consigue que el usuario pueda saber, en todo momento, cuáles son los productos que poseen una calidad debidamente controlada y cuáles no, se habrá logrado normalizar uno de los mercados más conflictivos dentro de la, por desgracia, tan maltratada actividad constructiva de nuestro país.

RELACION DE EMPRESAS QUE EN LA FECHA DE CIERRE DEL PRESENTE NUMERO,  
FIGURAN INSCRITAS EN LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO,  
COMO "MIEMBROS COLECTIVOS"

ESPAÑA

AGROMAN, S.A.— Madrid.  
ALBISA, S.A.— Algeciras (Cádiz).  
ARIDOS LIGEROS, S.A.— Madrid.  
AUTOPISTAS DEL ATLANTICO-CESA.— La Coruña.  
AUTOPISTAS, CONCESIONARIA ESPAÑOLA, S.A.— Barcelona.  
AZMA, S.A.— Madrid.  
BIGUETES, S.L.— Elche (Alicante).  
BUTSEMS, S.A.— Madrid.  
CAMARA OFICIAL DE COMERCIO, INDUSTRIA Y NAVEGACION.— Barcelona.  
CASTRO HERMANOS, S.L.— Mislata (Valencia).  
CASTRO MATELO, V., S.A.— Sigüeiro (La Coruña).  
CATEDRA DE CONSTRUCCION II DE LA ESCUELA TECNICA DE INGENIEROS  
AGRONOMOS.— Córdoba.  
CEMENTOS MOLINS, S.A.— Sant Vicenc dels Horts (Barcelona).  
CENTRO DE ESTUDIOS CEAC.— Barcelona.  
CIMENTACIONES ESPECIALES, S.A.— Madrid.  
COLEGIO DE INGENIEROS DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS.— Madrid.  
COLEGIO DE INGENIEROS TECNICOS DE OBRAS PUBLICAS.— Madrid.  
COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES.— La Coruña.  
COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TECNICOS.— Gerona.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE ARAGON. SECCION BIBLIOTECA.— Za-  
ragoza.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE CANARIAS. DEPARTAMENTO LABORA-  
TORIOS. Sta. Cruz de Tenerife.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE CATALUÑA.— Barcelona.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE MADRID. BIBLIOTECA.— Madrid.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS VASCO-NAVARRO.— Bilbao.  
COLEGIO OFICIAL DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS.— Málaga.  
CONSTRUCCIONES BIGAR, S.L.— Aranda de Dueño (Burgos).  
CONSTRUCCIONES Y CONTRATAS, S.A.— Madrid.  
CONSTRUCCIONES LLABRES FELIU, S.A.— Palma de Mallorca (Baleares).  
CONTROLEX.— Alicante.  
COTESA, COLOCACIONES TECNICAS, S.A.— Barcelona.  
CUBIERTAS M.Z.O.V., S.A.— Barcelona.  
CUBIERTAS M.Z.O.V., S.A.— Madrid.  
CUMBRE MODULAR, S.A.— Barcelona.  
DIRECCION GENERAL FORTIFICACIONES Y OBRAS. MINISTERIO DEL EJERCITO.—  
Madrid.  
DITECO, S.L.— Valencia.  
ELABORADOS DE HORMIGON, S.A.— Burgos.



ELEMENTOS ESTRUCTURALES PREFABRICADOS (EEPSA).— Manresa (Barcelona).  
EMPRESA AUXILIAR DE LA INDUSTRIA (AUXINI).— Madrid.  
ENAGA, S.A.— Pozuelo de Alarcón (Madrid).  
ESTEBAN ORBEGOZO, S.A.— Zumárraga (Guipúzcoa).  
ESTUDIO PREST.— Barcelona.  
ESTUDIOS Y PROYECTOS TECNICOS INDUSTRIALES, S.A.— Madrid.  
E.T.S. DE ARQUITECTURA.— Barcelona;  
E.T.S. DE ARQUITECTURA.— Sevilla.  
EUROESTUDIOS, S.A.— Madrid.  
FEDERACION NACIONAL DE ENTIDADES EMPRESARIALES DE DERIVADOS DEL  
CEMENTO (ANDECE).— Madrid.  
FERNANDEZ CONSTRUCTOR, S.A.— Madrid.  
FORJADOS DOL.— Esquivias (Toledo).  
FORJAS Y ALAMBRES DEL CADAGUA.— Erandio (Bilbao).  
GIJON E HIJOS, S.A.— Motril (Granada).  
GOMHERSA.— Talavera de la Reina (Toledo).  
HERRING LEVANTE, S.A.— Valencia.  
HIDAQUE, S.A.— Granada.  
HORMIGONES GERONA, S.A.— Gerona.  
HORMYCER, S.L.— Madrid.  
HORSA, S.A.— Viladecans (Barcelona).  
HUARTE Y CIA, S.A.— Madrid.  
IBERDUERO, S.A.— Bilbao.  
IBERDUERO, S.A. (CENTRO DE DOCUMENTACION).— Bilbao.  
IBERTECNICA, S.A.— Madrid.  
IDASA, INGENIERIA DEL ATLANTICO, S.A.— La Coruña.  
INBADELCA, S.A.— Baracaldo (Vizcaya).  
INDUSTRIAS VEYGA, S.A.— Tarrasa (Barcelona).  
INFORMES Y PROYECTOS, S.A. (INYSA).— Madrid.  
INGENIERIA Y CONSTRUCCIONES SALA AMAT, S.A.— Barcelona.  
INSTITUTO NACIONAL DE EMPLEO Y PROMOCION SOCIAL. SECCION ASUNTOS  
GENERALES (SEAF-PPO).— Madrid.  
INSTITUTO NACIONAL DE REFORMA Y DESARROLLO AGRARIO.— Madrid.  
JEFATURA PROVINCIAL DE CARRETERAS.— Valencia.  
3ª JEFATURA REGIONAL DE CARRETERAS. SERVICIO DE CONSTRUCCION.— Bilbao.  
5ª JEFATURA REGIONAL DE CARRETERAS.— Barcelona.  
JULIAN ARUMI, S.L.— Vich (Barcelona).  
JUNTA DEL PUERTO DE ALMERIA.— Almería.  
LA AUXILIAR DE LA CONSTRUCCION.— Sta. Cruz de Tenerife.  
LABORATORIO DE INGENIEROS DEL EJERCITO.— Madrid.  
LABORATORIO GEOCISA. BIBLIOTECA.— Coslada (Madrid).  
LABORATORIO DEL TRANSPORTE Y MECANICA DEL SUELO.— Madrid.  
LAING IBERICA, S.A.— Madrid.  
LIBRERIA RUBIÑOS.— Madrid.  
LUIS BATALLA, S.A. (LUBASA).— Castellón de la Plana.  
MAHEMA, S.A.— Granollers (Barcelona).  
MATERIALES Y TUBOS BONNA, S.A.— Madrid.  
MATUBO, S.A.— Madrid.  
MECANOGUMBA, S.A.— Mollet del Vallés (Barcelona).  
NUEVA CERAMICA CAMPO.— Lendo-Laracha (La Coruña).  
OTEP INTERNACIONAL, S.A.— Madrid.

POSTELECTRICA, S.A.— Palencia.  
 POSTENSA, S.A.— Bilbao.  
 PRAINSA.— Zaragoza.  
 PREBETONG CANARIA, S.A.— Sta. Cruz de Tenerife.  
 PREFABRICADOS ALAVESES, S.A. (PREASA).— Vitoria.  
 PREFABRICADOS DEL CEMENTO, S.A. (PRECESA).— León.  
 PREFABRICADOS DEL HORMIGON, S.A. (CUPRE-SAPRE).— Valladolid.  
 PREFABRICADOS NAVARROS, S.A.— Olazagutia (Navarra).  
 PREFABRICADOS POUSA, S.A.— Santa Perpetua de Moguda (Barcelona).  
 PRETENSADOS AEDIUM, S.L.— Mutilva Baja (Navarra).  
 PRODUCTOS DERIVADOS DEL CEMENTO, S.A. HORTE.— Valladolid.  
 PROFESA.— Barcelona.  
 PROTEC, S.L.— Gijón (Oviedo).  
 REALIZACIONES Y ESTUDIOS DE INGENIERIA, S.A.— Pinto (Madrid).  
 RENFE (Madrid).  
 RUBIERA, CENTRO TECNICO DE CALCULO, S.A. CETERSA.— Gijón (Oviedo).  
 RUBIERA MAHER, S.A.— Las Palmas de Gran Canaria.  
 RUBIERA PREFLEX, S.A.— Gijón (Oviedo).  
 RUBIERA R.L.M. "SOTECSA".— Gijón (Oviedo).  
 SAINCE.— Madrid.  
 SENER, S.A.— Las Arenas (Vizcaya).  
 SERVICIO MILITAR DE CONSTRUCCIONES.— Barcelona.  
 SIKA, S.A.— Madrid.  
 SOCIEDAD ANONIMA ESPAÑOLA TUBO FABREGA.— Madrid.  
 SOCIEDAD ANONIMA FERROVIAL.— Madrid.  
 SOCIEDAD ANONIMA MATERIALES Y OBRAS.— Valencia.  
 SPANDECK CATALANA, S.A.— Barcelona.  
 SUBDIRECCION GENERAL DE EDIFICACION. SECCION DE NORMATIVA (MOPU).—  
 Madrid.  
 SUBDIRECCION GENERAL DE ESTUDIOS ECONOMICOS Y TECNOLOGIA (MOPU).—  
 Madrid.  
 TEJERIAS "LA COVADONGA".— Muriedas de Camargo (Santander).  
 TEPESA.— Tarrasa (Barcelona).  
 TOSAM, S.L.— Segovia.  
 TUBERIAS Y PREFABRICADOS, S.A. (TYPASA).— Madrid.  
 TUBOS BORONDO.— Madrid.  
 VALLEHERMOSO, S.A.— Madrid.  
 VALLEHERMOSO, S.A.— San Juan de Aznalfarache (Sevilla).  
 VIAS Y OBRAS PROVINCIALES.— San Sebastián.  
 VIGAS REMARRO.— Motril (Granada).  
 VIGUETAS ASTURIAS, S.A.— Oviedo.

#### EXTRANJERO

ASOCIACION DE FABRICANTES DE CEMENTO PORTLAND DEL URUGUAY.—  
 Montevideo (Uruguay).  
 BIBLIOTECA DE LA FACULTAD DE INGENIERIA. UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES  
 Buenos Aires (Argentina).

BIBLIOTECA-UNIVERSIDAD CATOLICA.— Quito (Ecuador).  
CONSULAR. CONSULTORES ARGENTINOS ASOCIADOS.— Buenos Aires (Argentina).  
CONSULBAIRES.— Buenos Aires (Argentina).  
COPERCO.— Mendoza (Argentina).  
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS E INGENIERIA.— Rosario (Argentina).  
FACULTAD DE INGENIERIA. BIBLIOTECA.— Caracas (Venezuela).  
INSTITUTO NACIONAL DE TECNOLOGIA. CENTRO DE INVESTIGACION DOCUMENTARIA.— Buenos Aires (Argentina).  
INSTITUTO DE PESQUISAS TECNOLOGICAS.— Sao Paulo (Brasil).  
LABORATORIO DE ENGENHARIA DE ANGOLA.— Luanda (Rep. P. de Angola).  
LABORATORIO DE ENGENHARIA DE MOÇAMBIQUE.— Maputo. Moçambique (Africa Oriental).  
LIBRERIA LA PRENSA CATOLICA.— Quito (Ecuador).  
R.S.W. "PRASA-KSIAZKA-RUCH.— 00-958. Warszawa (Polonia).  
SCIENCE REFERENCE LIBRARY.— Londres (Inglaterra).  
SOCIEDAD HORMIGON ARMADO PRETENSADO (S.H.A.P., S.A.).— Pilar. Provincia de Buenos Aires (Argentina).  
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES. FACULTAD DE INGENIERIA.— Mérida (Venezuela).  
UNIVERSIDAD CATOLICA MADRE Y MAESTRA.— Santiago de los Caballeros (República Dominicana).  
UNIVERSIDAD DE CHILE. DEPARTAMENTO DE TECNOLOGIAS.— Valparaiso (Chile).  
UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO. BIBLIOTECA.— Mayaguez (Puerto Rico).  
UNIVERSIDAD TECNICA FEDERICO SANTAMARIA.— Valparaiso (Chile).

### AVISO IMPORTANTE

#### DISCUSION DE LOS ARTICULOS ORIGINALES PUBLICADOS EN LA REVISTA "HORMIGON Y ACERO"

Todos los artículos originales que se publican en "Hormigón y Acero", quedan sometidos a discusión y al comentario de nuestros lectores. La discusión debe limitarse al campo de aplicación del artículo, y ser breve (cuatro páginas mecanografiadas a doble espacio, como máximo, incluyendo figuras y tablas).

Debe tratarse de una verdadera discusión del trabajo publicado y no ser una ampliación o un nuevo artículo sobre el mismo tema; el cual será siempre aceptado para su publicación en nuestra Revista, pero con tal carácter.

Debe ofrecer un interés general para los lectores. De no ser así, se trasladará al autor del artículo al que se refiera, para que la conteste particularmente.

Los comentarios deben enviarse, por duplicado, a la Secretaría de la A.T.E.P., Apartado 19.002, Madrid-33, dentro del plazo de tres meses contados a partir de la fecha de distribución de la Revista.

El autor del artículo cerrará la discusión contestando todos y cada uno de los comentarios recibidos.

Los textos, tanto de las discusiones y comentarios como de las contestaciones de los autores de los correspondientes artículos, se publicarán conjuntamente en una Sección especial que aparecerá en las últimas páginas de la Revista.

# Informe resumido de las actividades desarrolladas por la Asociación Técnica Española del Pretensado durante el año 1980

Por: R. Piñeiro  
Vocal Secretario de la ATEP

Cuando al hacer el resumen de las actividades desarrolladas por nuestra Asociación durante el año 1979, al exponer lo que dicho año había sido para la ATEP, decíamos que, para utilizar una sola palabra, debíamos de calificarlo como "difícil", no quisimos que se nos tachase de pesimistas y terminábamos el párrafo con la siguiente frase: "Pero en fin; seamos optimistas y confiemos en que 1980 habrá de ser más propicio y en que a lo largo de él podrán irse solucionando los problemas que ahora nos agobian".

Lamentablemente, nuestras esperanzas resultaron fallidas y, como consecuencia, al iniciar ahora este informe sobre el año que acaba de finalizar, para definir lo que 1980 ha sido, forzosamente hemos de recurrir a la tan característica frase del mundo circense, al "más difícil todavía". Porque, efectivamente, así ha sido. Los problemas que entonces nos agobiaban no sólo no se han solucionado sino que, por el contrario se han agudizado y a los entonces existentes han venido a sumarse otros nuevos; con lo que la situación se ha agravado.

Pero no merece la pena insistir en el tema. Las cosas son como son y no siempre como quisiéramos que fuesen; y así hay que admitirlas. Lo que hace falta es no perder el ánimo ni la ilusión y procurar por todos los medios a nuestro alcance y poniendo en ello nuestro máximo interés sin regatear esfuerzos, mantener vivas nuestras esperanzas y, con los medios en cada momento disponibles, continuar desarrollando, lo mejor que sepamos y en la medida de lo posible, la labor que tenemos encomendada.

Siempre se ha dicho que la adversidad es el mejor banco de pruebas de la firmeza de nuestros ideales y de nuestros propósitos. Sería una grave irresponsabilidad imperdonable jugar al avestruz y desconocer las dificultades presentes; pero hay que erradicar el desaliento y poner todo el empeño preciso para superar el bache. Cada cual debe desempeñar su labor lo mejor posible dentro del campo que le corresponde; y en este esfuerzo debemos participar todos, pues a todos nos afectan por igual los problemas. Debemos confiar, porque desesperar es una cobardía. Hay que saber responder al desafío de las circunstancias con la suficiente imaginación para encontrar la mejor solución a los actuales problemas, dentro de lo que la situación real permita.

En pocas palabras, ésta ha sido la filosofía adoptada por nuestra Asociación como norma general de conducta, a lo largo de su ya dilatada vida y, especialmente, durante el año que ahora se comenta. Hemos sufrido nuevas contrariedades; hemos tenido nuevas bajas lamentables ocasionadas por insuperables dificultades económicas de algunos de nuestros Miembros Asociados; se nos han suprimido subvenciones y ayudas económicas que se nos venían prestando desde nuestra fundación hace más de treinta años; y, además, sin aviso previo que nos hubiese permitido adoptar las consecuentes medidas, con la suficiente antelación.

Pero a pesar de todo ello hemos podido seguir adelante cumpliendo con el mayor decoro nuestro programa de actividades, sin tener que abandonar las que consideramos fundamentales y con la mínima reducción de aquellas otras que, sin llegar a fundamentales, consideramos del mayor interés para los objetivos que nuestra Asociación se ha marcado. ¿Que cómo ha sido posible? Pues sencillamente, como siempre ha ocurrido en casos análogos, gracias a la unión, comprensión y máxima colaboración de cuantos integran la A.T.E.P. Son ya muchos los años de experiencia que tiene la Asociación y, a lo largo de ellos, muchas también y muy diversas las situaciones por las que ha atravesado y, naturalmente, no todas favorables. Y todos los momentos difíciles que hemos pasado han sido superados gracias al magnífico espíritu de cuantos voluntariamente se encuentran agrupados en la A.T.E.P. para cumplir una misión que todos consideramos importante y, en consecuencia, merecedora de los sacrificios que cada circunstancia exija.

La prueba de que cuanto queda más o menos bien expuesto (más bien menos que más) no son sólo palabras sino realidades, la encontrará el que posea la paciencia y suficiente fuerza de voluntad para seguir leyendo el resumen de actividades que a continuación se incluye.

Pero antes queremos destacar algunas de las novedades más importantes que en estos últimos doce meses se han producido.

Como consecuencia de las dificultades económicas a que antes hemos aludido, se hizo preciso adoptar algunas impopulares medidas, que lamentamos pero que habrá de permitirnos paliar, aunque sólo sea en forma muy limitada, tales dificultades. La primera y más importante ha sido la supresión de la categoría de "Miembro Personal Adherido" que veníamos manteniendo como deferencia a aquellas personas naturales que, además de estar inscritas en nuestra Asociación, eran también Socios Adheridos del Instituto Eduardo Torroja. Al suprimirse esta categoría, cuantos en ella figuraban han pasado a la categoría de "Miembro Personal" con el correspondiente aumento de cuota. De cualquier forma hay que tener en cuenta que la cantidad de dos mil pesetas que actualmente abonan como cuota anual los Miembros Personales es totalmente ridícula y apenas cubre los gastos de edición de los cuatro números de la revista "Hormigón y Acero" que, con carácter gratuito, se les envían cada año. Es indudable que, para el futuro, habrá que actualizar estas cuotas.

Como contrapartida a esta noticia queremos destacar la comprensión con que ha sido acogida por los afectados por ella. Cuando se les anunció el acuerdo adoptado, solamente menos del 5 por 100 han escrito solicitando su baja en la Asociación y aún éstos, en la mayoría de los casos, aclaran que su decisión no se debe al aumento de la cuota, medida que encuentran plenamente justificada, sino a que, por haber dejado de desarrollar sus actividades en el campo del pretensado, por el momento no les interesa mantener su inscripción en la A.T.E.P. De cualquier forma, el porcentaje de bajas debe considerarse como muy satisfactorio.

Y dentro de este mismo capítulo de restricciones cabe señalar también que ha sido necesario restringir el número de ejemplares de la revista que, con carácter gratuito, se venían enviando a diversos Organismos y Centros oficiales. Y también en este caso, con la natural satisfacción, tenemos que mencionar la favorable respuesta obtenida, ya que a nuestra comunicación notificándoles que no nos era posible continuar remitiéndoles gratuitamente la revista, han sido varios los que nos contestaron solicitando su inscripción en la A.T.E.P. mediante el pago de la correspondiente cuota. Todos estos son, si queréis, pequeños detalles. Pero para nosotros tienen una gran importancia, como prueba del prestigio que ha alcanzado la A.T.E.P. y de la favorable acogida que tienen nuestras actividades.

En otro orden de cosas, merece comentarse la entrada en vigor, con carácter obligatorio, de la "Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón pretensado".

Por Real Decreto 1789/1980, de 14 de abril del pasado año, publicado en el B.O. del E. núm. 216, del 8 de septiembre, se aprueban algunas modificaciones a la antigua E.P.- 77 y se decreta su entrada en vigor, como obligatoria, con la designación de E.P.- 80.

No parece necesario insistir en la importancia y trascendencia de este Decreto para la técnica del pretensado. Resulta evidente. Consciente de ello, la A.T.E.P., solicitadas y obtenidas las preceptivas autorizaciones, publicó en el núm. 137 de su revista, el texto íntegro del Decreto antes aludido para información y general conocimiento de todos sus Asociados.

Además, y con el objeto de hacer posible que cuantos estuviesen interesados en el tema pudiesen exponer sus sugerencias en relación con el texto aprobado, plantear consultas y solicitar aclaraciones, se decidió organizar una Mesa Redonda, con el carácter de coloquios abiertos, sobre la Instrucción E.P.- 80. Estas reuniones, que cuando estas líneas salgan a la luz ya se habrán celebrado, están programadas para tres lunes consecutivos, los días 23 de febrero y 2 y 9 de marzo, de 6 a 9 de la tarde, en los locales del Instituto Eduardo Torroja. A ellas asistirán los Miembros de la Comisión Permanente del Hormigón del M.O.P.U., y los Colaboradores que, en su calidad de expertos, han intervenido en la redacción de dicha Instrucción, y que serán los encargados de contestar las preguntas que se formulen y aclarar las dudas que se planteen. Se espera que, dado el interés del tema, la asistencia sea muy numerosa; que de los coloquios se puedan obtener provechosos frutos para una mejor y más consciente aplicación de la E.P.- 80 y que, incluso, las sugerencias que se hagan contribuyan a perfeccionar el texto actualmente en vigor, al ser recogidas en futuras revisiones. Pero ya tendremos ocasión de sacar conclusiones una vez celebrada la Mesa Redonda.

Como consecuencia de la entrada en vigor de la nueva Instrucción, ha sido preciso modificar también la normativa existente en relación con las fábricas de viguetas. Las disposiciones dictadas sobre el particular en 1966 han sido derogadas y, en su sustitución, la Presidencia del Gobierno ha publicado el Real Decreto 1630/1980, de 18 de julio del pasado año, (B.O. del E. núm. 190, del 8 de agosto de 1980) en el que se incluyen las normas a las que debe ajustarse la fabricación de elementos resistentes para pisos y cubiertas.

Según se indica en dicho Decreto, el mismo ha de completarse con las disposiciones oportunas de los Ministerios de Obras Públicas y Urbanismo, y de Industria y Energía, en relación con la documentación que debe presentarse para obtener la preceptiva "Autorización de uso", los nuevos modelos de fichas técnicas, los ensayos que tienen que realizar las fábricas, etc.

Análogas modificaciones ha habido que introducir también en la normativa del Sello de Conformidad CIETAN para viguetas pretensadas, Sello cuya homologación por el MOPU es, en estos momentos, inminente. (Es muy probable que, cuando esto se publique, ya esté homologado).

Y pasemos ya a la enumeración resumida de las más importantes actividades desarrolladas por la A.T.E.P. durante el pasado año 1980.

## 1. REUNIONES PUBLICAS ORGANIZADAS POR LA ASOCIACION

A pesar de las dificultades ya comentadas, ésta ha sido una de las actividades que, por considerarla fundamental, nos hemos esforzado en mantener. Con la celebración de estos actos públicos así como con la publicación de "Hormigón y Acero", mantenemos vivo el necesario contacto entre nuestros Asociados y cumplimos uno de nuestros fines estatutarios que nos exige procurar la mejor y más amplia información posible, para los Miembros de la A.T.E.P., sobre los distintos problemas que de un modo u otro afectan a la técnica del pretensado, y sobre las novedades que se vayan produciendo en este campo.

A lo largo del pasado año se pronunciaron las tres conferencias siguientes:



*Sr. Vives*

**13 de marzo**

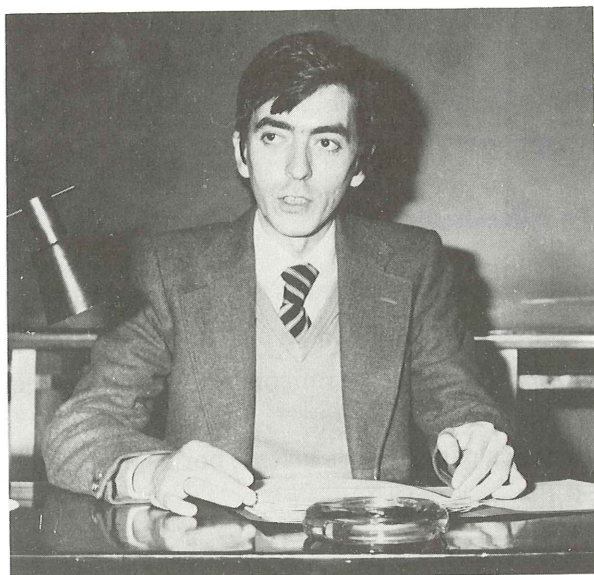
D. Alberto Vives, Ingeniero Civil de la Dirección de Obras de la Central Nuclear de Ascó, desarrolló el tema "El hormigón pretensado en centrales nucleares, y su normativa". El numeroso público que asistió al acto, siguió con gran interés la exposición del Sr. Vives, que fue ilustrada con la proyección de numerosas diapositivas. Al final se entabló un animado coloquio y el conferenciante fue muy aplaudido. El texto de esta conferencia se publicó en el número 135 de "Hormigón y Acero".



*Sr. Arenas*

**29 de mayo**

En este día, el Prof. Dr. Ingeniero de Caminos D. Juan José Arenas pronunció una conferencia sobre el tema: "Estado límite de inestabilidad en soportes de hormigón". A pesar de lo especializado del tema, la concurrencia fue muy numerosa y siguió con la máxima atención la magnífica exposición que hizo el Sr. Arenas. Al término de esta intervención, se abrió un amplio coloquio durante el cual fueron solicitadas al conferenciante algunas aclaraciones y se le formularon diversas preguntas que fueron cumplidamente contestadas.



*Sr. Aparicio*

**27 de noviembre**

El Dr. Ingeniero de Caminos D. Angel C. Aparicio, en un acto celebrado el 27 de noviembre, se ocupó del tema: "Evolución hasta la rotura de puentes continuos de hormigón pretensado". El conferenciante, con el auxilio de la proyección de numerosas diapositivas, explicó el método de cálculo que propone para este tipo de estructuras, subrayando las ventajas que dicho método ofrece. Su intervención fue seguida por los numerosos asistentes al acto con gran interés, y al final se desarrolló un coloquio en el curso del cual el Sr. Aparicio tuvo ocasión de aclarar algunos puntos concretos de su teoría. El texto de esta conferencia está previsto publicarlo en uno de los próximos números de "Hormigón y Acero".

Todos estos actos se celebraron, en Madrid, en la Sala de Conferencias del Instituto Eduardo Torroja y, debido a las actuales circunstancias, no ha sido posible repetirlos en otras Capitales de provincia, como hubiésemos deseado.

## **2. PUBLICACIONES**

Como ya es costumbre, a continuación se incluyen, para general conocimiento, los índices de los cuatro números de "Hormigón y Acero" correspondientes al pasado año 1980.

### **Número 134. Primer trimestre de 1980**

- "Informe resumido de las actividades desarrolladas por la Asociación Técnica Española del Pretensado durante el año 1979", por R. Piñeiro.
- "El sistema de ecuaciones en un nuevo método de elementos finitos", por J.M. Urce-  
lay.
- "Pandeo por flexión de estructuras aporricadas planas", por J.R. Atienza.
- "Comprobación y dimensionamiento de secciones de hormigón armado y pretensado de forma poligonal utilizando una calculadora programable HP 41 C", por H. Corres y A. Recuero.
- "Consideraciones sobre el número de probetas de hormigón que debe tomarse en cada amasada", por J. Calavera.



- “Comportamiento aeroelástico de los tableros de punte”, por M. Juliá.
- “Comportamiento de los anclajes de los cables de continuidad de los puentes construidos por voladizos sucesivos”, por F. Millanes.
- “Notas de la F.I.P. núm. 61”.

#### Número 135. Segundo trimestre de 1980

- “El hormigón pretensado en centrales nucleares y su normativa”, por A. Vives.
- “Análisis del control del hormigón en cuarenta edificios”, por D. Pellicer.
- “Construcción de puentes de hormigón pretensado por empuje del tablero”, por C. Siegrist.
- “Puentes atirantados para grandes luces”, por J. Mathivat.
- “Notas de la F.I.P. núm. 71”.

#### Número 136. Tercer trimestres de 1980

- “Los Sellos y Marcas de Calidad, estímulo a la investigación”, por J.L. Ramírez.
- “Estudio de la microfisuración del hormigón sometido a cargas de compresión mediante técnicas de ultrasonido”, por A. Delibes.
- “Influencia económica de las torsiones en un edificio no simétrico sometido a esfuerzos laterales”, por F. Da Cunha y P. Matesanz.
- “La técnica de construcción de diques secos drenados, aplicada a la ejecución de los sótanos bajo nivel freático del Edificio Horizonte, en Málaga (España)”; por J. Rui-Wamba.
- “Análisis no lineal de estructuras a partir de deformaciones impuestas”, por A. Aguado y J. Murcia.
- “Puente de los Inmigrantes”.
- “Reparación de un forjado reticular”, por A. González Serrano.
- “Notas de la F.I.P. núm. 72”.

#### Número 137. Cuarto trimestre de 1980

- “Modelo para el análisis no lineal de estructuras de hormigón por el método de los elementos finitos”, por F. Millanes.
- “Análisis de la flexión de placas mediante hiperelementos finitos de orden elevado”, por A. Samartín y J. Díaz del Valle.
- “Aplicación del método de las deformaciones impuestas, para analizar el comportamiento no lineal de estructuras hiperestáticas de hormigón”, por A. Aguado y J. Murcia.
- “Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón pretensado E.P.-80”.
- “Medidas de seguridad en los trabajos de pretensado”.
- “Estudio comparativo de la inestabilidad de soportes rectangulares de hormigón armado, según la Instrucción E.H.- 73, el Código A.C.I., y los ábacos de J.J. Arenas”, por L. Villegas.
- “Notas de la F.I.P. núm. 81”.

Una vez más debemos expresar nuestro más sincero agradecimiento a cuantos, con su valiosa colaboración, nos han permitido seguir manteniendo el elevado nivel técnico y el interés de nuestra Revista cuyo prestigio, tanto en España como fuera de ella, es cada día más amplio. Consecuencia de ello son las nuevas peticiones de intercambio que se siguen recibiendo, y entre las cuales, como ejemplo, podemos citar la formulada últimamente por el Centro de Información de la Construcción, de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos, en Guatemala.

Debemos, no obstante, insistir en nuestra tan repetida súplica de envío de originales, tanto de artículos como de fichas de obras. Vamos siempre muy al día y nos gustaría poder llegar a contar con una pequeña reserva de trabajos a los cuales poder acudir en el caso de que, por cualquier circunstancias, como ya en ocasiones ha ocurrido, se retrase la recepción de alguna de las colaboraciones prometidas, con el consiguiente perjuicio para la puntual salida de la revista dentro de los plazos establecidos.

Por otra parte, conviene comentar que, atendiendo la petición de varios de los Miembros de la A.T.E.P., como habréis podido observar, últimamente, al principio de cada artículo se incluye un breve resumen o sinopsis de su contenido. Este procedimiento, que viene utilizándose normalmente en la mayor parte de las revistas técnicas, constituye una apreciable ayuda para el lector. Esperamos, por lo tanto, que esta novedad habrá tenido una favorable acogida.

Aparte de la revista, que por constituir el órgano fundamental de difusión de la A.T.E.P. es objeto de una primordial atención por parte de todos, y para cuya supervivencia estamos dispuestos a realizar el máximo esfuerzo, la Asociación se ocupa de otras publicaciones. Así, a principios de 1980 se puso a la venta el quinto de los Manuales de la Serie que se viene editando, con el carácter de "Normas de buena práctica", y en los que se recogen las recomendaciones que se estiman idóneas para una adecuada realización de las diversas operaciones que constituyen el proceso normal de ejecución de las obras pretensadas. Este quinto manual lleva por título "Recomendaciones para la disposición y colocación de armaduras" y en él se han recopilado todas aquellas normas que la práctica ha demostrado deben tenerse en cuenta para obtener una adecuada disposición de los distintos tipos de armaduras que se utilizan en los elementos pretensados. La acogida que ha tenido este Manual ha sido extraordinaria y en un solo mes se había vendido más de la mitad de la edición que consta de 1.500 ejemplares. En estos momentos, la tirada está casi agotada.

Una vez terminada la redacción de este Manual, se ha empezado, como siempre, a preparar el siguiente de la serie. El nuevo Manual llevará la designación H.P. - 6 y en él se abordará el tema de la conservación y mantenimiento de las estructuras pretensadas. Como es evidente, el problema es general para todo tipo de estructuras y, hasta ahora, se ha tenido prácticamente ignorado. Ha sido en los últimos años cuando se ha empezado a tomar en consideración y, en la actualidad, son varias las asociaciones técnicas internacionales que lo tienen incluido en sus programas de trabajo, tratándolo dentro de sus respectivos campos de actividad. Los problemas que plantea una mala conservación de las estructuras son de todos conocidos y sus consecuencias, en muchos casos, desastrosas. Una de sus mayores dificultades estriba en que la necesidad de una buena conservación debe ser contemplada desde la fase de proyecto, adoptando ya en él las oportunas medidas para hacer posible un fácil y eficaz mantenimiento en las condiciones adecuadas. En fin, no queremos extendernos más en estas consideraciones. Sólo añadiremos que ya se está trabajando en la redacción de este nuevo Manual, para lo cual se ha constituido un reducido grupo con aquellos Miembros de la Asociación que se han mostrado interesados en el tema y dispuestos a colaborar. Será, como siempre, una labor de equipo que estamos seguros habrá de proporcionar frutos tan provechosos como en análogos casos anteriores.

### 3. DISTRIBUCION DE LIBROS

La distribución de los libros que, con carácter de exclusividad y con sensibles descuentos, periódicamente nos ofrece la Federación Internacional del Pretensado, constituye una de las más laboriosas de las tareas que tiene encomendadas la A.T.E.P.; pero viene compensada por la favorable acogida que siempre ha obtenido y sigue obteniendo entre nuestros Asociados, a pesar del costo cada día más elevado de las publicaciones y del desfavorable cambio de nuestra moneda. Durante el año que se comenta se han distribuido:

- 35 ejemplares de: "Handbook on BS 5337. The Structural use of concrete for retaining aqueous liquids".
- 22 ejemplares de: "Desing of sections for flexure and axial load according to CP 110".
- 25 ejemplares de: "The analysis of beams in plane frames according to CP 110"
- 17 ejemplares de: "Concrete and cryogenics".
- 19 ejemplares de: "Report on prestressing steel. 4. Principles of quality assurance with respect to prestressing steel", y
- 22 ejemplares de: "Concrete for fire resistant construction".

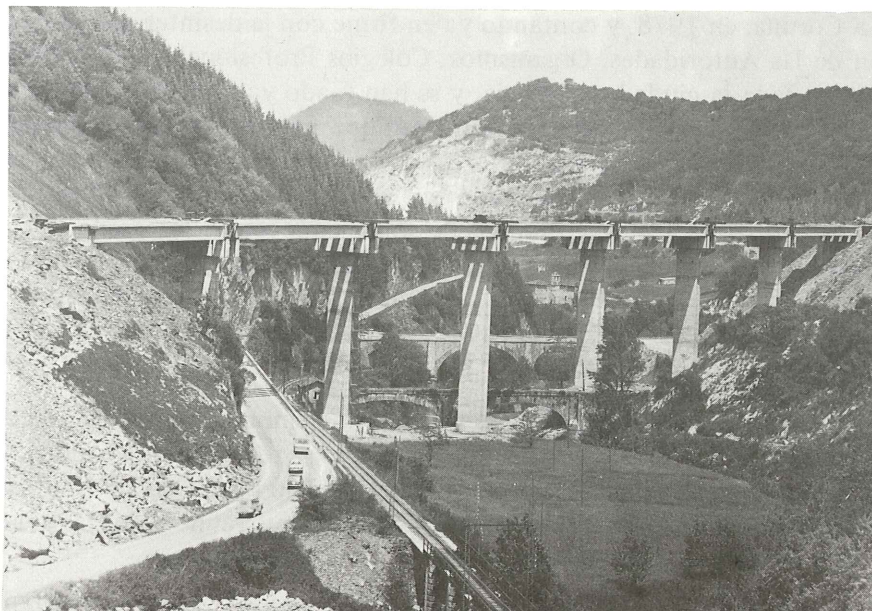
En total han sido 140 los ejemplares distribuidos. A finales de año se ha pasado, a todos los Miembros, oferta de otros siete nuevos libros recientemente editados por la F.I.P. En su día se informará del resultado de esta última oferta.

### 4. OTRAS ACTIVIDADES

Como es lógico, las anteriormente expuestas no son las únicas actividades desarrolladas por nuestra Asociación durante el pasado año, sino solamente aquéllas que por su especial impacto en la mayoría de los Miembros de la A.T.E.P., tradicionalmente venimos destacando dedicándoles apartados especiales. Pero la A.T.E.P., de acuerdo con sus Estatutos, tienen encomendadas otra serie de funciones; y las viene cumpliendo en la medida de sus posibilidades.

Entre ellas creemos de interés mencionar aquí, solamente, las que de forma más directa pueden afectar al desarrollo de la técnica del pretensado, en sus múltiples y variados aspectos. En primer lugar, citaremos la colaboración que se viene prestando a otros Organismos o Entidades, nacionales y extranjeros, en los trabajos que vienen realizando sobre temas relacionados con el pretensado. Así, la A.T.E.P. participa en los Organos Directivos de la Federación Internacional del Pretensado, y está representada en la mayor parte de sus Comisiones Técnicas; colabora en los trabajos de la Comisión Permanente del Hormigón, del MOPU; en los Grupos de Trabajo que tienen encomendadas la revisión de las UNE relativas a los distintos tipos de armaduras de pretensado y sus métodos de ensayo; en la Dirección del Sello de Conformidad CIETAN para viguetas de hormigón pretensado; en diversos Grupos de Trabajo de la Asociación Española para el Control de la Calidad, etc.

Resultaría prolijo enumerar detalladamente la labor desarrollada durante 1980 en cada una de estas organizaciones. Por ello, diremos únicamente que durante el último año, además de la aprobación definitiva del texto de la Instrucción E.P.- 80, ya mencionada, se concluyó la revisión de las UNE 36095 y 36096 para alambres y torzales de pretensado, respectivamente, y se ha puesto a la venta la "Instrucción del Instituto Eduardo Torroja para tubos de hormigón armado o pretensado" a la cual nos referíamos en el resumen de actividades correspondientes a 1979.



*Gran Viaducto de Subiberri. 345 m de longitud. Altura de pilas hasta 46 m.*

Destacado interés ofrece también la homologación del Sello de Conformidad CIETAN para viguetas pretensadas, de inminente concesión por el M.O.P.U.\* Era éste un objetivo por el que se venía luchando desde hace mucho tiempo y que ha de tener una primordial trascendencia para el desarrollo de esta industria aquejada por una serie de factores adversos que afectaban muy directamente a la calidad y prestigio de sus fabricados. Si, como se confía, con esta homologación se consigue eliminar, en un porcentaje muy elevado, la competencia ilícita que existía en el mercado a causa de la existencia de numerosos fabricantes incontrolados que, por falta de los imprescindibles conocimientos técnicos, en unos casos, y en otros por condicionantes de dudosa ética profesional, vendían sus productos sin la más mínima garantía de calidad controlada, se habrá logrado un gran éxito y normalizado uno de los mercados más conflictivos dentro de la tan maltratada actividad constructiva de nuestro país.

Y para finalizar con esta enumeración de actividades queremos subrayar que la Junta de Gobierno de nuestra Asociación, que es el órgano encargado de programar, dirigir y controlar la actuación de la A.T.E.P., ha celebrado el pasado año seis reuniones. Sobre sus miembros ha recaído la difícil y responsable tarea de mantener firme el rumbo de la Asociación en circunstancias especialmente adversas, y luchar por superar las numerosas dificultades presentes, para recuperar la normalidad perdida y poder continuar, durante muchos años, trabajando en la difusión y el desarrollo de la técnica del pretensado.

\* \* \*

Como es costumbre, antes de cerrar este resumen de actividades, y como prueba palpable de que nuestra Asociación sigue sin desmayos efectuando la labor que tiene encomendada, vamos a comentar muy brevemente algunos de los proyectos en marcha para 1981.

En primer lugar, nos referimos al más ambicioso. Corresponde celebrar, en 1981, la X Asamblea Técnica Nacional de la A.T.E.P. De sobra conocéis todos la importancia y el interés que estas Asambleas tienen. Pues bien; ya estamos trabajando en su organización. Confirmando el ofrecimiento que se nos hizo en el Acto de Clausura de la anterior Asamblea cele-

\* Ya en imprenta este "Resumen", la homologación del sello CIETAN para viguetas pretensadas, ha sido concedida por Orden del Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo, de 20 de enero de 1981, publicado en el B.O.E. n<sup>o</sup> 41, del 17 de febrero del año actual.

brada, en La Coruña, en 1978, y contando ya en firme con la desinteresada e imprescindible colaboración de las Autoridades, Organismos, Colegios Profesionales y Entidades locales, se ha elegido como sede la ciudad de Murcia, y se han fijado ya las fechas para su celebración: la semana del 16 al 21 de noviembre próximo. Aunque a alguno pueda sorprender, los trabajos de organización están ya muy avanzados gracias a la magnífica ayuda y eficaz labor desarrollada por el Comité local que, encabezado por nuestro antiguo compañero y colaborador el Ingeniero D. Juan Jódar, al que muchos de sobra conocéis, e integrado por un animoso grupo de profesionales y técnicos de Murcia, hace ya meses que viene ocupándose de todos los detalles necesarios para conseguir que esta nueva Asamblea no desmerezca en nada de las nueve ya celebradas y de las cuales, todos los que en ellas hemos participado guardamos imperecedero recuerdo.

El Acto inaugural tendrá lugar el lunes 16 de noviembre. Habrá tres días dedicados al desarrollo de las Sesiones Técnicas y los dos siguientes se reservan para excursiones técnico-turísticas. Las Sesiones técnicas se celebrarán en el edificio de la Caja de Ahorros de Alicante y Murcia, situado en el mismo centro de la Ciudad, y que reúne todas las condiciones deseables.

Los temas elegidos, en principio, para estas Sesiones son: "Materiales componentes del hormigón pretensado"; "Forjados pretensados"; "Tuberías de hormigón pretensado". "Normativa sobre la técnica del pretensado", y "Realizaciones".

Como fecha límite para la presentación de comunicaciones se ha fijado la del 31 de julio. Pero en fin; sobre éste y otros temas de interés relacionados con el desarrollo de esta X Asamblea, todos los que a la primera circular, ya distribuída, anunciándola, hayan contestado manifestando su intención de participar en la misma, recibirán cumplida información.

También merece comentarse que, en el mes de septiembre, se va a celebrar en El Escorial, el III Simposio Internacional de la F.I.P. sobre corrosión bajo tensión de las armaduras de pretensado, con la colaboración de la A.T.E.P. De su organización se ocupa el Profesor Dr. Ing. de Caminos D. Manuel Elices, que es representante de la A.T.E.P. en la Comisión Técnica de la F.I.P. sobre "Aceros de pretensado", en la cual desde hace años viene desarrollando una destacada labor, internacionalmente reconocida y elogiada. Esta Comisión celebrará también su reunión anual, a continuación del citado Simposio, en el mismo lugar. Estamos seguros de que estos actos habrán de contribuir, de un modo importante, a acrecentar el prestigio de nuestra Asociación en el ámbito internacional.

Así mismo, debemos informar que se está trabajando en la programación de unas Jornadas sobre "Tecnología del hormigón pretensado en centrales nucleares" cuya celebración se tiene prevista para el año 1982. A la vista de la importante experiencia que existe ya, en España, en la realización de este tipo de obras, y teniendo en cuenta los desacuerdos que han surgido, en ocasiones, entre la aplicación de las normas americanas y las vigentes en Europa, se considera de gran interés contrastar y divulgar las experiencias nacionales y realizar un estudio comparativo de las distintas normas. Para estas Jornadas se cuenta con la colaboración de destacadas personalidades extranjeras, expertas en el tema. Se ha constituido un Comité organizador, con amplia representación de los distintos sectores relacionados con las aplicaciones del pretensado en el campo de las centrales nucleares, que ha iniciado ya sus reuniones de trabajo. A medida que se vayan concretando detalles, serán dados a conocer a todos nuestros Asociados.

Finalmente, y para terminar, queremos recordaros que con motivo de la celebración de la X Asamblea de la A.T.E.P., serán otorgadas tres nuevas "Medallas A.T.E.P.", de acuerdo con el reglamento al efecto establecido.

Como todos sabéis, estas Medallas vienen a premiar a aquéllos de nuestros Asociados que más se hayan destacado por su labor en pro del desarrollo del pretensado, en cualquiera de sus diversos campos de aplicación, y en cualquier tipo de actividades. La designación de las personas a quienes hayan de concederse estas Medallas se realizará, como es reglamentario, mediante votación en la que deben participar todos los Miembros de la A.T.E.P. Por consiguiente, procede que vayáis pensando a quienes vais a otorgar vuestro voto, pues, en fecha próxima, os será solicitado. La labor es árdua y comprometida. Muchos son los que reúnen méritos más que sobrados para recibir la medalla; pero lamentablemente sólo tres pueden ser los elegidos. La elección se presenta realmente difícil. Pero es imprescindible hacerla.

Después de cuanto queda expuesto creemos que resulta claramente demostrado que, a pesar de las adversas circunstancias, nuestro ánimo no decae, que la Asociación Técnica Española del Pretensado continúa viva y bien viva y que, con la ayuda inapreciable de cuantos en ella se encuentran inscritos, mantiene su eficaz actividad y sigue desarrollando la labor que tiene encomendada, trabajando en la difusión del pretensado y colaborando en su progreso, siempre con renovados ánimos y con la única idea de acrecentar el prestigio de nuestra técnica, orientada al mejor servicio de la sociedad y, en definitiva del país, dentro del campo que, de acuerdo con sus Estatutos, tiene asignado. ¡Ojalá podamos seguir diciendo lo mismo durante muchos años más!

\* \* \*

## Ultima publicación especial de la A.T.E.P.

### Manual H.P. 5-79 "Recomendaciones para la disposición y colocación de Armaduras"

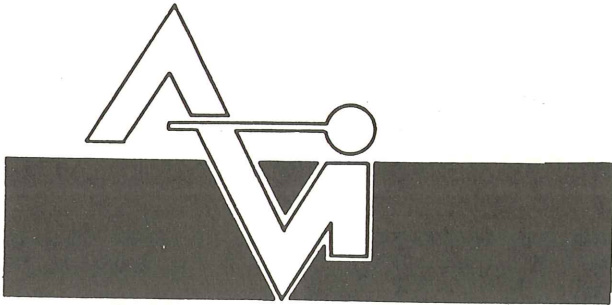
Como continuación de la serie de Manuales que, desde hace años, viene editando la Asociación Técnica Española del Pretensado, y en los que se recogen las recomendaciones relativas a las diferentes etapas del proceso general de ejecución de las construcciones pretensadas, se publica ahora el Manual H.P. 5-79 en el que, bajo el título "Recomendaciones para la disposición y colocación de armaduras", se han recopilado todas aquellas normas que la práctica ha demostrado deben tenerse en cuenta para obtener una adecuada disposición de las armaduras en los elementos pretensados, tanto si se trata de armaduras pretensas como postesas, incluyéndose así mismo las armaduras pasivas que suelen acompañar a las activas.

Por la íntima relación existente entre tales armaduras y otra serie de dispositivos y piezas tales como los anclajes, empalmes, vainas, separadores, etc., se recogen también en este Manual las recomendaciones correspondientes a su colocación.

En todos los casos, se tratan por separado las fases de proyecto, ejecución y control.

Este Manual H.P. 5-79, con 87 páginas y varias figuras, se ha puesto a la venta al precio de 300,- ptas. el ejemplar (6,- dólares USA para el extranjero). Para los Miembros de la A.T.E.P. se ha establecido el precio especial de 200,- pesetas (4,- dólares USA para el extranjero).

Los interesados en su adquisición deberán dirigir sus pedidos a la Secretaría de la Asociación Técnica Española del Pretensado, Apartado 19.002, Madrid-33, Tfno: 202 04 40.



PREFABRICACION LIGERA Y PESADA

**ALVISA**

PREFABRICADOS ALBAJAR

**PUENTES - NAVES INDUSTRIALES - FORJADOS  
BOVEDILLAS - LADRILLOS - TEJAS - TUBOS DRENAJE**



**FABRICAS:**

HUESCA: Paseo Lucas Mallada, s/n. - Teléfono 22 39 00 (cinco líneas). (Casa central.)

MONZON: Carretera de Lérida - Teléfono 40 07 80.

GRAÑEN: Carretera de Huesca - Teléfono 27.

MADRID: Carretera de Toledo, Km. 7,300 - Teléfono 695 25 68.

ZARAGOZA: Avda. de Marina Moreno, 31 - Teléfono 23 75 02 3. (Comercial zona norte.)

MADRID: Carretera de Torrejón a Loeches, Km. 4,200 - Teléfono 675 04 50. TORREJON DE ARDOZ.

Fábricas: Carretera de Toledo, Km. 7,300 - Teléfono 695 25 68. GETAFE.

Oficinas: Orense, 10 - Teléfono: 455 05 35/6/7. MADRID-20.

## Cálculo del estado tensional inicial en las vigas de hormigón pretensadas por adherencia

Juan J. Arenas de Pablo  
Dr. Ing. de Caminos  
Cátedra de Puentes  
ETS de Ingenieros de Caminos  
Universidad de Santander

### Resumen

El trabajo que sigue, desarrollado más en función de su interés docente y de clarificación conceptual que de búsqueda de métodos prácticos que son sobradamente conocidos, se plantea la obtención "rigurosa" del estado tensional en las diversas fibras de hormigón y en cada nivel de armadura, pretesa o pasiva, de una sección arbitraria perteneciente a una pieza pretensada por adherencia, en el instante final del proceso de transferencia de la fuerza de pretensado a la misma.

El entrecomillado del adjetivo resulta obligado para toda persona que sabe que la complejidad de los fenómenos físico-químicos que determinan el comportamiento global de las piezas de hormigón convierte en imposible todo intento de expresar matemáticamente su realidad. Pero ello no debe ser obstáculo para realizar idealizaciones aceptables y, sobre ellas, intentar razonar con el máximo rigor.

Tras algunas consideraciones sobre el proceso de fabricación de este tipo de vigas y sobre las zonas extremas de las mismas, se plantea primeramente en este trabajo el caso de sección con un solo nivel de tendones de pretensado, que se generaliza después al de varios niveles (y, en su caso, armaduras pasivas). Tanto en un caso como en otro, se razona sobre sección neta de hormigón, primero, y sobre sección homogeneizada con armaduras, después. Los ejemplos de aplicación que se incluyen muestran la total concordancia entre los resultados obtenidos por ambos caminos, cuya exposición separada pensamos que conduce a una mejor comprensión de los fenómenos físicos involucrados, aunque, desde el punto de vista práctico, el cálculo del pretensado inicial actuando sobre la sección homogeneizada resuelve con toda comodidad y rapidez (y, como aquí se demuestra, con casi absoluta precisión en piezas con poca cuantía global de armadura) el problema de conocer el estado tensional existente en una sección pretensada al terminar el proceso de transferencia.



Pero con todo, y más allá de su interés didáctico, el planteamiento que aquí se realiza y las expresiones analíticas resultantes (de muy fácil inclusión en un programa de ordenador) pueden llegar a ser necesarios en casos de vigas con fuertes cuantías de armadura pasiva, situación que puede plantearse en secciones de hormigón pretensado verificadas en Clase III.

## 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Es sabido por todos que una viga pretensada por adherencia se fabrica vertiendo el hormigón dentro de un molde atravesado por tendones de acero duro que, previamente, han sido puestos en carga mediante gatos y han quedado anclados a estribos de anclaje finales que se encargan de transmitir al terreno y a la solera del banco de prefabricación la acción horizontal correspondiente.

En la figura 1 se describe someramente una instalación de este tipo. Vemos allí unos estribos finales compuestos por elementos móviles metálicos, que se empotran dentro de unos fosos a los que son capaces de transmitir la fuerza horizontal  $H$  resultante del preesfuerzo introducido voluntariamente en los diversos tendones. El equilibrio de los fosos se consigue a través de la compresión de la solera y del empuje trasero sobre un terreno de suficiente profundidad y resistencia. Los diversos grupos de tendones ( $Ap_1$  y  $Ap_2$  en la figura) quedan anclados a las piezas móviles mediante cuñas apoyadas en dispositivos de destesado (gatos hidráulicos o husillos mecánicos) que permitirán realizar esa operación, una vez fraguado el hormigón, de modo suave y gradual.

Puestos en carga todos los tendones, cada uno de ellos queda anclado a una tensión unitaria determinada, menor, en general, de la que se haya introducido con el gato. En efecto, hay pérdidas instantáneas debidas a la penetración de la cuña en el momento del bloqueo

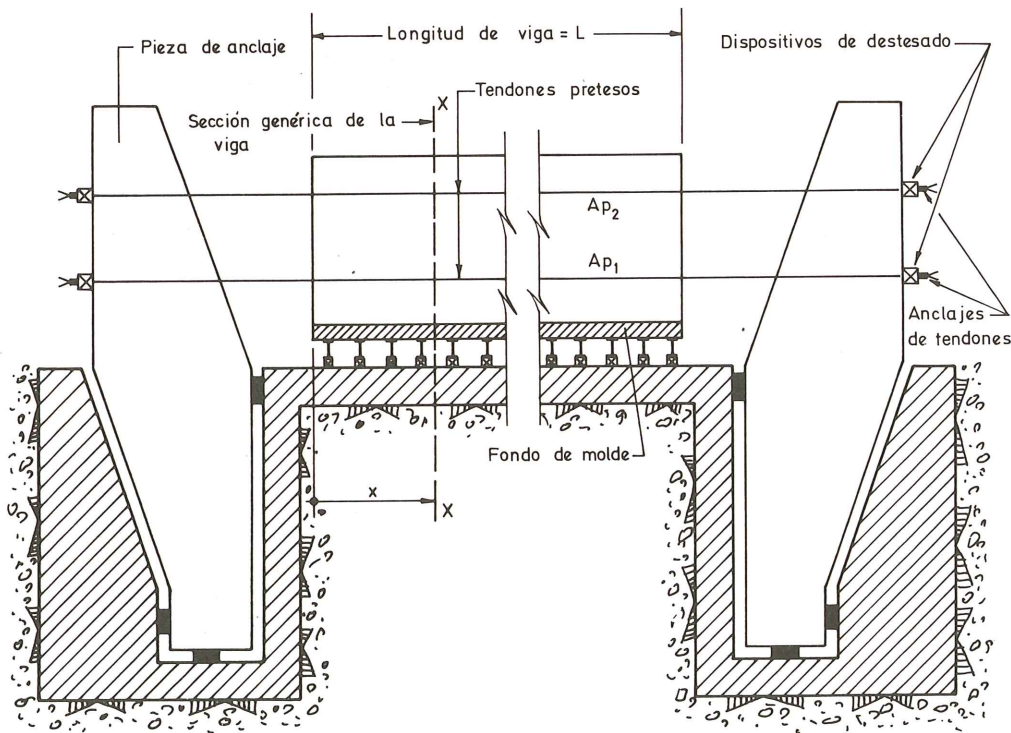


Fig. 1.

y, en su caso, a la no simultaneidad de la operación en todos los tendones. (Si el tendón superior,  $Ap_2$ , se tesa una vez anclado el  $Ap_1$ , la deformación elástica inducida en todo el sistema de anclaje a nivel de este último, conduce a un acortamiento y, por tanto, a una pérdida de tensión. Claro que si el sistema de anclaje es suficientemente rígido en todos sus elementos, tal acortamiento puede resultar despreciable).

A partir del instante en que todos los tendones quedan bloqueados, se inician las pérdidas por relajación en el acero. Si se conoce la ley de este fenómeno para el acero concreto que se está utilizando, en las precisas condiciones de tensión inicial y de temperatura ambiente, será posible estimar la tensión unitaria en cada tendón a lo largo del tiempo.

El paso siguiente es verter el hormigón fresco dentro del molde y en perfecto contacto con los alambres o tendones. Como todo el mundo sabe, la retracción del hormigón se desarrolla (o intenta desarrollarse) en paralelo con el fraguado. Sin embargo, podemos suponer aquí que el rozamiento del hormigón con el fondo y las paredes laterales del molde es suficiente para coartar totalmente su acortamiento, lo que naturalmente conlleva tracciones longitudinales en su seno, que, si se actúa de acuerdo con las normas de buena práctica (retirar los encofrados laterales en cuanto la resistencia del hormigón sea suficiente y curar intensamente), no suelen resultar peligrosas.

De este modo, somos capaces de estimar los valores de la tensión unitaria existente en cada tendón (o, mejor, en cada nivel de tendones) en el instante en que, alcanzada una suficiente resistencia en el hormigón, vamos a proceder a la transferencia de la acción del pretensado al mismo, mediante los dispositivos de destesado gradual ya indicados.

El objeto de este trabajo es describir con la mayor precisión este fenómeno y desarrollar una expresión analítica que permita conocer el estado tensional que aparece en las distintas fibras de la sección de hormigón, así como en cada nivel de tendones pretesos, en el instante mismo en que termina la transferencia. Buscamos pues conocer el "estado inicial" de cada sección (X-X) de la viga, cuya admisibilidad hay que comprobar, y que nos conduce, tras el cálculo de las pérdidas diferidas de pretensado, al estado tensional final o permanente (1).

## 2. ZONAS EXTREMAS DE LA VIGA PRETESA

En lo que sigue nos vamos a limitar a considerar la parte de viga en la que el esfuerzo de pretensado está íntegramente transmitido al hormigón, y, además, regularizado el estado tensional resultante.

La longitud extrema necesaria para que los tendones transmitan, por adherencia y rozamiento, su carga al hormigón se denomina "longitud de transmisión". Se caracterizan estos tramos porque en ellos aparecen deslizamientos relativos entre cada tendón y el hormigón que lo envuelve, y su longitud depende básicamente del tipo de tendón (forma de su superficie), de su diámetro, de su tensión unitaria, de la calidad del hormigón que lo rodea, de la mayor o menor proximidad del tendón al paramento, o de los tendones entre sí, y de la armadura transversal existente en esa zona.

Para tendones de 0,5" de diámetro nominal, compuestos por seis alambres enrollados alrededor de otro central, se han medido longitudes de transmisión entre 600 y 740 mm

(1) En el caso de que la viga pretesa forme parte de una sección compuesta, como, por ejemplo, losa superior de hormigón vertida a posteriori, es claro que también el peso de esta última así como cualquier otra carga permanente, influye en dicho "estado final".

(véase Ref. [1]), o sea entre 48 y 60 diámetros, correspondiendo el último valor a procesos de destesado rápidos, con efectos dinámicos que reducen la adherencia acero-hormigón y son, por tanto, totalmente desaconsejables.

En las recomendaciones de [1] se da como valor de diseño de la longitud de transmisión la expresión:

$$\ell_{td} = 13 D \sqrt{\sigma_{pi}/f_{ci}}$$

donde:

- D, es el diámetro nominal del tendón.
- $\sigma_{pi}$ , es la tensión en el acero antes de la transferencia.
- $f_{ci}$ , es la resistencia del hormigón en el instante de la transferencia.

Dicha expresión, para ( $\sigma_{pi} = 130 \text{ kp/mm}^2$ ;  $f_{ci} = 300 \text{ kp/cm}^2$ ), conduce a:

$$\ell_{td} = 13 D \sqrt{130/3} = 85,6 D$$

valor superior a los experimentales citados.

La longitud de transmisión no debe confundirse con la longitud de transferencia ni con la longitud de anclaje. La de transferencia es la distancia, contada desde el extremo de la viga, precisa para que el esfuerzo de pretensado se haya transmitido al hormigón y, además, se encuentre regularizado, de forma que la ley de tensiones en éste sea plana, de acuerdo con el principio de Navier-Bernouilli. El valor recomendado en [1] para la longitud de transferencia es:

$$\ell_{ttd} = \sqrt{h_t^2 + (0,6 \ell_{td})^2}$$

donde  $h_t$  es el canto total de la pieza.

Finalmente, la longitud de anclaje es la necesaria para poder llevar a cabo un ensayo de arranque de un tendón embebido, hasta su rotura.

Las zonas extremas de viga a las que no se aplica nuestro estudio son, obviamente, las de transferencia ( $\ell_{ttd}$ ). De modo que, en adelante, suponemos que, dentro de la sección genérica (X-X), y a partir del fraguado del hormigón, existe compatibilidad de deformaciones entre acero y hormigón (sin ningún deslizamiento), y que, además, la ley de tensiones es en éste lineal.

### 3. Caso de un solo nivel de tendones

Imaginemos la situación teórica representada en la figura 2.

La fuerza de pretensado en los tendones, de área  $A_p$ , en el instante anterior a la transferencia es  $P_0$ , y, como hemos indicado en el punto 1, estamos teóricamente en condiciones de evaluarla. La tensión unitaria del acero es  $\sigma_{po}$ , de modo que  $P_0 = A_p \cdot \sigma_{po}$ .

Suponemos que la transferencia se lleva a cabo de un modo progresivo a lo largo de un tiempo ( $t_1$ ). Podemos hacer los dos planteamientos que siguen, razonando sobre sección neta de hormigón (sección total menos área de acero) en primer lugar, y sobre sección homogeneizada (sección neta más área de acero multiplicada por el coeficiente de equivalencia de acciones de corta duración), que nos llevan, lógicamente, al mismo resultado.

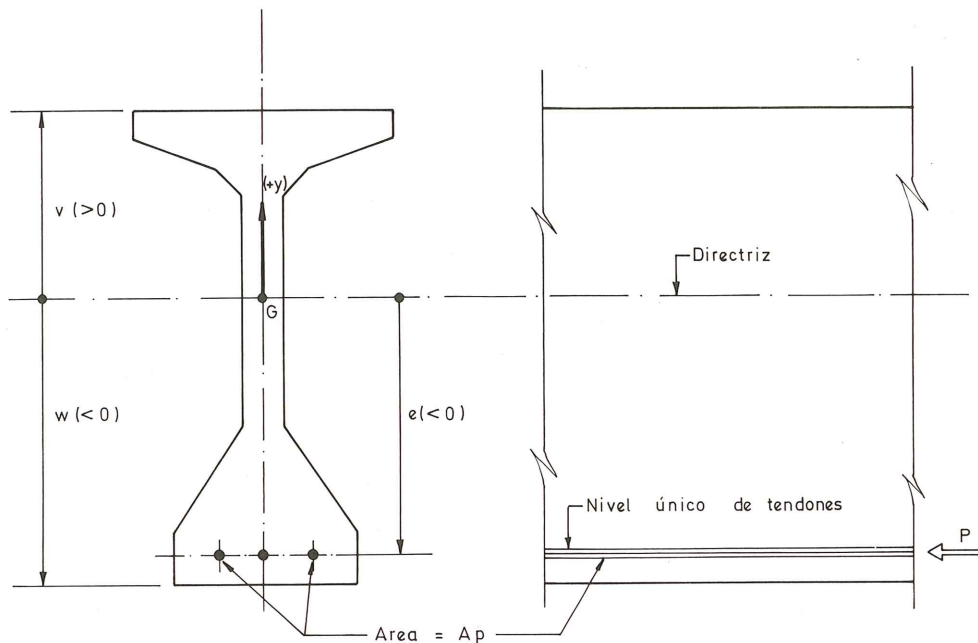


Fig. 2.

### 3.1. Empleo de la sección neta

Considerando de entrada la sección neta, observamos que el acero, que se halla a una tensión ( $\sigma_{po}$ ), al verse libre de sus anclajes fijos, intenta acortarse, pero el hormigón que le rodea le impide hacerlo libremente. La condición que se debe mantener a todo lo largo del proceso de transferencia es la igualdad de deformaciones entre acero y fibra de hormigón en contacto.

Por consiguiente, la sección que “resiste” o recibe la parte de fuerza de pretensado que queda en el tendón al final de la transferencia es la sección neta de hormigón.

Las características mecánicas de esa sección son:

Area = A

Inercia = I

Posición de fibra baricéntrica, definida por la distancia a la fibra superior = v

Radio de giro =  $\rho = \sqrt{I/A}$

Si llamamos N, positivo, al axil de compresión transmitido al hormigón por el acero duro en un instante cualquiera del proceso de transferencia, y P a la fuerza de tracción, también positiva, que en ese mismo instante existe en el tendón, la figura 3 expresa gráficamente la evolución de ambos esfuerzos a lo largo del tiempo total de transferencia ( $t_1$ ).

En un instante genérico, tal como (t), vemos cómo la tracción en el tendón (P) es superior al axil transmitido al hormigón (N). La diferencia entre ambos valores es la fuerza que los anclajes finales, sólo parcialmente liberados, están todavía ejerciendo sobre el tendón en tal instante. Dicha fuerza disminuye desde ( $P_0$ ) antes de iniciarse la transferencia, hasta un valor nulo a su terminación. El proceso de transferencia termina cuando el axil

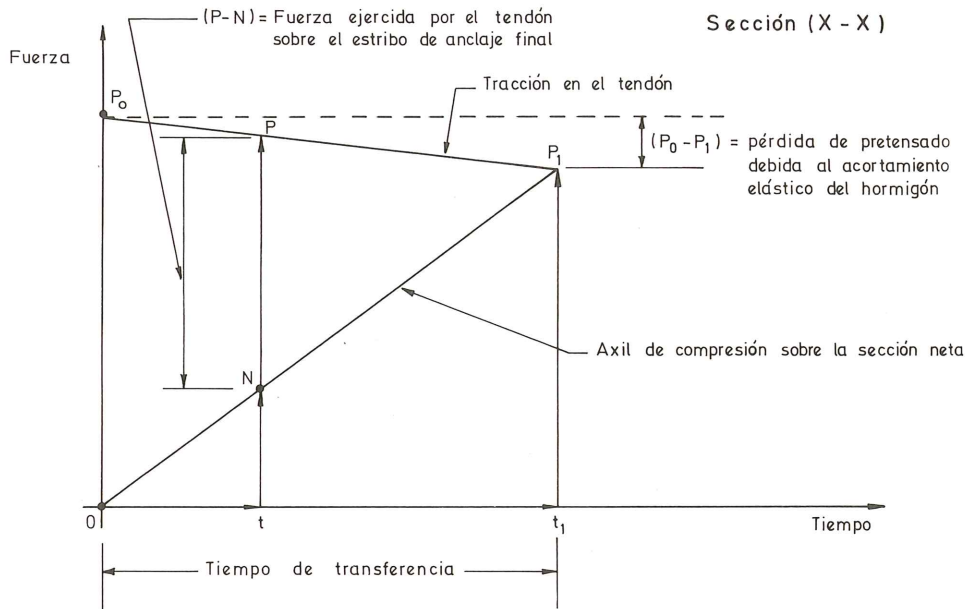


Fig. 3.

(N) resistido por el hormigón llega a igualar a la fuerza de tracción ( $P_1$ ) soportada por el acero. La diferencia ( $P_0 - P_1$ ) es, precisamente, la pérdida de fuerza de pretensado debida al acortamiento elástico del hormigón.

En el instante genérico ( $t$ ) establecemos la condición de igualdad de deformaciones entre acero y hormigón. Considerando como positivos los acortamientos, tenemos:

a) Acortamiento sufrido por el tendón:

$$\epsilon_p = \frac{P_0 - P}{A_p \cdot E_p} \quad (E_p = \text{módulo elástico del tendón}) \quad (1)$$

b) Acortamiento experimentado por la fibra de hormigón que está al mismo nivel del tendón, olvidando de momento el efecto de la retracción impedida:

$$\epsilon_{cp} = \frac{1}{E_c} \left[ \frac{N}{A} + (N \cdot e) \frac{e}{I} \right] = \frac{N}{A \cdot E_c} \left[ 1 + \left( \frac{e}{\rho} \right)^2 \right] \quad (2)$$

siendo:

$E_c$  = módulo instantáneo del hormigón.

$e$  = excentricidad del tendón respecto a la fibra baricéntrica de la sección de la pieza.

Igualando:

$$\epsilon_p = \epsilon_{cp}$$

$$\frac{P_0 - P}{A_p \cdot E_p} = \frac{N}{A \cdot E_c} \left[ 1 + \left( \frac{e}{\rho} \right)^2 \right] \quad (3)$$

y llamando:

$$\omega_p = \frac{A_p}{A}, \text{ (cuantía geométrica de acero duro)}$$

$$m = \frac{E_p}{E_c}, \text{ (coeficiente de equivalencia para acciones de corta duración)}$$

llegamos a:

$$N = \frac{P_0 - P}{m \omega_p [1 + (e/\rho)^2]} \quad (4)$$

Pero si recordamos la retracción del hormigón, supuestamente impedida hasta el principio de la transferencia, y aceptamos también variación lineal en su desarrollo, tendremos, en el instante genérico (t):

$$\epsilon_r = \epsilon_{ro} \times \frac{t}{t_1} \quad (5)$$

donde  $\epsilon_{ro}$  es la retracción impedida, positiva, producida desde el comienzo del fraguado hasta el instante de la transferencia.

Y el acortamiento total del hormigón será:

$$\epsilon_c = \epsilon_{cp} + \epsilon_r \quad (6)$$

valor a igualar al acortamiento del acero. Haciéndolo:

$$\frac{P_0 - P}{A_p \cdot E_p} = \frac{N}{A \cdot E_c} [1 + (e/\rho)^2] + \epsilon_{ro} \times \frac{t}{t_1}$$

O sea:

$$P_0 - P = N \omega_p m [1 + (e/\rho)^2] + \epsilon_{ro} \times A_p \times E_p \times \frac{t}{t_1}$$

y

$$N = \frac{P_0 - P - \epsilon_{ro} \times A_p \times E_p \times t/t_1}{m \times \omega_p [1 + (e/\rho)^2]} \quad (7)$$

En el instante final de la transferencia será:

$$N = P = P_1; \quad t = t_1;$$

y de (7) obtenemos:

$$P_1 = \frac{P_0 - \epsilon_{ro} \times A_p \times E_p}{1 + m \times \omega_p [1 + (e/\rho)^2]} \quad (8)$$

que es la expresión de la tracción que queda en el tendón al final del destesado, igual a la fuerza de compresión que, situada en la fibra del tendón, actúa sobre la sección neta de hormigón.

La interpretación física de (8) es clara:

La fuerza de tracción ( $P_0$ ) existente en el tendón antes de iniciarse la transferencia se ve reducida por el acortamiento ( $\epsilon_{r0}$ ) de retracción del hormigón, producido desde el principio del fraguado hasta ese instante. El denominador de esa fórmula es un factor adimensional, superior a la unidad, que es creciente con ( $\omega_p$ ) y con  $[(e/\rho)^2]$ , y que expresa la reducción, tanto de la fuerza de pretensado como de la pérdida por retracción, a causa del acortamiento elástico de la fibra de hormigón que está en contacto con el tendón (o tendones).

Mayor cuantía geométrica ( $\omega_p$ ) significa, a igualdad de los demás factores, mayor acortamiento del hormigón. Mayor excentricidad relativa del tendón ( $e/\rho$ ) supone:

- a) Mayor momento de pretensado sobre la sección neta de hormigón.
- b) Mayor tensión unitaria (y, por tanto acortamiento) en la fibra (e) cuya deformación nos interesa.

La combinación de ambos factores concurre al acortamiento de esa fibra (y, por tanto, a la pérdida de tensión en el acero) bajo la forma:  $(e/\rho)^2$ .

Si no existiera esfuerzo (momento flector) de peso propio, el estado tensional "inicial", terminada la transferencia, se obtendría de la actuación sobre la sección neta de hormigón del sistema de fuerzas:

$$\begin{cases} \text{Axil} = P_1 \text{ (positivo)} \\ \text{Momento} = P_1 \cdot e \text{ (negativo)} \end{cases}$$

mientras que la tensión unitaria del acero duro sería directamente:

$$\sigma_{p1} = \frac{P_1}{A_p}$$

Sin embargo, lo habitual es que el pretensado de la pieza esté diseñado de forma que, antes de terminar el proceso de transferencia, la viga se despegue del fondo del molde y, en cada sección, actúe el momento de peso propio  $M(x)$ , o, simplemente,  $M$ , el cual contribuye al estado tensional inicial de esa sección como vamos a ver.

Comencemos por observar que la actuación de este momento produce igual deformación en el tendón de acero que en la fibra de hormigón en contacto, o, lo que es lo mismo, actúa sobre la sección homogeneizada, cuyos parámetros geométricos se definen, en relación con los de la sección neta, en la figura 4.

Si designamos con el símbolo ( $'$ ) las características mecánicas de la sección homogeneizada, es fácil deducir sus valores en función de los de la sección neta, de la cuantía geométrica ( $\omega_p$ ), del coeficiente de equivalencia ( $m$ ) y de la excentricidad ( $e$ ) del tendón respecto

al centro de gravedad de la sección neta. Son:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Area:} \\ \text{Posición fibra baricéntrica:} \\ \text{Excentricidad tendón:} \\ \text{Inercia:} \end{array} \right\} \begin{array}{l} A' = A [1 + m \times \omega_p] \\ v' = v \frac{1 + m \times \omega_p [1 - (e/v)]}{1 + m \times \omega_p} \\ e' = \frac{e}{1 + m \times \omega_p} \\ I' = I + A \times e^2 \frac{m \times \omega_p}{1 + m \times \omega_p} \end{array} \quad (9)$$

Si queremos expresar el estado tensional inducido por el momento de peso propio, utilizando los valores de las características mecánicas de la sección neta, diremos:

Tensión inducida por M en el hormigón situado a nivel del tendón:

$$\sigma_{cp}(M) = M \cdot \frac{e'}{I'}$$

donde ( $e'$ ), de acuerdo con la figura 4, es negativo, y  $\sigma_{cp}(M)$  también lo es, indicando que se trata de una tracción en el hormigón. Sustituyendo ( $e'$ ,  $I'$ ) por los valores de (9):

$$\begin{aligned} \sigma_{cp}(M) &= \frac{M \times e}{1 + m \times \omega_p} \times \frac{1}{I + A \times e^2 \times \frac{m \times \omega_p}{1 + m \times \omega_p}} = \\ &= \frac{M \times e}{I(1 + m \times \omega_p) + A \times e^2 \times m \times \omega_p} = \\ &= \frac{M \times e}{I} \times \frac{1}{1 + m \times \omega_p [1 + (e^2/\rho^2)]} \end{aligned} \quad (10)$$

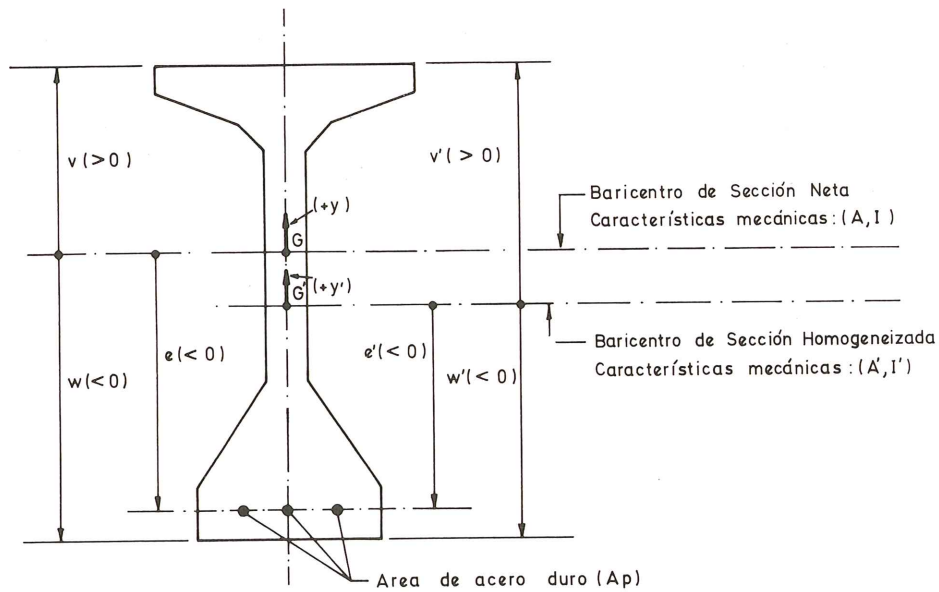


Fig. 4.



La tensión de tracción inducida en el acero duro será, por tanto:

$$\sigma_p(M) = -m \times \sigma_{cp}(M) = -\frac{M \times e}{I} \times \frac{m}{1 + m \times \omega_p [1 + (e^2/\rho^2)]} \quad (11)$$

y el incremento de esfuerzo de tracción, positivo, engendrado por M en todo el nivel de tendones valdrá:

$$\begin{aligned} \Delta P(M) &= -\frac{M \times e}{I} \times \frac{m \times A_p}{1 + m \times \omega_p [1 + (e^2/\rho^2)]} = -\frac{M \times e}{I} \times \frac{m \times \omega_p \times A}{1 + m \times \omega_p [1 + (e^2/\rho^2)]} = \\ &= -M \times e \times \frac{m \times \omega_p}{\rho^2 \left[ 1 + m \times \omega_p \left( 1 + \frac{e^2}{\rho^2} \right) \right]} \end{aligned} \quad (12)$$

Por consiguiente, el esfuerzo de tracción resultante al final de la transferencia en el tendón (o tendones) de pretensado, incluyendo los efectos de la retracción ( $\epsilon_{ro}$ ), del acortamiento elástico del hormigón y del momento de peso propio (M) será:

$$P_1 = \frac{P_0 - \epsilon_{ro} \times A_p \times E_p}{1 + m \times \omega_p [1 + (e/\rho)^2]} - M \times e \frac{m \times \omega_p}{\rho^2 \{1 + m \times \omega_p [1 + (e/\rho)^2]\}}$$

O sea:

$$P_1 = \frac{P_0 - \epsilon_{ro} \times A_p \times E_p - (M \times e/\rho^2) \times m \times \omega_p}{1 + m \times \omega_p [1 + (e/\rho)^2]} \quad (13)$$

expresión cuyo numerador incluye un segundo término negativo (efectos de la retracción), pero un tercero (efectos del peso propio) que, a causa de que la excentricidad del tendón es negativa, resulta positivo, como es fácil intuir físicamente.

Así pues, la fuerza ( $P_1$ ) es la tracción soportada por el tendón (o tendones) al terminar la transferencia, resultando como tensión unitaria en los mismos (tracciones, positivas):

$$\sigma_{p1} = \frac{P_1}{A_p} = \frac{\sigma_{p0} - E_p \times \epsilon_{ro} - m \times M \times e/I}{1 + m \times \omega_p [1 + (e/\rho)^2]} \quad (14)$$

Por equilibrio, la resultante de compresiones actuantes sobre el hormigón es igual a ( $P_1$ ) de (13). La presencia del momento del peso propio (M) desplaza su punto de aplicación una distancia, hacia arriba, contada desde el tendón:

$$\Delta e = \frac{M}{P_1} \text{ (positivo)}$$

y si llamamos:

$$e_1 = e + \Delta e = e + \frac{M}{P_1} \quad (15)$$

a la excentricidad de esa resultante, el estado tensional "inicial" en una fibra cualquiera de la sección de hormigón, de ordenada ( $y$ ), vale:

$$\sigma_c(y) = \frac{P_1}{A} + (P_1 \times e_1) \frac{y}{I} \quad (16)$$

donde hay que recordar que ( $A$ ,  $I$ ) se refieren a la sección neta de hormigón y las tensiones de compresión se consideran positivas.

Así, las expresiones (13), (14), (15) y (16) nos permiten conocer el estado de tensión inicial, tanto en el acero como en las diversas fibras de hormigón, nada más terminar el proceso de transferencia.

### 3.2. Empleo de la sección homogeneizada

El fenómeno descrito y cuantificado en (3.1) utilizando los valores de las características mecánicas de la sección neta, se estudia de modo más simple razonando con la sección de hormigón homogeneizada con la de acero, amplificada ésta por el coeficiente de equivalencia para acciones de corta duración (como es la transferencia de pretensado a la viga), cuyo valor es:

$$m = E_p / E_{cj}$$

( $E_{cj}$  = módulo elástico instantáneo del hormigón a la edad,  $j$ , en que se lleva a cabo la transferencia).

En efecto, el destesado de los tendones puede contemplarse, en una cierta sección de la viga, como la actuación de una fuerza ( $P_0$ ), que es la existente en el tendón (o tendones) al iniciarse el proceso, sobre una sección compuesta por hormigón y acero, solidarizados (figura 5).

La fuerza  $P_0$  se consume en parte en acortar los tendones de acero (es la pérdida de pretensado debida al acortamiento elástico del hormigón), yendo el resto ( $P_1$ ) a comprimir las fibras de la sección de hormigón (sección neta).

En la figura 5 vemos como las fuerzas ( $P_0$ ), actuando sobre una rebanada elemental ( $dx$ ), modifican las longitudes de sus fibras, resultando para la fibra genérica ( $y$ ) una deformación unitaria ( $\epsilon_{cy}$ ), que conduce a una longitud de fibra deformada:

$$(1 - \epsilon_{cy}) \cdot dx$$

donde el signo ( $-$ ) se debe a que consideramos positivos los acortamientos. La representación gráfica del proceso que dimos en la figura 3 en función del tiempo, puede repetirse aquí, tomando como variable independiente la deformación de acortamiento del acero duro ( $\epsilon_{cp}$ ), que crece desde cero hasta un cierto valor ( $\epsilon_1$ ) al terminar la transferencia.

Así, la figura 6 es una simple trasposición de la figura 3, presentando el fenómeno de acuerdo con el esquema mental de la sección homogeneizada. Al final del proceso, la fuerza total de compresión aplicada a ésta (hormigón más acero) se hace igual a ( $P_0$ ), o sea a la fuerza de tracción existente en los tendones al empezar la transferencia (1). A medida que esta avanza, y para una deformación ( $\epsilon_{cp} = \epsilon$ ), observamos que ( $P_0$ ) se distribuye en tres componentes:

(1) Esto sería cierto en el caso de no haber retracción impedida en el hormigón. Al existir esta última, la fuerza total desciende por debajo de  $P_0$ .

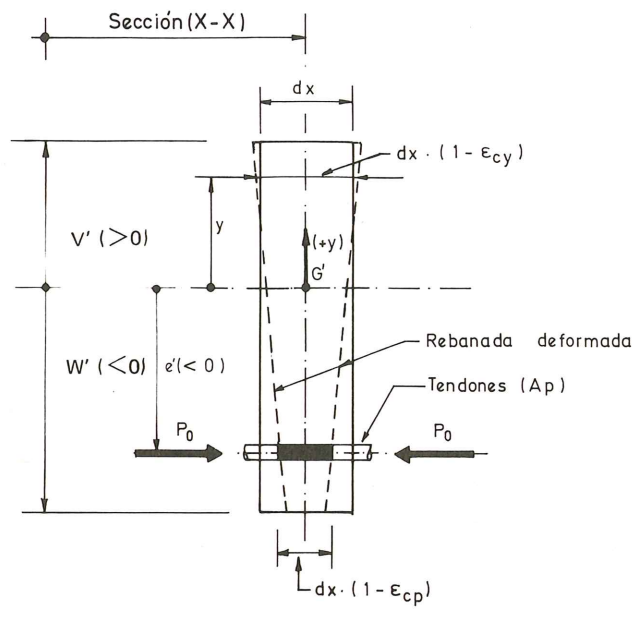


Fig. 5.

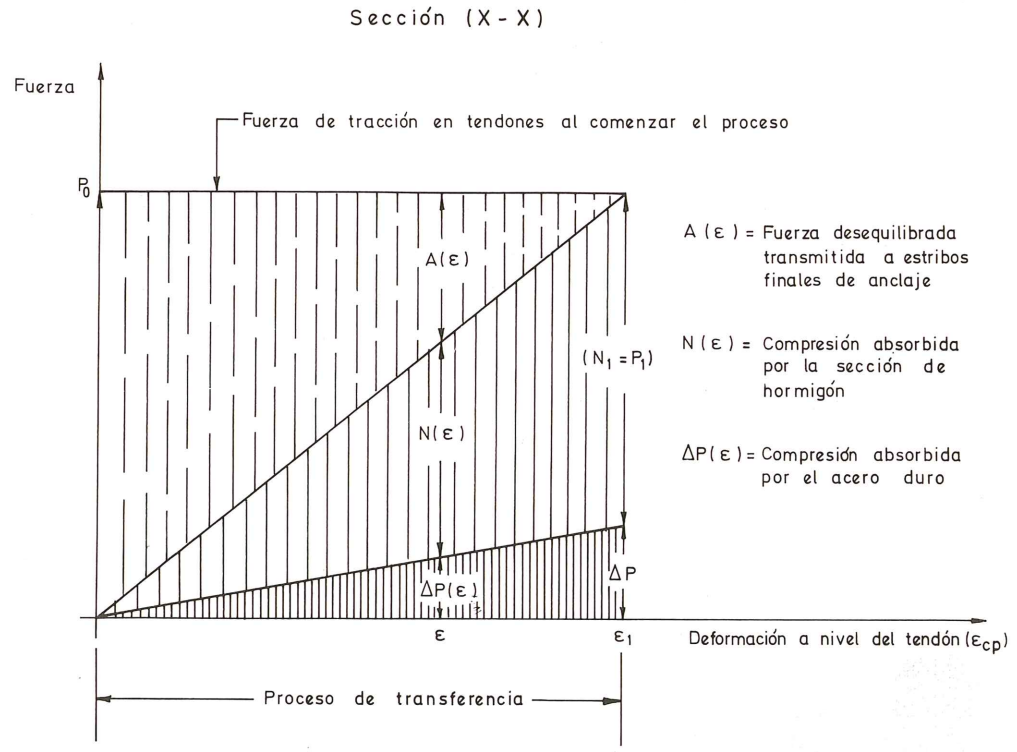


Fig. 6.

- a)  $\Delta P(\epsilon)$ , que es la compresión absorbida por la sección de acero duro. Al hallarse éste pretraccionado,  $\Delta P(\epsilon)$  representa la pérdida de fuerza de pretensado habida hasta ese instante a causa del acortamiento elástico de la fibra de hormigón en contacto.
- b)  $N(\epsilon)$ , que es la fuerza de compresión absorbida por la sección de hormigón (sección neta), como consecuencia de la igualdad de deformaciones ( $\epsilon_{cp}$ ) entre acero y fibra de hormigón en contacto.
- c)  $A(\epsilon)$ , que es la fuerza desequilibrada absorbida por los dispositivos finales de anclaje.

Al terminar la transferencia  $A(\epsilon)$  se anula, y:

$$\Delta P(\epsilon_1) + N(\epsilon_1) = P_0$$

o, con la nomenclatura empleada antes:

$$\Delta P + P_1 = P_0$$

y, naturalmente:

$$P_1 = P_0 - \Delta P$$

es la fuerza de pretensado que actúa sobre el hormigón al final del proceso, tal y como ya se vió.

Del hecho de que  $(P_1 + \Delta P)$  sea igual a la fuerza de compresión aplicada ( $P_0$ ) y de la necesaria compatibilidad de deformaciones entre acero y hormigón, surge con claridad el esquema mental de sección homogeneizada. Conocidas sus características mecánicas (figura 4), basta aplicar las fórmulas clásicas de flexocompresión para obtener el estado tensional en el hormigón.

Así, la tensión inducida en la fibra de contacto con el tendón es:

$$\sigma_{cp} = \frac{P_0}{A'} + (P_0 \times e') \frac{e'}{I'} = \frac{P_0}{A'} + P_0 \frac{e'^2}{I'}$$

o sea:

$$\sigma_{cp} = \frac{P_0}{A'} [1 + (e'/\rho')^2] \quad (17)$$

con lo que la variación de tensión en el acero valdrá:

$$\Delta\sigma_p = -m \times \sigma_{cp} = -\frac{P_0}{A'} \times m [1 + (e'/\rho')^2] \quad (18)$$

y la resultante de compresión absorbida por la armadura será:

$$\Delta P = \Delta\sigma_p \times A_p = P_0 \times \frac{m \times A_p}{A'} [1 + (e'/\rho')^2] \quad (19)$$

Si definimos la cuantía geométrica ( $\omega_p'$ ) como el cociente del área de acero al área de la sección homogeneizada, o sea:

$$\omega_p' = \frac{A_p}{A'} = \frac{A_p}{A [1 + m \times \omega_p]} = \frac{\omega_p}{1 + m \times \omega_p} \quad (20)$$

la expresión de ( $\Delta P$ ), como compresión absorbida por la armadura, es:

$$\Delta P = P_0 \times m \times \omega_p' [1 + (e'/\rho')^2] \quad (21)$$

de modo que la compresión útil para el hormigón, ( $P_1$ ), resulta:

$$P_1 = P_0 - \Delta P = P_0 \{1 - m \times \omega_p' [1 + (e'/\rho')^2]\} \quad (22)$$

que se transforma en la expresión (8), cuando ( $\epsilon_{ro} = 0$ ), al sustituir ( $\omega_p'$ ;  $e'$ ;  $\rho'$ ) por sus equivalentes en términos de sección neta.

Para incluir los efectos de la retracción impedida en el hormigón, tenemos forzosamente que recurrir de nuevo al esquema de sección neta, ya que se trata de un reajuste interno de tensiones entre acero y hormigón al intentar éste acortarse sin recibir carga exterior. La retracción se salda por la aparición de un esfuerzo de compresión en el acero (que intenta impedir el acortamiento del hormigón) y una tracción igual y contraria actuando sobre la sección neta de hormigón a nivel del tendón.

El valor de la compresión sobre el acero es el segundo término del numerador de (13), o sea:

$$\Delta P(\epsilon_{ro}) = - \frac{\epsilon_{ro} \times A_p \times E_p}{1 + m \times \omega_p [1 + (e/\rho)^2]} \quad (23)$$

negativo, como pérdida de tracción (positiva) en el acero duro. Observemos que el denominador, factor adimensional superior a la unidad, indica la reducción de pérdida (o de acortamiento del hormigón) respecto a la que se produciría si el propio acero no la coartara (caso en que  $\omega_p = 0$ )<sup>(1)</sup>.

La tracción que aparece sobre la sección neta de hormigón es, entonces:

$$Z_c = - \frac{\epsilon_{ro} \times A_p \times E_p}{1 + m \times \omega_p [1 + (e/\rho)^2]} \quad (24)$$

donde el signo menos nos recuerda que, sobre la sección de hormigón, las compresiones son positivas.

<sup>(1)</sup> Como más adelante se demuestra numéricamente, la suposición de que el hormigón retrae con toda libertad, cualquiera que sea la sección y posición de los tendones de acero duro, es perfectamente válida a efectos prácticos en vigas pre y postesadas, siempre que no exista una fuerte cuantía de armadura pasiva. En vigas proyectadas en Clase III y, en general, en secciones que por cualquier razón dispongan de abundantes armaduras ordinarias, puede ser interesante aplicar el método riguroso que aquí se expone, y que más adelante se generaliza para el caso de diversos niveles de armaduras.

Trasladando esta fuerza al baricentro, G, de la sección neta, la sollicitación resulta:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Axil: } N_c(\epsilon_{ro}) = Z_c \\ \text{Flector: } M_c(\epsilon_{ro}) = Z_c \times e \end{array} \right\} \quad (25)$$

Pero nosotros, que trabajamos ahora con la sección homogeneizada, habremos de sustituir los valores de las características mecánicas de (23), (24) y (25) por sus expresiones en función de los de la primera.

Las equivalencias son:

$$\left. \begin{array}{l} \omega_p = \frac{\omega_p'}{1 - m \times \omega_p'^2} \\ A = A' (1 - m \times \omega_p'^2) \\ e = \frac{e'}{1 - m \times \omega_p'^2} \\ I = I' - A' \times e'^2 \frac{m \times \omega_p'^2}{1 - m \times \omega_p'^2} \\ \rho^2 = \rho'^2 \frac{1 - m \times \omega_p'^2 [1 + (e'/\rho')^2]}{(1 - m \times \omega_p'^2)^2} \end{array} \right\} \quad (26)$$

El axil de tracción sobre el hormigón resulta:

$$N_c(\epsilon_{ro}) = - A_p \times E_p \times \epsilon_{ro} \{1 - m \times \omega_p'^2 [1 + (e'/\rho')^2]\} \quad (27)$$

y el momento flector:

$$M_c(\epsilon_{ro}) = N_c(\epsilon_{ro}) \times \frac{e'}{1 - m \times \omega_p'^2} \quad (28)$$

En una fibra genérica de hormigón, definida por su ordenada (y) respecto a (G), surgirá una tensión:

$$\sigma_c(y)_{\epsilon_{ro}} = \frac{N_c}{A} + M_c \frac{y}{I} \quad (29)$$

Pero esa fibra tiene como coordenada de referencia, (y'), respecto a (G'), con la relación:

$$y = y' - (e - e') = y' - \frac{m \times \omega_p'^2}{1 - m \times \omega_p'^2} \times e' \quad (30)$$

de modo que, a partir de los datos de la sección homogeneizada, y teniendo en cuenta (26), (27), (28), (29) y (30) podemos escribir:

$$\sigma_c(y')_{\epsilon_{ro}} = - \frac{\omega_p^2}{1 - m \times \omega_p^2} \times E_p \times \epsilon_{ro} \left\{ 1 - m \times \omega_p^2 \left[ 1 + 2 \left( \frac{e'}{\rho'} \right)^2 + \frac{e' \times y'}{\rho'^2} \right] + \frac{e' \times y'}{\rho'^2} \right\} \quad (31.a)$$

$$\Delta\sigma_p(\epsilon_{ro}) = - E_p \times \epsilon_{ro} \{ 1 - m \times \omega_p^2 [ 1 + (e'/\rho')^2 ] \} \quad (31.b)$$

como expresiones de la tensión inducida en una fibra cualquiera ( $y'$ ) de hormigón y de la compresión engendrada en el acero duro, por la retracción impedida ( $\epsilon_{ro}$ ).

Finalmente, la aparición del momento de peso propio ( $M$ ) sobre la sección en estudio, modifica el estado tensional, tanto del acero como del hormigón. Las expresiones finales del estado tensional en el instante inmediato a la transferencia son:

a) En el hormigón: fibra a distancia ( $y'$ ) de ( $G'$ ):

$$\sigma_c(y') = \frac{P_0}{A'} + (P_0 \times e' + M) \frac{y'}{I'} + \sigma_c(y')_{\epsilon_{ro}} \quad (32)$$

donde  $\sigma_c(y')_{\epsilon_{ro}}$  es la expresión (31.a).

b) En el acero duro:

$$\sigma_{p1} = (\sigma_{po} - E_p \times \epsilon_{ro}) \{ 1 - m \times \omega_p^2 [ 1 + (e'/\rho')^2 ] \} - m \times M \times \frac{e'}{I'} \quad (33)$$

donde:

$$\sigma_{po} = \frac{P_0}{A_p}$$

es la tensión del acero en el instante de comienzo de la transferencia.

Las expresiones (32) y (33) son equivalentes a las (16) y (14), respectivamente, y resuelven por completo el problema planteado.

### 3.3. Ejemplo de aplicación

En la figura 7 se representa la sección central de una pieza de cubierta, de 7,40 m de luz, de canto variable parabólicamente, que se pretensa por adherencia mediante dos tendones rectilíneos de 0,5", situados uno en cada alma.

En el siguiente cuadro se resumen las características mecánicas de las secciones bruta, neta y homogeneizada, calculada esta última con un coeficiente de equivalencia:

$$m = \frac{E_p}{E_{cj}} = \frac{2 \times 10^6}{19.000 \sqrt{f_{cj}}} = \frac{2 \times 10^6}{19.000 \sqrt{300}} = 6,1$$

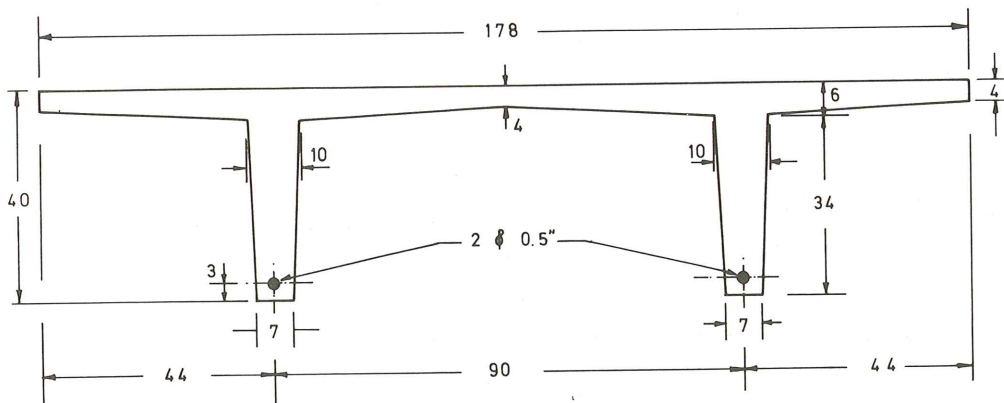


Fig. 7.

Sección:	Bruta	Neta	Homogeneizada
Area (m <sup>2</sup> )	0,1488	0,1486	0,1498
v (m)	0,1013	0,1009	0,1031
w (m)	-0,2987	-0,2991	-0,2969
Inercia (m <sup>4</sup> )	0,001904	0,001886	0,001975
$\rho$ (m)		0,1127	0,1148
e (m)		-0,2691	-0,2669

El acero de los tendones tiene una carga de rotura:

$$f_{p.m\acute{a}x.} = 190 \text{ kp/mm}^2$$

y un \u00e1rea:

$$A_p = 2 \cdot 98 = 196 \text{ mm}^2$$

Se tesa con los gatos a una tensi\u00f3n tal que, producidas las penetraciones de cu\u00f1a de anclaje, queda:  $\sigma_p^{(0)} = 150 \text{ kp/mm}^2$ , o sea  $0,789 f_{p.m\acute{a}x.}$ , cumpliendo el Art. 39.2 de E.P. -77, al tratarse de un estado de tensi\u00f3n provisional.

La transferencia se lleva a cabo a los 3,5 d\u00edas de la puesta en carga ( $\sigma_p^{(0)}$ ) de los tendones y a los 3 d\u00edas del vertido del hormig\u00f3n, cuyo fraguado se realiza a  $20^\circ\text{C}$  de temperatura. Los datos relativos a relajaci\u00f3n, suministrados por el fabricante, nos permiten estimar que, con el valor de ( $\sigma_p^{(0)}$ ) citado, a los 3,5 d\u00edas se han producido p\u00e9rdidas de tensi\u00f3n, por ese concepto, del 1,5%. De modo que la tensi\u00f3n unitaria existente en el acero al iniciarse la transferencia es:

$$\sigma_{po} = 0,985 \times \sigma_p^{(0)} = 0,985 \times 150 = 147,7 \text{ kp/mm}^2$$



y la fuerza de pretensado:

$$P_o = \sigma_{po} \cdot A_p = 28.959 \text{ kp}$$

La retracción del hormigón a tiempo infinito se estima en:

$$\epsilon_o = 0,4 \text{ mm/m} = 400 \times 10^{-6}$$

Y, con un espesor medio de pared de unos 8 cm, al cabo de tres días del inicio del fraguado, se ha producido una fracción de la retracción total:

$$\beta_t \simeq 0,20$$

O sea, hay que contar con una retracción impedida del orden de:

$$\epsilon_{ro} = \beta_t \times \epsilon_o = 0,2 \times 400 \times 10^{-6} = 80 \times 10^{-6}$$

Finalmente, el momento de peso propio en la sección del centro de la luz, que estamos considerando, vale:

$$M = 2,57 \text{ m.t}$$

### 3.3.1 Trabajamos con sección neta.

$$\omega_p = A_p/A = 1,96/1.486 = 1,3190\text{‰}$$

La expresión (8) nos suministra la fuerza  $P_1$  de pretensado que se transmite a la sección neta de hormigón:

$$P_1 = \frac{P_o - \epsilon_{ro} \times A_p \times E_p}{1 + m \times \omega_p [1 + (e/\rho)^2]} = \frac{28.959 - 314}{1,054} = 27.475 - 298 = 27.177 \text{ kp}$$

donde hemos dividido, por separado, para apreciar, independientemente, las pérdidas por acortamiento elástico y por retracción. Son ellas:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta P \text{ acortamiento elástico} = 28.959 - 27.475 = 1.484 \text{ kp.} \\ \Delta P \text{ retracción} = 298 \text{ kp.} \\ \Delta P \text{ total} = 1.782 \text{ kp.} \end{array} \right.$$

En tensiones unitarias, se pierden:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \sigma_p \text{ acortamiento elástico} = 7,57 \text{ kp/mm}^2. \\ \Delta \sigma_p \text{ retracción} = 1,52 \text{ kp/mm}^2. \\ \Delta \sigma_p \text{ total} = 9,09 \text{ kp/mm}^2. \end{array} \right.$$

De modo que la tensión unitaria y el esfuerzo total de pretensado efectivamente transferido al hormigón son:

$$\sigma_{p1} = \sigma_{po} - \Delta \sigma_p = 147,7 - 9,1 = 138,6 \text{ kp/mm}^2$$

$$P_1 = P_o - \Delta P = 28.959 - 1.782 = 27.177 \text{ kp.}$$

El estado tensional inicial en el hormigón, sin contar aún el efecto del peso propio, se define por las tensiones resultantes en las fibras superior e inferior, a las que se añade co-

mo información suplementaria la que aparece a nivel del tendón. Son:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{c, \text{ sup}} = \frac{27,177}{0,1486} - 27,177 \times 0,2691 \times \frac{0,1009}{0,001886} = - 20,8 \text{ kp/cm}^2 \\ \sigma_{c, \text{ inf}} = \frac{27,177}{0,1486} - 27,177 \times 0,2691 \times \frac{(-0,2991)}{0,001886} = + 134,3 \text{ kp/cm}^2 \\ \sigma_{cp} = \frac{27,177}{0,1486} - 27,177 \times 0,2691 \times \frac{(-0,2691)}{0,001886} = + 122,6 \text{ kp/cm}^2 \end{array} \right.$$

Aunque lo lógico sería obtener el estado tensional debido al momento de peso propio utilizando las características mecánicas de la sección homogeneizada, y sumarlas a los valores anteriores, vamos a utilizar las expresiones deducidas en este trabajo que permiten su obtención a partir de la sección neta.

Empleamos la expresión (13) y tenemos:

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{P_o - \epsilon_{ro} \times A_p \times E_p - M \times e/\rho^2 \times m \times \omega_p}{1 + m \times \omega_p [1 + (e/\rho)^2]} = \\ &= \frac{28,959 - 0,314 + 2,57 \times 0,2691/0,1127^2 \times 6,1 \times 1,319 \times 10^{-3}}{1,054} = \\ &= (27.475 - 298 + 416) \text{ kp} = 27.593 \text{ kp} \end{aligned}$$

como fuerza de tracción sobre el acero y de compresión sobre el hormigón.

La tensión unitaria en el acero al acabar la transferencia, incluidos todos los factores, es:

$$\boxed{\sigma_{p1} = 27.593/196 = 140,8 \text{ kp/mm}^2} = 0,78 f_{p,\text{m}\acute{a}\text{x}}$$

algo superior al límite de  $0,75 f_{p,\text{m}\acute{a}\text{x}}$  de E.P.-77, aunque, al tratarse de un elemento que "todavía" está en fábrica, dicho estado tensional podría considerarse "provisional" y sería admisible.

Las tensiones en fibras superior e inferior de hormigón se obtienen de la acción superpuesta de:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Axil: } N = P_1 = 27.593 \text{ kp} = 27,593 \text{ Mp} \\ \text{Flector: } M = P_1 \times e + M = 27,593 \times (-0,2691) + 2,570 = - 7,425 + 2,570 = \\ = - 4,855 \text{ Mp.m} \end{array} \right.$$

que producen:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{c, \text{ sup}} = \frac{27,593}{0,1486} - 4,855 \times \frac{0,1009}{0,001886} = - 7,4 \text{ kp/cm}^2 \\ \sigma_{c, \text{ inf}} = \frac{27,593}{0,1486} - 4,855 \times \frac{(-0,2991)}{0,001886} = + 95,5 \text{ kp/cm}^2 \end{array} \right.$$

### 3.3.2 Con sección homogeneizada

En este caso:

$$\omega'_p = \frac{A_p}{A'} = \frac{1,96}{1.498} = 1,3084\text{‰}$$

La expresión (33) nos da directamente la tensión unitaria en el acero al terminar la transferencia:

$$\begin{aligned}\sigma_{p1} &= (\sigma_{po} - E_p \times \epsilon_{ro}) \{1 - m \times \omega'_p [1 + (e'/\rho')^2]\} - m \times M \times \frac{e'}{I} = \\ &= (147,7 - 20.000 \times 80 \times 10^{-6}) \left\{1 - 6,1 \times 1,3084 \times 10^{-3} \left[1 + \left(\frac{0,2669}{0,1148}\right)^2\right]\right\} - \\ &\quad - 6,1 \times 2,57 \times \frac{(-0,2669)}{0,001975} \times 10^{-3}\end{aligned}$$

O sea:

$$\sigma_{p1} = 140,1 - 1,52 + 2,11 = 140,8 \text{ kp/mm}^2$$

idéntico al calculado con sección neta, pudiéndose ver en la descomposición de la suma la influencia de cada factor.

Para el cálculo de las tensiones en las fibras superior e inferior de hormigón, hemos de determinar antes las debidas a la retracción ( $\epsilon_{ro}$ ), a través de la expresión (31.a), particularizada para esas fibras:

$$\begin{aligned}\sigma_{c, \text{ sup}} (\epsilon_{ro}) &= \frac{-1,3084 \times 10^{-3}}{1 - 6,1 \times 1,3084 \times 10^{-3}} \times 2 \times 10^6 \times 80 \times 10^{-6} \left\{1 - 6,1 \times 1,3084 \times \right. \\ &\quad \times 10^{-3} \times \left[1 + 2 \left(\frac{0,2669}{0,1148}\right)^2 - \frac{0,2669 \times 0,1031}{0,1148^2}\right] - \\ &\quad \left. - \frac{0,2669 \times 0,1031}{0,1148^2}\right\} = -0,211 \times (1 - 0,0776 - 2,0880) = \\ &= +0,25 \text{ kp/cm}^2 \text{ (compresión).}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{c, \text{ inf}} (\epsilon_{ro}) &= -0,211 \times \left\{1 - 6,1 \times 1,3084 \times 10^{-3} \times \left[1 + 2 \left(\frac{0,2669}{0,1148}\right)^2 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{0,2669 \times 0,2969}{0,1148^2}\right] + \frac{0,2669 \times 0,2969}{0,1148^2}\right\} = -0,211 (1 - 0,1422 + 6,0128) = \\ &= -1,45 \text{ kp/cm}^2 \text{ (tracción).}\end{aligned}$$

Entonces, la expresión (32) nos da directamente el estado tensional al fin de la transferencia:

$$\begin{aligned}\sigma_{c, \text{ sup}} &= \frac{P_o}{A} + (P_o \times e' + M) \frac{v'}{I} + \sigma_{c, \text{ sup}} (\epsilon_{ro}) = \\ &= \frac{28,959}{0,1498} + [28,959 \times (-0,2669) + 2,57] \times \frac{0,1031}{0,001975} + 2,5 = \\ &= 193,3 + (-5,159) \times \frac{0,1031}{0,001975} + 2,5 = 193,3 - 269,3 + 2,5 = \\ &= -73,5 \text{ Mp/m}^2\end{aligned}$$

$$\sigma_{c, \text{ inf}} = 193,3 + (-5,159) \times \frac{(-0,2969)}{0,001975} - 14,5 = 193,3 + 775,6 - 14,5 = +954,3 \text{ Mp/m}^2$$

O sea:

$\sigma_{c, \text{ sup}} = - 7,4 \text{ kp/cm}^2$ $\sigma_{c, \text{ inf}} = + 95,4 \text{ kp/cm}^2$
--

que, como puede verse, coinciden totalmente con los valores obtenidos razonando sobre sección neta.

#### 4. CASO DE VARIOS NIVELES DE TENDONES

4.1. Antes hemos visto cómo los efectos de la retracción se obtenían fácilmente trabajando sobre la sección neta, mientras que el estado tensional inducido por el peso propio es inmediato a partir de la sección homogeneizada. Y, así como en el caso de un único nivel de tendones se llegaba a una expresión analítica global por cualquiera de los dos caminos, la formulación se complica cuando se pasa a varios niveles de armadura.

Procederemos, en consecuencia, a determinar el estado tensional en el hormigón y las armaduras, en el instante final de la transferencia, por efecto del pretensado y la retracción impedida. No incluiremos las tensiones engendradas por la flexión de peso propio, que se calculan posteriormente con la sección homogeneizada y se añaden a las primeras.

Seguiremos llamando  $(A, v, w, I, \rho)$  a las características mecánicas de la sección neta de hormigón, cuyo centro de gravedad es  $(G)$ .

Supondremos  $N$  niveles de tendones pretesos<sup>(1)</sup>. Para el nivel  $(i)$  tendremos:

Área de tendones .....	$A_p^i$
Cuantía geométrica .....	$\omega_p^i = A_p^i/A$
Excentricidad respecto a $(G)$ .....	$e_i$
Tensión unitaria y fuerza en bancada en el instante de comienzo de la transferencia .....	$(\sigma_{p_0}^i, P_0^i)$
Tensión y fuerza después de la transferencia, sin incluir efectos de peso propio .....	$(\sigma_{p_1}^i, P_1^i)$

La tensión en la fibra de hormigón situada a nivel de los tendones  $(i)$ , será, al terminar la transferencia:

$$\sigma_c^i = \sum_{j=1}^N \frac{P_1^j}{A} \left( 1 + \frac{e_i \times e_j}{\rho^2} \right) \quad (34)$$

<sup>(1)</sup> Obsérvese que, aunque aquí se habla de tendones, todo lo que se escribe es generalizable a niveles de armadura pasiva, caracterizada fundamentalmente por que su tensión inicial  $(\sigma_{p_0}^i)$  es nula. Otra pequeña diferencia respecto a los tendones de pretensado es su módulo elástico  $(E_s)$  algo superior a  $(E_p)$ , con lo que, para aplicar la formulación que sigue, el área de las armaduras pasivas debe amplificarse multiplicando por la relación  $(E_s/E_p)$ .

Aunque en el texto se ha evitado, buscando la mayor sencillez, explicitar este detalle, hay que recordar que es precisamente a las vigas pretesas (o postesas) que incluyen abundante armadura pasiva a las que, en el plano de la práctica, puede convenir la formulación que sigue. Para los casos ordinarios, como se demuestra más adelante en ejemplos prácticos, este planteamiento "riguroso" tiene sólo interés académico y de claridad conceptual.

La deformación correspondiente resulta:

$$\epsilon_c^i = \frac{\sigma_c^i}{E_{c_j}}, \text{ o, simplemente: } \epsilon_c^i = \frac{\sigma_c^i}{E_c}$$

e, incluyendo la retracción impedida y liberada en tal instante:

$$\epsilon_c^i = \frac{\sigma_c^i}{E_c} + \epsilon_{ro} = \frac{1}{A \times E_c} \times \sum_{j=1}^N P_1^j \left(1 + \frac{e_i \times e_j}{\rho^2}\right) + \epsilon_{ro} \quad (35)$$

Pero un acortamiento de valor ( $\epsilon_c^i$ ) significa una pérdida de tensión unitaria en los tendones de ese nivel, que viene dada por:

$$\Delta \sigma_p^i = E_p \times \epsilon_c^i = \frac{E_p}{A \times E_c} \times \sum_{j=1}^N P_1^j \left(1 + \frac{e_i \times e_j}{\rho^2}\right) + E_p \times \epsilon_{ro} \quad (36)$$

y una pérdida de esfuerzo de tracción:

$$\Delta P^i = \Delta \sigma_p^i \times A_p^i = m \times \omega_p^i \sum_{j=1}^N P_1^j \left(1 + \frac{e_i \times e_j}{\rho^2}\right) + A_p^i \times E_p \times \epsilon_{ro} \quad (37)$$

de modo que podemos escribir:

$$P_0^i - \Delta P^i = P_1^i, \text{ o bien:}$$

$$P_1^i + \Delta P^i = P_0^i$$

$$P_1^i + m \times \omega_p^i \sum_{j=1}^N P_1^j \left(1 + \frac{e_i \times e_j}{\rho^2}\right) + A_p^i \times E_p \times \epsilon_{ro} = P_0^i \quad (38)$$

Tenemos así un sistema lineal de N ecuaciones (una por nivel de tendones) y N incógnitas (las fuerzas  $P_1^i$  al final de la transferencia). La ecuación genérica desarrollada es:

$$\begin{aligned} m \times \omega_p^i \left(1 + \frac{e_1 \times e_i}{\rho^2}\right) P_1^1 + m \times \omega_p^i \left(1 + \frac{e_2 \times e_i}{\rho^2}\right) P_1^2 + \dots + \left[1 + m \times \omega_p^i \left(1 + \frac{e_i^2}{\rho^2}\right)\right] P_1^i + \\ + \dots + m \times \omega_p^i \left(1 + \frac{e_N \times e_i}{\rho^2}\right) P_1^N = P_0^i - A_p^i \times E_p \times \epsilon_{ro} = P_0^{i'} \end{aligned} \quad (39)$$

donde ( $P_0^{i'}$ ) expresa la fuerza que quedaría en el nivel de tendones (i) si la retracción del hormigón ( $\epsilon_{ro}$ ) se produjera con toda libertad.

En forma matricial, la ecuación (39) se puede expresar:

$$\Omega \times \begin{pmatrix} P_1^1 \\ P_1^2 \\ \vdots \\ P_1^i \\ \vdots \\ P_1^N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_0^1 - A_p^1 \times E_p \times \epsilon_{ro} \\ P_0^2 - A_p^2 \times E_p \times \epsilon_{ro} \\ \vdots \\ P_0^i - A_p^i \times E_p \times \epsilon_{ro} \\ \vdots \\ P_0^N - A_p^N \times E_p \times \epsilon_{ro} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_0^{1'} \\ P_0^{2'} \\ \vdots \\ P_0^{i'} \\ \vdots \\ P_0^{N'} \end{pmatrix} \quad (40)$$

valiendo los términos de  $\Omega$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Omega [i, i] = 1 + m \times \omega_p^i \left( 1 + \frac{e_i^2}{\rho^2} \right) \\ \Omega [i, j] = m \times \omega_p^i \left( 1 + \frac{e_j \times e_i}{\rho^2} \right) \end{array} \right\} \quad (41)$$

cuya falta de simetría ( $\Omega [i, j] \neq \Omega [j, i]$ ) está expresando que el acortamiento que los tendones (i) producen en los (j) es (salvo que ambos niveles tengan la misma sección,  $\omega_p^i = \omega_p^j$ ), diferente del que los (j) provocan en los (i).

La solución del sistema (40) se expresa:

$$\begin{pmatrix} P_1^1 \\ P_1^2 \\ \cdot \\ \cdot \\ P_1^i \\ \cdot \\ \cdot \\ P_1^N \end{pmatrix} = \Omega^{-1} \times \begin{pmatrix} P_o^{1'} \\ P_o^{2'} \\ \cdot \\ \cdot \\ P_o^{i'} \\ \cdot \\ \cdot \\ P_o^{N'} \end{pmatrix} \quad (42)$$

y conocidas las fuerzas  $\{P_1^i\}$ , obtenemos:

a) Tensión unitaria en el acero duro al final de la transferencia:

$$\sigma_{p1}^i = \frac{P_1^i}{A_p^i} \quad (\text{tracción, positiva}) \quad (43)$$

b) Tensión en la fibra genérica de hormigón, definida por su distancia (y) a (G):

Axil resultante sobre la sección de hormigón:

$$N_c = P_1^1 + P_1^2 + \dots + P_1^i + \dots + P_1^N = \sum_{j=1}^N P_1^j \quad (44)$$

Momento resultante sobre la sección de hormigón:

$$M_c = P_1^1 \times e_1 + P_1^2 \times e_2 + \dots + P_1^i \times e_i + \dots + P_1^N \times e_N = \sum_{j=1}^N P_1^j \times e_j \quad (45)$$

Con lo que:

$$\sigma_c(y) = \frac{N_c}{A} + M_c \cdot \frac{y}{I} \quad (46)$$

y el estado tensional debido a pretensado y retracción es totalmente conocido. Bastará sumarle el engendrado por el peso propio en la sección homogeneizada para tener el estado de tensión inicial en el instante final de la transferencia.

4.2 El planteamiento de (4.1) resulta adecuado para su tratamiento en ordenador, donde la formación e inversión de la matriz  $\Omega$  no presenta dificultad alguna. Podría también utilizarse en cálculos manuales cuando se trata del caso, muy corriente, de vigas con sólo dos niveles de tendones. En otras situaciones,<sup>(1)</sup> se puede utilizar el siguiente método

<sup>(1)</sup> En la práctica, sólo cuando la cuantía de armadura pasiva sea importante.

aproximado cuyos errores, a la vista de la pequeñez de las tensiones debidas a la retracción, serán despreciables.

A efectos de la pérdida de pretensado por retracción, se sustituyen los N niveles de tendones (y, en su caso, armaduras pasivas) por un solo nivel con área y excentricidad:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_p = \sum_{j=1}^N A_p^j \\ e = \frac{1}{A_p} \sum_{j=1}^K A_p^j \times e_j \end{array} \right\} \quad (47)$$

La pérdida global de fuerza de pretensado por retracción sale directamente de (8) o de (13), valiendo:

$$\Delta P(\epsilon_{ro}) = \frac{-\epsilon_{ro} \times A_p \times E_p}{1 + m \times \omega_p [1 + (e/\rho)^2]} \quad (48)$$

donde:  $\omega_p = \frac{A_p}{A}$ , y (A, e,  $\rho$ ) son los de la sección neta.

La fuerza  $\Delta P(\epsilon_{ro})$  actúa sobre el hormigón (sección neta) como una tracción, situada con la excentricidad (e); y podemos conocer el estado tensional engendrado en sus fibras extremas.

En el acero, se puede aceptar una pérdida uniforme de tensión unitaria por retracción:

$$\Delta \sigma_p(\epsilon_{ro}) = \frac{\Delta P(\epsilon_{ro})}{A_p} \quad (49)$$

El sistema de ecuaciones lineales de (4.1) se evita si calculamos la acción del pretensado actuando sobre la sección homogeneizada, de acuerdo con el esquema de la figura 8. Allí se ve cómo la sección total, hormigón más armaduras adherentes, se ve solicitada por el conjunto de fuerzas ( $P_o^1, P_o^2, \dots, P_o^N$ ) correspondientes a los N niveles de cables, fuerzas que en parte se consumen en acortar a los propios tendones.

Si aplicamos a dicha sección homogeneizada las fuerzas ( $P_o^i$ ) que existen en cada nivel al empezar la transferencia, tendremos el estado tensional que resultaría, en hormigón y armaduras, sin contar la retracción. Los efectos de ésta los hemos podido obtener sobre la sección neta, de acuerdo con (48). Pero, una simplificación admisible es utilizar la pérdida media en el acero según (49)<sup>(1)</sup>, y aplicar directamente a la sección homogeneizada (figura 8) no las fuerzas ( $P_o^i$ ) sino las ( $P_o^{i'}$ ) deducidas teniendo en cuenta esa pérdida de tensión unitaria.

Si, además, añadimos el momento de peso propio, tenemos de un golpe, mediante un cálculo en flexocompresión sobre sección homogeneizada, el estado tensional inicial, inmediato a la transferencia, tanto en las fibras de hormigón como en los diversos niveles de tendones de pretensado.

<sup>(1)</sup> Basta observar la estructura de (48) para comprender que, con pequeñas cuantías geométricas, la pérdida de tensión en todos los niveles de tendones es, directamente:

$$\Delta \sigma_p(\epsilon_{ro}) \simeq -\epsilon_{ro} \times E_p$$

con lo que pasamos a conocer directamente las fuerzas ( $P_o^{i'}$ ) que actúan sobre la sección homogeneizada.

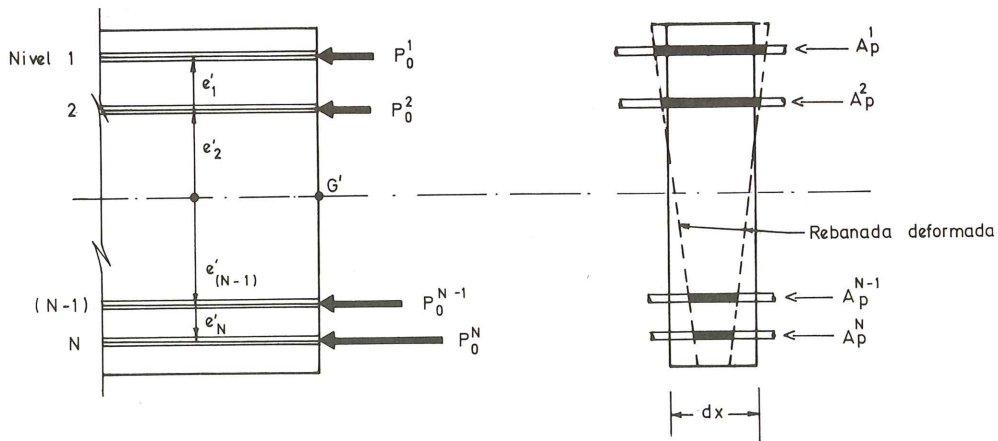


Fig. 8.

### 4.3 Ejemplo de aplicación

En la figura 9 se indica la sección transversal correspondiente al centro de la luz de una viga prefabricada de puente, de 17,00 m de luz, de canto variable, que se pretensa en fábrica mediante 23 tendones de 0,5" en su cabeza inferior y 4 tendones del mismo diámetro que, en el centro de la luz, discurren a media altura del alma.

El acero es de  $f_{p.m.áx} = 190 \text{ kp/mm}^2$ , y relajación a 1.000 horas bajo  $\sigma_{pi} = 0,7 f_{p.m.áx}$  no mayor del 2% de  $\sigma_{pi}$ . El área de cada tendón es igual a  $98,7 \text{ mm}^2$ .

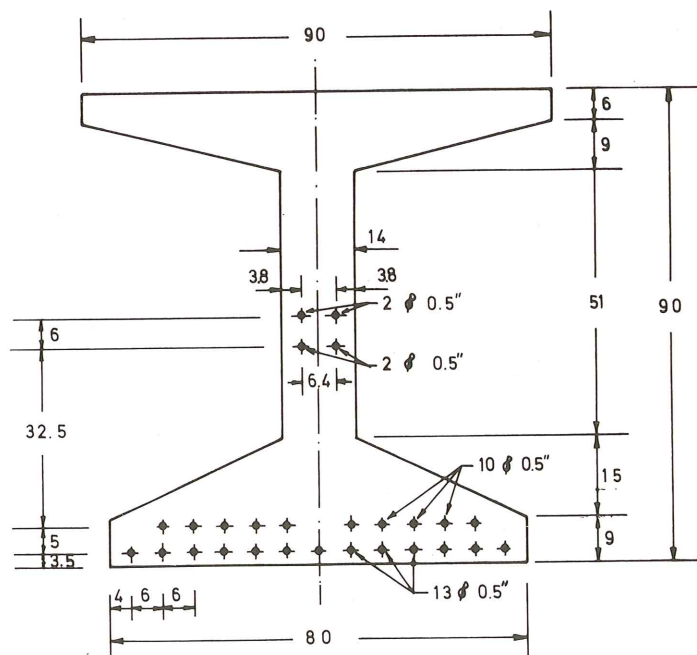


Fig. 9.



La tensión inicial en bancada, después de pérdidas por penetración de cuña en los anclajes finales, se toma igual a:

$$\sigma_p^{(o)} = 145 \text{ kp/mm}^2 = 0,763 f_{p.m\acute{a}x}$$

La rigidez del sistema de anclaje permite no considerar pérdidas de tensión por no simultaneidad de tesado de los diversos tendones.

La transferencia se lleva a cabo a los 3,5 días del tesado y a los 3 días del comienzo del fraguado, y ello siempre que el hormigón haya alcanzado una resistencia mínima:

$$f_{cj} = 320 \text{ kp/cm}^2$$

La pérdida por relajación en ese plazo (84 horas) se estima en un 2,1% de  $\sigma_{pi}$ . De modo que la tensión en el acero, al iniciarse la transferencia es:

$$\sigma_{po} = 0,979 \times 145 = 142,0 \text{ kp/mm}^2$$

Las secciones de acero duro ( $A_p^i$ ) y las fuerzas de pretensado ( $P_o^i$ ) resultan:

Nivel de tendones	$A_p^i$ (mm <sup>2</sup> )	$P_o^i$ (kp)
1 (2 $\phi$ 0,5")	197,4	28.031
2 (2 $\phi$ 0,5")	197,4	28.031
3 (10 $\phi$ 0,5")	987,0	140.154
4 (13 $\phi$ 0,5")	1.283,1	182.200

El coeficiente de equivalencia para acciones de corta duración es:

$$m = \frac{E_p}{E_{cj}} = \frac{2 \times 10^6 \text{ kp/cm}^2}{19.000 \sqrt{320 \text{ kp/cm}^2}} = 5,88 \simeq 5,9$$

y el cuadro de características mecánicas de las diversas secciones, se escribe a continuación:

Sección	Bruta	Neta	Homogeneizada
Area (m <sup>2</sup> )	0,3147	0,3120	0,3277
v (m)	0,4752	0,4726	0,4876
w (m)	-0,4248	-0,4274	-0,4124
Inercia (m <sup>4</sup> )	0,035412	0,035101	0,036876
$\rho^2$ (m <sup>2</sup> )	0,1125	0,1125	0,1125

El acortamiento de retracción impedida se estima, como antes, en:

$$\epsilon_{ro} = 80 \times 10^{-6}$$

Finalmente, el momento de peso propio en la sección en estudio vale:

$$M = 27,4 \text{ Mp.m}$$

4.3.1 Seguimos, de entrada, el método "riguroso" expuesto en (4.1): Cálculo de la acción del pretensado y evaluación de las pérdidas por acortamiento elástico y retracción, so-

bre la sección neta. A las tensiones resultantes, se añaden las del momento de peso propio actuando sobre la sección homogeneizada.

Tenemos que formar la matriz  $\Omega$ , en este caso de  $4 \times 4$ , cuyos términos valen:

$$\begin{cases} \Omega [i, i] = 1 + m \times \omega_p^i \left(1 + \frac{e_i^2}{\rho^2}\right) \\ \Omega [i, j] = m \times \omega_p^i \left(1 + \frac{e_j \cdot e_i}{\rho^2}\right) \end{cases}$$

partiendo de:

Nivel de tendones	$A_p^i$	$\omega_p^i$	$e_i$
1 (2 $\phi$ 0,5")	1,974 cm <sup>2</sup>	0,6330/00	0,0426 m
2 (2 $\phi$ 0,5")	1,974 cm <sup>2</sup>	0,6330/00	-0,0174 m
3 (10 $\phi$ 0,5")	9,870 cm <sup>2</sup>	3,1630/00	-0,3424 m
4 (13 $\phi$ 0,5")	12,831 cm <sup>2</sup>	4,1450/00	-0,3924 m

Los términos del vector columna  $\{P_o^i\}$  valen:

$$\begin{cases} P_o^1 = P_o^1 - A_p^1 \times E_p \times \epsilon_{ro} = 27,715 \text{ Mp} \\ P_o^2 = P_o^2 - A_p^2 \times E_p \times \epsilon_{ro} = 27,715 \text{ Mp} \\ P_o^3 = P_o^3 - A_p^3 \times E_p \times \epsilon_{ro} = 138,575 \text{ Mp} \\ P_o^4 = P_o^4 - A_p^4 \times E_p \times \epsilon_{ro} = 180,147 \text{ Mp} \end{cases}$$

El sistema de ecuaciones resulta:

$$\begin{pmatrix} 1,003793 & 0,003708 & 0,003249 & 0,003178 \\ 0,003708 & 1,003743 & 0,003931 & 0,003959 \\ 0,016244 & 0,019653 & 1,038115 & 0,040955 \\ 0,020658 & 0,025736 & 0,053242 & 1,057473 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} P_1^1 \\ P_1^2 \\ P_1^3 \\ P_1^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 27,715 \\ 27,715 \\ 138,575 \\ 180,147 \end{pmatrix}$$

Su resolución nos da:

$$\begin{pmatrix} P_1^1 \\ P_1^2 \\ P_1^3 \\ P_1^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 26,589 \\ 26,377 \\ 126,147 \\ 162,844 \end{pmatrix}$$

que son las fuerzas de tracción, en Mp, existentes en cada nivel de tendones en el instante final de la transferencia, y de las que directamente se obtienen las tensiones unitarias en el acero de pretensado:

$$\begin{cases} \sigma_{p1}^1 = P_1^1 / A_p^1 = 134,70 \text{ kp/mm}^2 \\ \sigma_{p1}^2 = P_1^2 / A_p^2 = 133,62 \text{ kp/mm}^2 \\ \sigma_{p1}^3 = P_1^3 / A_p^3 = 127,81 \text{ kp/mm}^2 \\ \sigma_{p1}^4 = P_1^4 / A_p^4 = 126,91 \text{ kp/mm}^2 \end{cases}$$

que, hay que recordar, no incluyen todavía el efecto del peso propio de la viga.

Las fuerzas  $\{P_i^i\}$  actúan sobre la sección neta de hormigón, dando lugar a:

Nivel	$P_i^i$ (Mp)	x	$e_i$ (m)	=	$P_i^i \times e_i$ (Mp x m)
1	26,589	x	0,0426	=	+ 1,133
2	26,377	x	(-0,0174)	=	- 0,459
3	126,147	x	(-0,3424)	=	- 43,193
4	162,844	x	(-0,3924)	=	- 63,900
<hr/>					
$N_c = 341,96$ Mp					$M_c = -106,42$ Mp.m

De modo que las tensiones en las fibras extremas de hormigón, a falta del momento de peso propio, son:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{c, \text{sup}} = \frac{341,96}{0,3120} - 106,42 \times \frac{0,4726}{0,035101} = - 337 \text{ Mp/m}^2 \\ \sigma_{c, \text{inf}} = \frac{341,96}{0,3120} - 106,42 \times \frac{(-0,4274)}{0,035101} = + 2.392 \text{ Mp/m}^2 \end{array} \right.$$

Añadamos ahora las tensiones engendradas por el momento de peso propio que actúa sobre la sección homogeneizada. En las fibras extremas de hormigón serán:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{c, \text{sup}} (M) = 27,40 \times \frac{0,4876}{0,036876} = + 362 \text{ Mp/m}^2 \\ \sigma_{c, \text{inf}} (M) = 27,40 \times \frac{(-0,4124)}{0,036876} = - 306 \text{ Mp/m}^2 \end{array} \right.$$

y a nivel de tendones de pretensado:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{cp}^1 = + 43 \text{ Mp/m}^2; \Delta \sigma_p^1 (M) = - 5,9 \times \sigma_{cp}^1 = - 0,25 \text{ kp/mm}^2 \\ \sigma_{cp}^2 = - 2 \text{ Mp/m}^2; \Delta \sigma_p^2 (M) = - 5,9 \times \sigma_{cp}^2 = + 0,02 \text{ kp/mm}^2 \\ \sigma_{cp}^3 = - 243 \text{ Mp/m}^2; \Delta \sigma_p^3 (M) = - 5,9 \times \sigma_{cp}^3 = + 1,43 \text{ kp/mm}^2 \\ \sigma_{cp}^4 = - 280 \text{ Mp/m}^2; \Delta \sigma_p^4 (M) = - 5,9 \times \sigma_{cp}^4 = + 1,65 \text{ kp/mm}^2 \end{array} \right.$$

con lo que podemos escribir ya el cuadro completo del estado tensional de esa sección de la viga, en el instante final de la transferencia.

<b>HORMIGON (Compresión, positiva)</b>	
$\sigma_{c, \text{sup}} = - 33,7 + 36,2 = + 2,5 \text{ kp/cm}^2$	
$\sigma_{c, \text{inf}} = + 239,2 - 30,6 = + 208,6 \text{ kp/cm}^2$	
=====	
<b>ACERO TESO (Tracción, positiva)</b>	
$\sigma_{p1}^1 = 134,70 - 0,25 = 134,4 \text{ kp/mm}^2$	
$\sigma_{p1}^2 = 133,62 + 0,02 = 133,6 \text{ kp/mm}^2$	
$\sigma_{p1}^3 = 127,81 + 1,43 = 129,2 \text{ kp/mm}^2$	
$\sigma_{p1}^4 = 126,91 + 1,65 = 128,6 \text{ kp/mm}^2$	

4.3.2 Procedemos ahora mediante el método más simple, consistente en suponer que la armadura de pretensado, a causa de su pequeña cuantía, no coarta en absoluto la retracción del hormigón. Esto equivale a conocer directamente la pérdida de tensión, por este concepto, en cada uno de los niveles de tendones.

Tenemos que, a causa de ( $\epsilon_{ro}$ ):

$$\Delta \sigma_p (\epsilon_{ro}) = 20.000 \times 80 \times 10^{-6} = 1,6 \text{ kp/mm}^2,$$

con lo que la tensión virtual ( $\sigma_{po}^2$ ) valdrá, en todos los niveles:

$$\sigma_{po}^2 = \sigma_{po} - \Delta \sigma_p (\epsilon_{ro}) = 142,0 - 1,6 = 140,4 \text{ kp/mm}^2$$

y las fuerzas de pretensado transferidas a la sección homogeneizada (hormigón más armadura) valen:

Nivel	Fuerza ( $P_o^i$ )	Excentricidad ( $e_i'$ )	Momento ( $M_i'$ )
1	27,715 Mp	+ 0,0576 m	+ 1,596 Mp.m
2	27,715 Mp	- 0,0024 m	- 0,066 Mp.m
3	138,575 Mp	- 0,3274 m	- 45,369 Mp.m
4	180,147 Mp	- 0,3774 m	- 67,987 Mp.m
	$N_p = 374,152 \text{ Mp}$		$M_p = -111,826 \text{ Mp.m}$

Incluyendo el momento de peso propio, la sollicitación total sobre la sección homogeneizada es:

$$\begin{cases} N = 374,15 \text{ Mp} \\ M = -111,83 + 27,40 = -84,43 \text{ Mp.m} \end{cases}$$

de modo que las tensiones en las fibras extremas de hormigón resultan:

$$\begin{cases} \sigma_{c, \text{sup}} = \frac{374,15}{0,3277} - 84,43 \times \frac{0,4876}{0,036876} = + 25 \text{ Mp/m}^2 \\ \sigma_{c, \text{inf}} = \frac{374,15}{0,3277} - 84,43 \times \frac{(-0,4124)}{0,036876} = + 2.086 \text{ Mp/m}^2 \end{cases}$$

y las existentes a nivel de los cuatro grupos de tendones, así como las pérdidas de tracción correspondientes, son:

$$\begin{cases} \sigma_{cp}^1 = + 1.010 \text{ Mp/m}^2 & ; \Delta \sigma_p^1 = - m \times \sigma_{cp}^1 = - 5,96 \text{ kp/mm}^2 \\ \sigma_{cp}^2 = + 1.142 \text{ Mp/m}^2 & ; \Delta \sigma_p^2 = - m \times \sigma_{cp}^2 = - 6,74 \text{ kp/mm}^2 \\ \sigma_{cp}^3 = + 1.891 \text{ Mp/m}^2 & ; \Delta \sigma_p^3 = - m \times \sigma_{cp}^3 = - 11,16 \text{ kp/mm}^2 \\ \sigma_{cp}^4 = + 2.006 \text{ Mp/m}^2 & ; \Delta \sigma_p^4 = - m \times \sigma_{cp}^4 = - 11,83 \text{ kp/mm}^2 \end{cases}$$

Podemos, así, escribir el cuadro total de tensiones, en el instante posterior a la transferencia, en el hormigón y el acero duro. Es el siguiente:

HORMIGON	ACERO TESO
$\sigma_{c, \text{ sup}} = + 2,5 \text{ kp/cm}^2$	$\sigma_{p1}^1 = 134,4 \text{ kp/mm}^2$
$\sigma_{c, \text{ inf}} = + 208,6 \text{ kp/cm}^2$	$\sigma_{p1}^2 = 133,7 \text{ kp/mm}^2$
	$\sigma_{p1}^3 = 129,2 \text{ kp/mm}^2$
	$\sigma_{p1}^4 = 128,6 \text{ kp/mm}^2$

La comparación de este cuadro con el obtenido en (4.3.1) nos permite apreciar la casi absoluta coincidencia de ambos resultados. Esto significa que en vigas pretensadas, con pequeña cuantía geométrica de acero, la retracción del hormigón se produce con toda libertad, pudiéndose entonces calcular las pérdidas por ese concepto de modo directo en todos los niveles de tendones. La actuación de las fuerzas reducidas de pretensado así obtenidas, sobre la sección homogeneizada, nos lleva al conocimiento inmediato del estado tensional de la sección.

#### REFERENCIA BIBLIOGRAFICA

[1]: Report on prestressing steel:

2. Anchorage and application of pretensioned 7 wire strands. FIP. Junio 1978.

---

**publicación del i. e. t. c. c.**

# PLACAS

**K. Stiglat y H. Wippe**  
Drs. Ingenieros

Traducción de **Juan Batanero**  
Dr. Ingeniero de Caminos

con la colaboración de  
**Francisco Morán**  
Ingeniero de Caminos

Este libro, cuidadosa y magníficamente editado, reúne, quizás, la más completa colección conocida de tablas para placas, por los numerosos casos de vinculación y de carga estudiados y por la abundancia de relaciones de dimensión y de datos ofrecidos, que cubren prácticamente todo el campo de las losas en edificación. Permite desarrollar, con comodidad, rapidez y una aproximación suficiente, los cálculos de dimensionamiento y comprobación, obviando las dificultades que como es sabido, presenta el desarrollo numérico de los métodos de cálculo de estos elementos, evitando enojosas operaciones.

Trata la obra sobre «Zonas de Placas», «Placas sobre apoyos puntuales», «Placas apoyadas en dos, tres y cuatro bordes» y «Placas apoyadas elásticamente», tipos que en la actualidad disponían de una documentación, incompleta o nula, para la determinación de esfuerzos. Los corrimientos de la placa, como valores previos para la determinación de los momentos, han sido obtenidos por medio del Cálculo de Diferencias, método que se ha comprobado como suficientemente satisfactorio, aún en su forma simple, aplicado con un cierto control.

Un volumen encuadernado en tela, de 30,5 × 23,5 cm, compuesto de 92 págs. Madrid, 1968.

Precios: España, 925 ptas.; extranjero, \$ 18.50.

## Estudio sobre tableros de puentes Parte I.— Tableros de vigas \*

Por Francisco Javier Manterola Armisen  
Prof. Dr. Ingeniero de Caminos

### SINOPSIS

Se inicia en este artículo el estudio de los distintos tipos de tableros de puente normalmente utilizados.

En el presente trabajo se aborda el caso de los tableros de vigas, clasificándolos en dos grandes familias: los de vigas prefabricadas y los de vigas hormigonadas in situ.

Se analizan primero los inconvenientes y ventajas que presenta cada uno de estos tipos de tablero y, a continuación se entra en el estudio concreto del tablero, que se desarrolla en tres grandes apartados.

En el primer apartado, se analiza el comportamiento resistente de un tablero de vigas, así como la influencia que sobre la respuesta tienen las distintas variables morfológicas del tablero. Para ello, se tratan sucesivamente los siguientes problemas: respuesta de tableros de vigas doble "T" bajo cargas puntuales; influencia de las vigas riostras en la respuesta de los tableros formados por vigas doble "T"; respuesta de tableros de vigas doble "T" bajo cargas uniformes; influencia de la relación ancho-luz; tableros contínuos; tableros formados por vigas cajón; comparación entre las respuestas que proporcionan distintos métodos de cálculo, y respuesta de los tableros de vigas doble "T" y vigas cajón cuando se eliminan las vigas riostras sobre apoyos.

En el segundo, se tratan los problemas morfológicos y de dimensionamiento.

Y en el tercero se expone el proceso general de cálculo de este tipo de tableros, haciendo especial referencia a las deformaciones producidas por la fluencia y la retracción.

---

\* NOTA EDITORIAL.—Este artículo es el primero de una serie preparada por el Autor, en la que se estudian los diferentes tipos de tableros de puentes. Su publicación se continuará en los próximos números de "Hormigón y Acero".

## TABLEROS DE VIGAS

La materialización de un tablero recto por un conjunto de vigas longitudinales uniformemente repartidas que se apoyan en dos pilas y una determinada estructura transversal que completa el tablero en su parte superior, es una idea antigua en la historia de los puentes. Esta idea, plenamente vigente hoy en día, lleva implícita una manera clara de resolución de los dos problemas básicos de todo puente: el problema resistente y el constructivo.

### Problema resistente

En todo tablero recto bi-apoyado, con dos bordes libres, el esfuerzo predominante bajo la actuación del peso propio, la carga muerta y la sobrecarga, es la flexión longitudinal. Esta flexión puede ser resistida de dos maneras. Distribuyendo uniformemente la rigidez longitudinal a lo ancho del tablero, lo que nos proporciona el tablero losa, o concentrándola en determinadas líneas paralelas, con lo que tenemos el puente de vigas. En general y desde el punto de vista de la cantidad de materiales empleados, concentrar la rigidez en una serie de líneas longitudinales es un criterio de economía, ya que la flexión se resiste más fácilmente cuanto mayor sea el canto.



La losa superior que materializa el tablero tiene una doble misión: a) contribuir a la inercia longitudinal de las vigas longitudinales; b) recoger la flexión transversal de la carga que actúa directamente sobre ella, transportándola a las vigas longitudinales, y contribuir con las vigas riostras transversales, si existen, al reparto transversal de cargas entre vigas longitudinales.

### Problema constructivo

En la morfología del puente de vigas existe además una voluntad constructiva. Cada una de las vigas que constituyen el tablero pueden realizarse independientemente y montarse sobre las pilas; con lo que el peso del elemento a manejar es mucho menor que el del tablero total. Una vez colocadas las vigas se construye la losa superior apoyándose sobre ellas. De esta manera se consiguen dos logros importantes en los puentes: manejar elementos de poco peso, lo que determina medios de montaje poco importantes, y liberarse del apoyo en el terreno durante la construcción.

### Clasificación de los puentes de vigas

Los puentes de vigas de hormigón se clasifican en dos grandes familias:

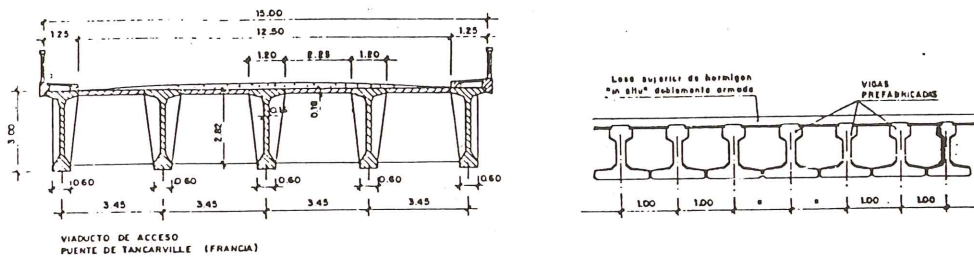
Puentes de vigas prefabricadas.

Puentes de vigas hormigonadas in situ.

En el puente de vigas prefabricadas se producen las dos ventajas antes citadas, las resistentes y las constructivas. Su ámbito de aplicabilidad hoy en día va desde las luces

más pequeñas que normalmente se encuentran en los puentes, hasta los 40 ó 45 m. Aunque se han realizado puentes de vigas de luces mayores, sobrepasar los 40 ó 45 m. supone el manejo de elementos muy pesados para los cuales los medios de montaje son muy caros y el transporte dificultoso. Por esa razón, cuando es necesario construir un puente de luz mayor, la división longitudinal del tablero en vigas independientes cede el paso a la subdivisión del tablero en rebanadas transversales; lo que nos conduce a la viga cajón utilizada casi con exclusividad en los puentes de gran luz.

El peso y tamaño de las vigas determinaba, hace pocos años, una segunda clasificación de los puentes de vigas prefabricadas. Esta distinguía entre vigas prefabricadas en talleres, fijos en distintos puntos de la geografía de un país, y entre vigas que se prefabricaban en las proximidades de la obra a la que se iban a destinar. Para las primeras, que raramente sobrepasan los 25 metros de luz, el peso y envergadura de la viga marcaban los límites de su transporte a grandes distancias. Las segundas se utilizaban a partir de estas luces y los problemas de transporte se minimizaban por la proximidad del taller de fabricación de vigas, a la obra. Hoy en día esta distinción ha desaparecido prácticamente, ya que desde talleres fijos se están transportando vigas de 40 m de luz, a distancias importantes,

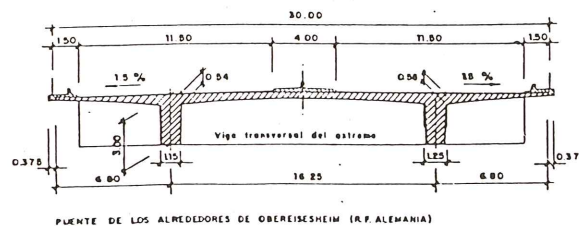


Puentes de vigas prefabricadas

Los tableros formados por vigas hormigonadas in situ participan únicamente de las ventajas resistentes que hemos citado al principio. Presentan sus características propias, como son: una mayor separación entre vigas que en las prefabricadas, y ser vigas más pesadas y menos perfiladas, ya que aquí el peso y tamaño de las vigas es menos importante.

Su industrialización puede hacerse a base de grandes cimbras apoyadas en el suelo o cimbras autoportantes; pero en estos casos su competencia económica con el puente losa aligerada es dudosa. Este conjunto de razones ha hecho que este tipo de puentes se utilice menos que el de vigas prefabricadas en aquellos países en que la industria de la prefabricación está desarrollada.

En cuanto al ámbito de luces que cubre este tipo de puentes, es teóricamente indefinido, aunque en la realidad suele oscilar entre los mismos valores de luces que los puentes de vigas prefabricadas.



Puente de vigas hormigonado in situ.



## Ordenación del estudio del tablero de vigas

En el punto primero vamos a desarrollar el comportamiento resistente de un tablero de vigas, así como la influencia que sobre la respuesta tienen las distintas variables morfológicas del tablero. Se establece también la precisión con que los diferentes métodos de cálculo aproximan la respuesta real.

En el punto segundo trataremos los problemas morfológicos y de dimensionamiento.

En el punto tercero examinaremos el proceso general de cálculo de este tipo de tableros, haciendo especial referencia a las deformaciones producidas por la fluencia y la retracción.

### 1. TABLERO DE VIGAS. COMPORTAMIENTO RESISTENTE

Un tablero de vigas es una estructura compleja, con un claro comportamiento espacial, cuya respuesta bajo las cargas verticales depende de un conjunto de variables entre las cuales las más significativas son:

- a) Geometría en planta del tablero. Consideramos tableros rectos únicamente. El tablero oblicuo o curvo, cuya problemática participa de la de los puentes rectos, presenta características de comportamiento particulares, debidas a su geometría, que no vamos a tratar en este apartado.

La variable más significativa en estas condiciones es la relación entre el ancho y la luz del tablero.

- b) Condiciones de vinculación en el contorno. Suponemos siempre que el tablero presenta dos bordes libres, que es la situación más frecuente en casi todos los puentes. Los otros dos bordes del contorno podrán estar simplemente apoyados en las pilas (tablero bi-apoyado), o tener continuidad estructural con los vanos contiguos. En ningún caso consideraremos la vinculación de empotramiento entre pilas y tablero, que da lugar a los puentes pórtico.

Admitimos también que los movimientos de los soportes, bajo las acciones que les transmite el tablero, son lo suficientemente pequeños como para que no influyan en la respuesta resistente de éste.

En este caso, las dos únicas variables de vinculación que consideraremos son la de tablero simplemente apoyado y la de tablero continuo.

- c) Distribución de rigideces en planta. El tablero podrá estar formado: por una serie de vigas longitudinales, con sección transversal en "T", doble "T" o cajón; por una losa transversal que materializa la plataforma y que siempre consideraremos solidaria con las vigas a efectos resistentes, y por una serie de vigas riostras, más o menos espaciadas, que se distribuyen uniformemente a lo largo de la luz y que pueden existir o no existir.

Después de lo expuesto, la sección transversal del tablero refleja en gran medida el tipo de comportamiento resistente, ya que constituye el elemento generador del tablero, discutiendo a lo largo de una directriz recta.

- d) Tipo de cargas. Las cargas que vamos a considerar aquí se reducen a dos tipos. Cargas puntuales y cargas uniformemente repartidas a lo largo de la luz del tablero; y ambas verticales. En general, la mayoría de los códigos de sobrecargas de puentes de carreteras suelen referirse a estos dos tipos.

\*\*\*

Con respecto al tratamiento a dar al problema, nos ha parecido interesante tratar con ejemplos concretos de tableros, (como el que representamos en la figura 1), de los cuales obtendremos la respuesta resistente variando o no su sección transversal, luz, o condiciones de vinculación; pero siempre con casos concretos. Este procedimiento no sería muy útil en el caso de que se pudiesen obtener expresiones generales que acotasen la influencia de las distintas variables enumeradas; pero este no es el caso. Así pues, el problema lo reducimos a casos concretos, con los que puede verse con claridad el fin perseguido. Además, el procedimiento tiene la ventaja de que por tratarse de casos reales, los resultados reproducen el orden de magnitud del problema; lo cual siempre es interesante.

El tablero de la figura 1 lo tomamos como base y al él nos refiremos constantemente a lo largo de este trabajo.

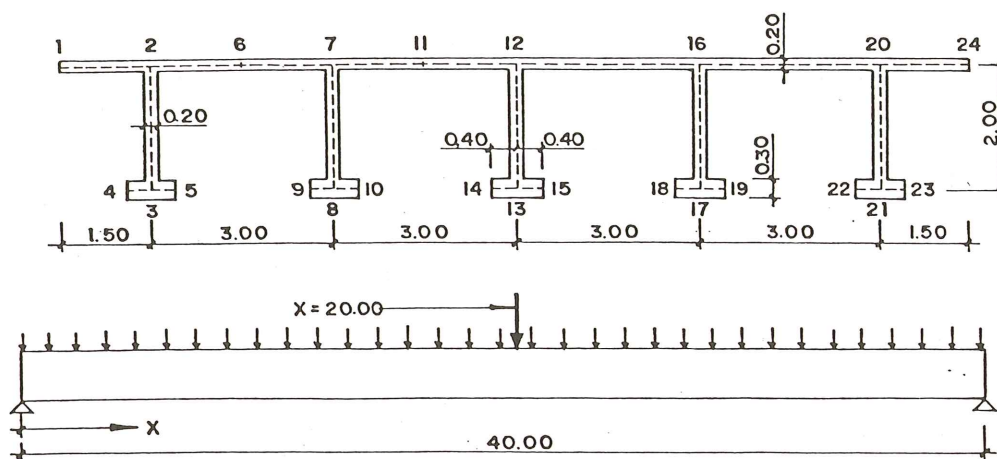


Fig. 1.

### 1.1. Descomposición de la respuesta resistente

En la figura 1.1.a. representamos la respuesta en corrimientos y tensiones longitudinales,  $\sigma_x$ , en el centro de la luz, del tablero bi-apoyado que aparece en la figura 1, cuando se le solicita bajo una carga puntual de 100 t, situada en el centro de la luz y con una excentricidad, respecto a su eje, de 4,5 m.

Esta respuesta la podemos suponer obtenida por la suma de otras tres.

La primera corresponde a suponer el tablero con sección transversal indeformable, sometido a una carga centrada de 100 t. (Figura 1.1.b.). Si en estas condiciones aplicamos la teoría de la viga al cálculo de la respuesta, tendremos una flexión cilíndrica y un estado tensional constante a lo ancho del tablero. El único error que se comete en este caso es el haber despreciado la deformación por esfuerzo cortante de la losa que constituye el tablero, la cual hará que la distribución de tensiones en las cabezas superior e inferior no sea constante.

La segunda se obtiene al suponer el tablero con sección transversal indeformable, sometido a un par torsor de 450 m.t, que es el que se obtiene de multiplicar el valor de la carga exterior por la distancia al centro de gravedad de tablero. (Figura 1.1.c.). Bajo esta sollicitación, el tablero experimentará una serie de giros alrededor del centro de esfuerzos cortantes y una distribución lineal de tensiones longitudinales, de las cuales representamos la de la sección central.

Por último tenemos los corrimientos y tensiones longitudinales, debidos al hecho de que la sección transversal no es indeformable, como hemos supuesto en los dos casos anteriores. Esto lo reflejamos en la figura 1.1.d.

Esta descomposición de la respuesta real en otras tres, no tendría interés si no fuese porque destaca la importancia que tienen las tensiones longitudinales,  $\sigma_x$ , debidas a la torsión (cuya cuantía es mayor que las debidas a la carga centrada) y a la deformación de la sección transversal, y refleja en gran medida cómo responde este tipo de tablero a la excentricidad de la carga.

Este hecho nos conduce a detenernos, antes de pasar al estudio general, a conocer el comportamiento a torsión de un tablero de vigas doble "T" con sección transversal indeformable.

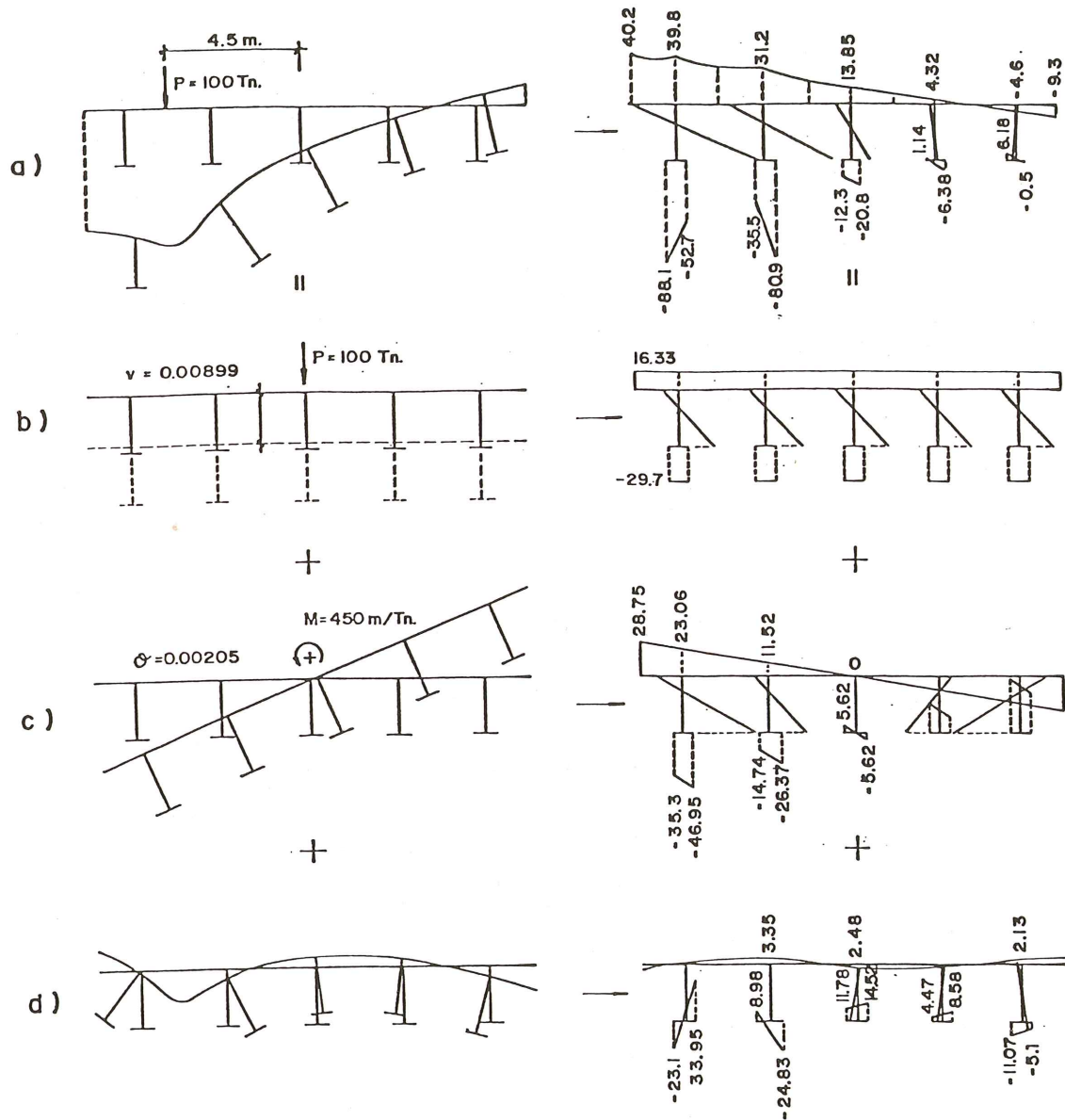


Fig. 1.1. Corrimientos y tensiones. a) Comportamiento total; b) Debidos a la flexión; c) Debidos a la torsión; d) Debidos a la deformación transversal.

## 1.2 Tablero de vigas, con sección transversal indeformable, sometido a sollicitación excéntrica \*

La indeformabilidad real de las secciones transversales del tablero es una condición teórica, que en la realidad se puede conseguir, a efectos prácticos, con la disposición de una serie de vigas riostras a lo largo de la luz y cuyo número dependerá de la relación ancho-luz del tablero y del tipo y colocación de la carga exterior. En general, salvo en casos de tableros de relaciones ancho-luz extraordinarias, con tres o cinco vigas riostras intermedias y dos riostras en los apoyos, la sección transversal puede considerarse indeformable.

En este caso y sólo en este caso, la carga descentrada de 100 t que sollicita a la sección transversal en el centro de la luz, con un descentramiento, por ejemplo, de 6 m respecto al eje del tablero, como se indica en la figura 1.2.a., se puede descomponer en una carga centrada de 100 t y en una sollicitación torsora de 600 m. t.

La primera sollicitación produce una flecha en el centro de la luz, igual a:

$$v = 0,0089 \text{ m.}$$

y un estado tensional longitudinal como el representado en la figura 1.1.b.

Bajo la torsión, la sección experimenta un giro  $\theta(x)$  que produce dos tipos de corrimientos: los transversales, con centro de giro el centro de esfuerzos cortantes, (figura 1.2c), y el alabeo de la sección, con corrimientos longitudinales  $u(x, s)$ . En el caso de que estos corrimientos longitudinales no sean independientes de  $x$ , lo que ocurre cuando los momentos torsores no son constantes a lo largo de toda la viga, el alabeo libre de cada sección se verá coaccionado, produciéndose un estado tensional longitudinal  $\sigma(x)$ .

El comportamiento resistente ante la torsión se compone, por tanto, de dos mecanismos. El primero, formado por la rigidez a torsión de cada una de las placas que constituyen la sección, donde se produce un flujo de tensiones tangenciales de St. Venant; y el segundo, formado por una flexión antimétrica, correspondiente al alabeo torsional coaccionado.

La torsión sollicitación se repartirá entre ambos mecanismos, según la ley que gobierna el fenómeno:

$$\theta^{IV} - K^2 \cdot \theta'' = -\frac{m_t}{EI_d} \quad K = \frac{G \cdot I_d}{E \cdot I_w} = 0,0218$$

Para el caso particular que estamos tratando, la solución de la ecuación diferencial es, para  $x \leq \ell/2$ :

$$\theta(x) = \frac{M_T \cdot \ell}{G \cdot I_d} \left( 0,5 \frac{x}{\ell} - \frac{\text{sen} \frac{K\ell}{2}}{K \cdot \ell \cdot \text{sen} K\ell} \text{sen} Kx \right) = 0,1604 (0,25 - 0,6324 \text{sen } 0,0218 x)$$

$$B(x) = M_T \cdot \ell \frac{\text{sen} \frac{K\ell}{2}}{K\ell \text{sen} K\ell} \cdot \text{sen} Kx = 15,188 \text{sen } 0,0218 x$$

$$T_s = M_T \left( 0,5 - \frac{\text{sen} \frac{K\ell}{2}}{\text{sen} K\ell} \cos Kx \right) = 600 (0,5 - 0,5516 \cdot \cos 0,0218x)$$

donde  $\theta(x)$  es el giro de la viga alrededor del centro de esfuerzos cortantes;  $B(x)$  es el bi-momento de la sección, que se relaciona con las tensiones longitudinales por la expresión:

$$\sigma_{(x)} = \frac{B(x) \cdot w}{I_w}$$

\* Para el desarrollo de esta teoría véase "La sección abierta y cerrada bajo sollicitación excéntrica", J. Manterola. Monografía n° 15 de la Agrupación de Fabricantes de Cementos de España.

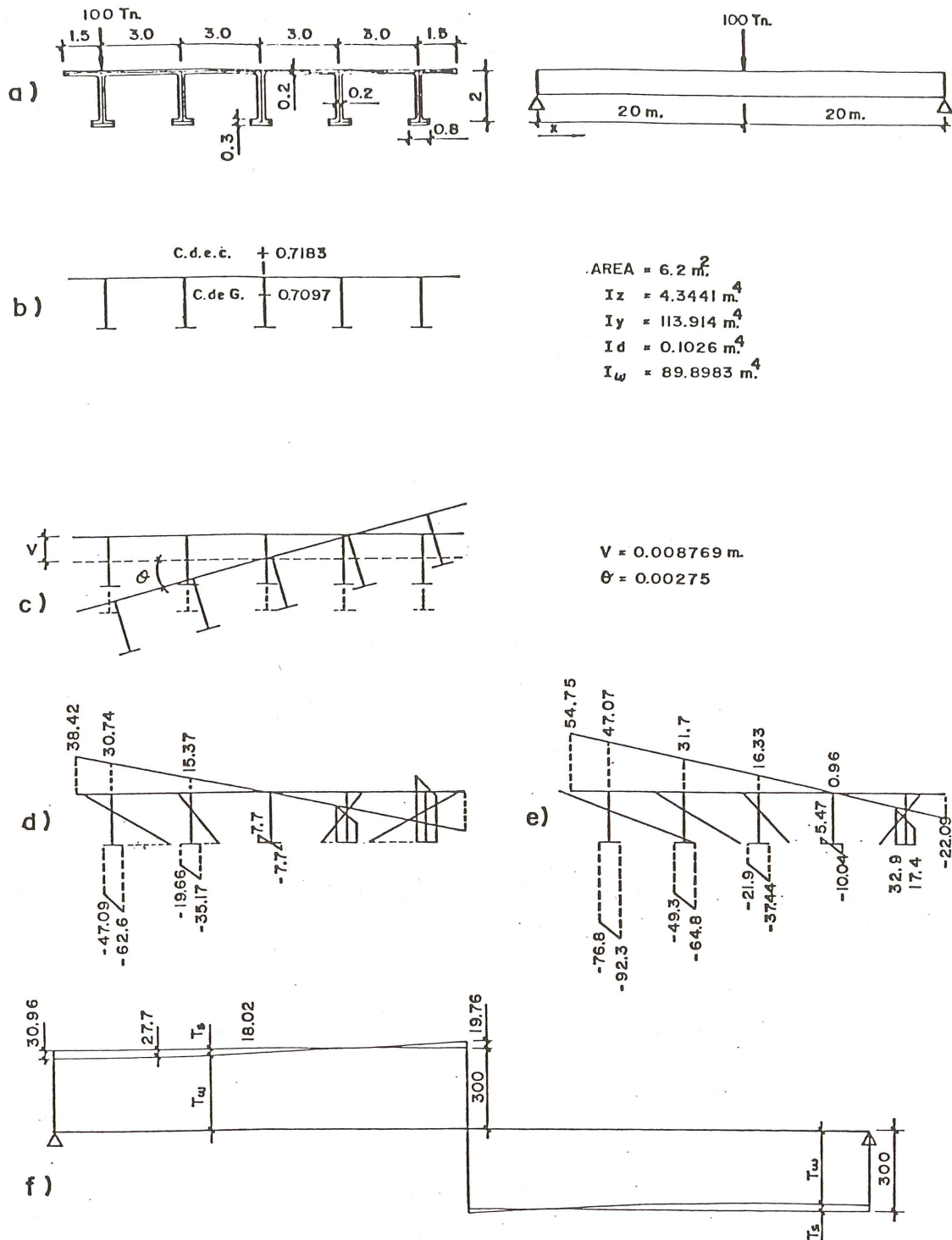


Fig. 1.2. Alabeo torsional. a) Sección transversal; b) Características mecánicas; c) Corrimientos debidos a la flexión ( $v$ ) y a la torsión ( $\theta$ ); d) Tensiones,  $\sigma_x$ , debidas al alabeo torsional; e) Tensiones  $\sigma_x$ , debidas a la flexión y al alabeo torsional; f) Distribución, a lo largo de la luz, del momento torsor, resistido por alabeo torsional ( $T_w$ ) y por tensiones tangenciales de St. Venant ( $T_s$ ).

siendo  $w$  la coordenada sectorial, y  $T$  ( $s$ ) es la parte del momento torsor solicitación, resistido por torsión de St. Venant.

El resultado de estas ecuaciones se representa en la figura 1.2. De ella se pueden destacar las siguientes conclusiones:

1. Casi toda la torsión es resistida en esta sección por la flexión asimétrica que produce el alabeo torsional coaccionado,  $T_w$ , quedando una parte muy pequeña para las tensiones tangenciales de St. Venant. (Figura 1.2.f.).

2. Las tensiones longitudinales,  $\sigma_x$ , son mayores en las vigas extremas que las que produce la flexión vertical. (Figura 1.1.b y 1.2.d).

3. En las alas inferiores de la doble "T", el estado tensional no es uniforme sino que varía linealmente a lo largo de ella. Este hecho, que se debe al carácter lineal de la distribución de  $w$  en la cabeza inferior, refleja su rigidez al actuar como viga de canto igual al ancho de la cabeza inferior de la doble "T", flectando horizontalmente como consecuencia del giro alrededor del centro de esfuerzos cortantes. (Figuras 1.2.c., 1.2.d y 1.2.e).

### 1.3 Análisis de un tablero de vigas, con sección transversal deformable, sometido a una carga excéntrica.

Si en lugar de ser la sección transversal indeformable, el tablero es deformable, la respuesta del mismo tablero de la figura 1, sin más vigas riostras que las colocadas en sus extremos, variará según aparece en la figura 1.4., donde se representan, comparados con los de sección transversal indeformable, los corrimientos, tensiones longitudinales y momentos flectores transversales en la sección central.

La diferencia entre ambas respuestas es ostensible. En el tablero deformable los corrimientos de la viga cargada, así como su estado tensional, es mayor, de la misma manera que las vigas alejadas de la carga tienen corrimientos y tensiones menores. La losa superior se deforma según la ley de momentos flectores,  $M_y$ , que aparece en la figura 1.4.c.

Lo que ha ocurrido es que la pérdida de rigidez de la sección transversal ha producido un reparto de cargas más pequeño. Para analizar la respuesta aislemos la viga directamente cargada, del resto del tablero, realizando un corte longitudinal por el intereje con la viga contigua.

A lo largo de ese corte aparecen cuatro tipos de esfuerzo. Por un lado, unos esfuerzos cortantes verticales,  $Q_y$ , (figura 1.5.a.) y unos momentos flectores,  $M_y$ . Por otro, unos esfuerzos cortantes horizontales,  $N_{xy}$ , (figura 1.5.b), y unos axiles transversales,  $N_y$ , (figura 1.5.c.).

Estos cuatro tipos de esfuerzos reflejan los dos mecanismos de resistencia que ha desarrollado el tablero para resistir. El primero es el mecanismo de flexión general, que se refleja en los esfuerzos  $Q_y$  y  $M_y$ . El segundo es el producido por el efecto membrana de la losa superior, que se refleja en dicha sección en los esfuerzos  $N_{xy}$  y  $N_y$ .

#### 1.3.1 Flexión general del tablero

Si independizamos la viga directamente cargada, del resto del tablero, y la solicitamos por la carga exterior, experimenta una serie de corrimientos verticales,  $f$ , y sus correspondientes esfuerzos y tensiones.

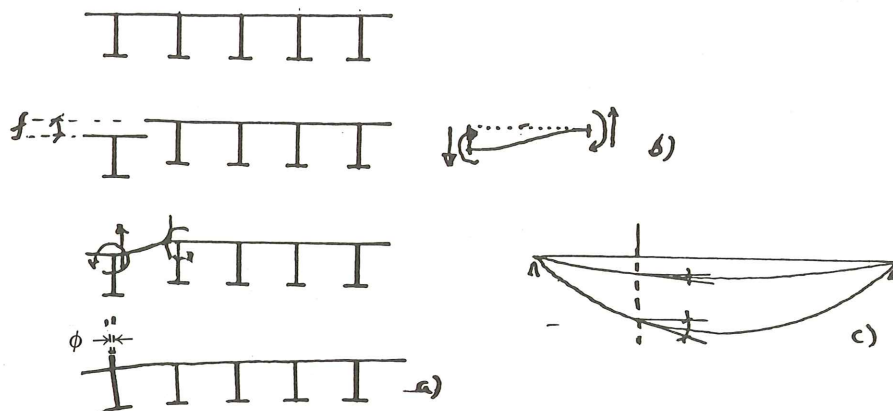


Fig. 1.3

La losa transversal, obligada a seguirla en su deformación, experimentará un descenso de apoyo y, por su equilibrio interno, la aparición de unos momentos flectores y cortantes en sus extremos, los cuales introducidos en la estructura completa, con signo contrario, producirán una descarga de la viga exteriormente cargada y una carga de la contigua. Además, experimentará unos determinados giros  $\phi$ . Este proceso se propaga hacia todas las demás vigas hasta que el sistema se pone en equilibrio.

La cuantía de este efecto depende de las siguientes variables:

a) De la relación de rigideces a flexión de la losa transversal y las vigas longitudinales. Cuanto más rígidas sean estas últimas, ya sea por tener una inercia grande o una luz pequeña, la flecha  $f$ , será más pequeña y por tanto el factor origen de la transmisión transversal de cargas.

Por el contrario, cuanto mayor sea la inercia de la losa transversal y menor sea su luz libre, (lo que a lo largo de la transmisión de cargas en dirección transversal representa la anchura del tablero), el traspaso de cargas de la viga directamente cargada a las demás será mayor.

Este efecto destaca la importancia que en el reparto transversal tienen, la relación entre la anchura y la luz del tablero y la relación que existe entre las inercias longitudinal y transversal.

b) De la rigidez a torsión de las vigas longitudinales. Cuanto mayor sea ésta, menor giro  $\phi$  se producirá en la viga longitudinal y por tanto más empotrada estará la losa transversal. En este caso, las cargas  $Q_y$ , que equilibran los momentos flectores transversales  $M_y$ , serán mayores y mayor será por tanto el traspaso de cargas de la viga exteriormente cargada a las demás.

c) De la rigidez a torsión de la losa transversal, que se pone en juego a través de los giros diferentes que experimentan las vigas longitudinales en la misma sección transversal del tablero (Figura 1.3.c.). Este giro diferencial torsiona la losa superior.

Esto quiere decir que, en el mecanismo general de flexión del tablero, se ponen en juego las cuatro rigideces del tablero, a flexión y torsión de las vigas longitudinales y a flexión y torsión de la losa superior. Se destaca también la relación ancho-luz como variable fundamental.

### 1.3.2. Efecto membrana de la losa superior

El segundo mecanismo resistente que se produce en el tablero, corresponde al efecto membrana que realiza la losa superior, destacándose la rigidez en su plano, tanto a flexión como a cortante.

En el mecanismo general de flexión que acabamos de describir, sólo hemos tenido en cuenta la continuidad transversal de la losa superior, que hace aparecer los esfuerzos  $Q_y$  y  $M_y$  en la línea media de contacto entre dos vigas. Si sólo existiese este efecto, cada una de las cinco vigas que constituyen el tablero, bajo la acción de los momentos flectores resultantes a que están sometidas, experimentarían en su cabeza superior unos corrimientos longitudinales diferentes.

A estos corrimientos se opone la continuidad de la losa superior, con la aparición de unos cortantes longitudinales,  $N_{xy}$ , (figura 1.5.b), y unos axiles transversales,  $N_y$  (figura 1.5.c). Estos esfuerzos compatibilizan los corrimientos longitudinales entre las fibras comunes de las distintas cabezas superiores de las vigas, haciendo que aparezca la sollicitación transversal de la losa superior y por tanto su comportamiento como membrana.

Su presencia produce dos efectos, uno sobre las vigas y otro sobre la losa misma:

a) Las vigas quedan sollicitadas, a todo lo largo de su borde común con las contiguas, a unos esfuerzos,  $N_{xy}$ . La integración de estos esfuerzos a lo largo de la viga equivale a un esfuerzo axil colocado en cabeza superior, que trasladado al centro de gravedad de la viga equivale a un esfuerzo axil, de tracción o compresión, y a una flexión cuyo valor es el esfuerzo axil multiplicado por la distancia entre el centro de gravedad de la viga y la fibra media de la losa superior.

Este efecto, unido al del primer mecanismo, determina que el estado de esfuerzos en las vigas no es una flexión simple, sino una flexión compuesta. En las vigas que están exteriormente cargadas, el esfuerzo axil será de tracción, mientras que en las no cargadas será de compresión. Este hecho hace que la fibra neutra en las vigas de un tablero, varíe de una viga a otra, ascendiendo en las cargadas y descendiendo hacia los lados opuestos (figura 1.4.b).

En la figura 1.6 representamos estos esfuerzos. En la figura 1.6.a., representamos la ley de esfuerzos axiles a que están sometidas las vigas del tablero; y en la figura 1.6.b., representamos las siguientes leyes de momentos de la viga extrema directamente cargada:

Curva a - Es la ley de momentos flectores de una viga apoyada, bajo el efecto de las 100 t.

Curva b - Es la resultante de deducir de la curva a los momentos flectores,  $M_1$ , que produce la ley de descargas,  $Q_y$ , del mecanismo general de la flexión.

Curva c - Es la resultante de deducir de la curva b los momentos flectores producidos por la ley de cortantes,  $N_{xy}$ .

La repercusión de los esfuerzos cortantes,  $N_{xy}$ , en las tensiones longitudinales de las vigas, varía mucho según se trate de la cabeza superior o la inferior. En la primera dichos esfuerzos reducen extraordinariamente las tensiones de compresión que produce la flexión; mientras que en la cabeza inferior su efecto es muy pequeño, ya que las vigas doble T tienen un gran núcleo central.

b) Si miramos la losa superior como un único elemento estructural, vemos que está sollicitada por un conjunto de compresiones variables, que no son sino los cortantes que aparecen en la parte superior de las almas de las vigas. Estas compresiones son mayores bajo la zona cargada; lo que determina una flexión pura de la losa, en el caso de carga que estamos considerando, que la desplaza lateralmente (figura 1.4.a).

Si la carga exterior está centrada en el eje del tablero, no existirá flexión general de esta losa.



Además de las compresiones correspondientes, la losa, en su conjunto, quedará sometida a una serie de cortantes,  $N_{xy}$ , variables; lo que producirá su deformación correspondiente. Esta deformación produce la distribución no lineal de las tensiones longitudinales en cara superior, (figura 1.4.b), que se hace especialmente intensa en las proximidades de la zona cargada exteriormente. La distribución de  $N_{xy}$  en la losa superior, aparece en la figura 1.7.

Como resumen podemos decir que el efecto membrana: produce una redistribución de las tensiones longitudinales de flexión en la losa de cada una de las vigas, descargando la zona más solicitada y cargando la menos solicitada; reduce la concentración de tensiones longitudinales bajo la carga, y hace que el estado tensional de las vigas no sea de flexión simple sino compuesta.

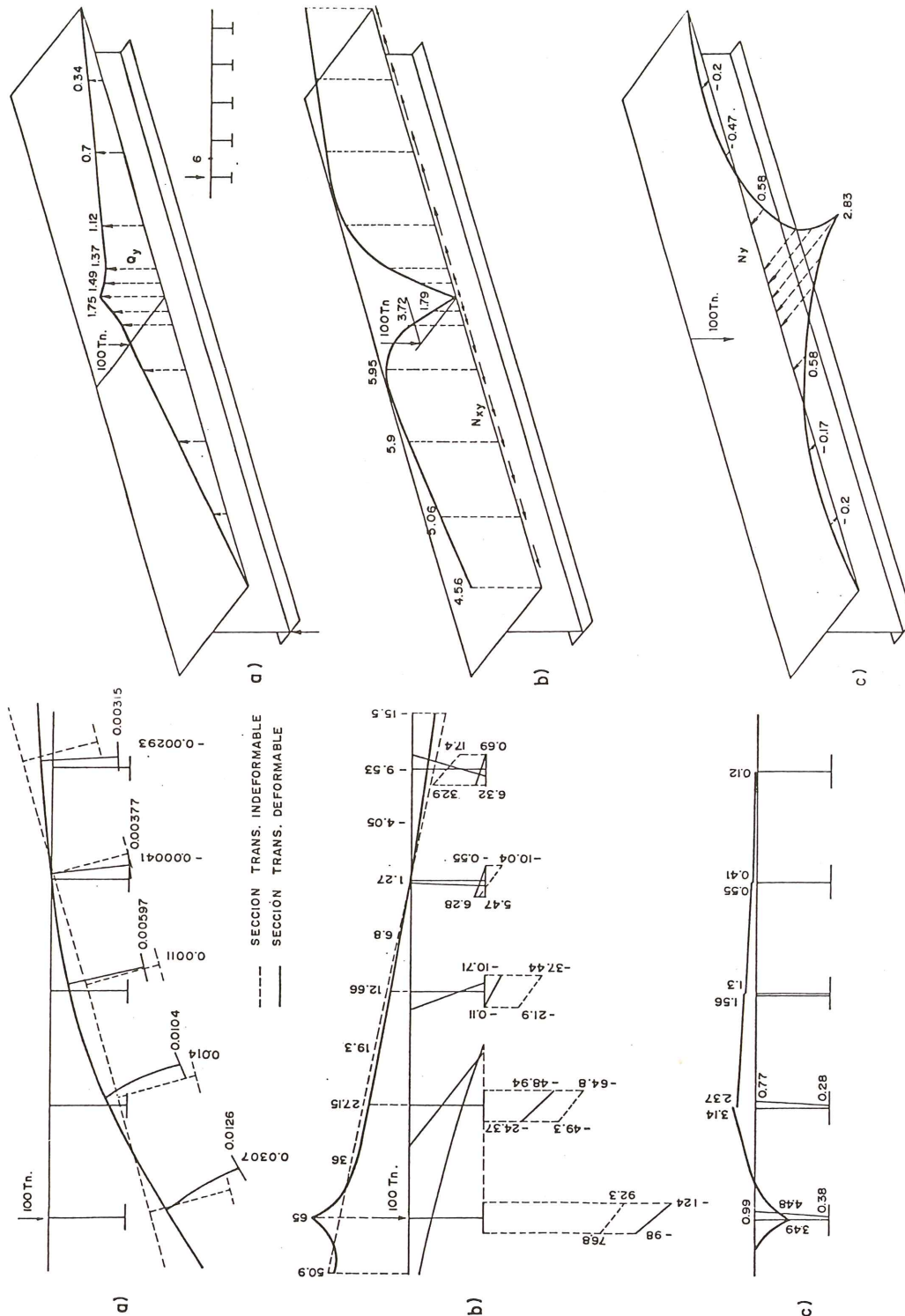


Fig. 1.5. Esfuerzos a lo largo de la línea 6. a) Cortantes  $Q_y$ ; b) Cortantes  $N_{xy}$ ; c) Axiles  $N_y$ .

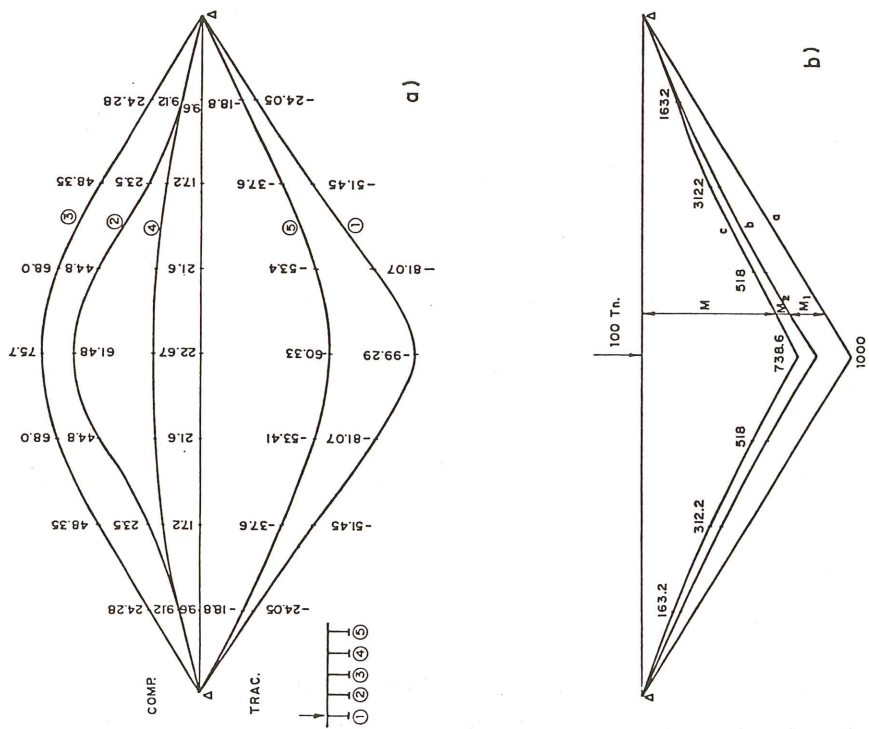


Fig. 1.6. a) Leyes de esfuerzos axiales en las cinco vigas del tablero, a lo largo de la luz; b) Ley de momentos flectores de la viga 1.

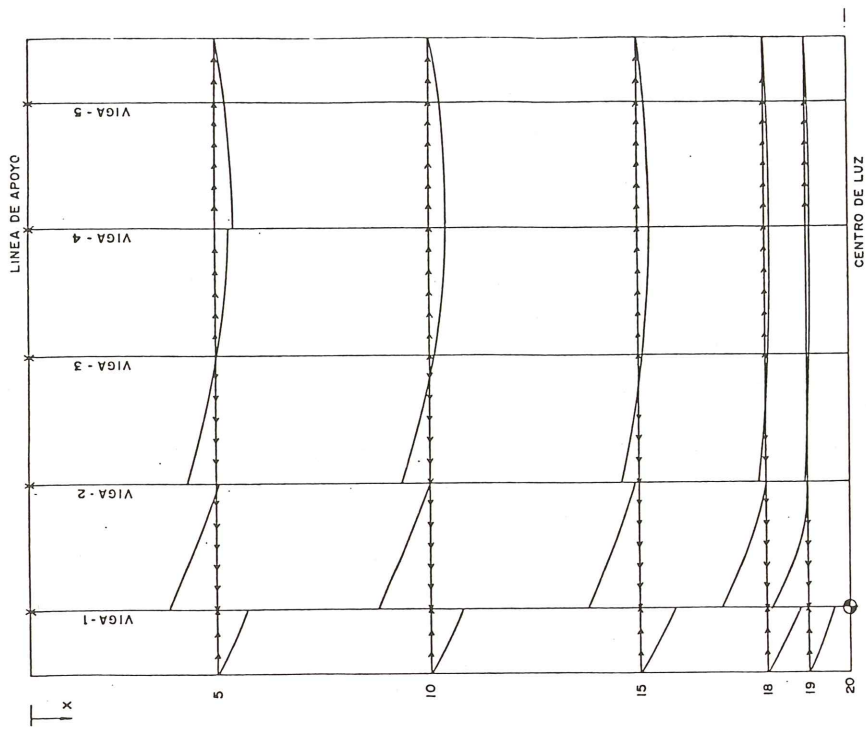


Fig. 1.7. Semi-planta superior del tablero. Distribución de  $N_{xy}$ .

### 1.3.3 Efecto conjunto

La flexión general del tablero y el efecto membrana son dos mecanismos acoplados ya que, como hemos visto, uno interfiere al otro, y viceversa. Cuanto menos eficaz sea el primer mecanismo, debido a la poca rigidez a flexión transversal de la losa, por ejemplo, mayor será el desequilibrio de tensiones longitudinales entre vigas contiguas y mayor será, por tanto, el valor de los esfuerzos cortantes,  $N_{xy}$ . Lo contrario pasa en el caso de tableros con sección transversal muy rígida.

A lo largo de toda esta exposición y a través de los dos mecanismos citados, han ido apareciendo las razones por las cuales el estado tensional en la sección central del puente es el representado en la figura 1.4.b. Sin embargo, no hemos comentado la distribución lineal, no constante, de las tensiones en los tacones inferiores. Estas tensiones, como ya dijimos en el apartado 1.2., provienen de la rigidez a flexión en su plano, del tacón inferior; rigidez que se pone en juego con el giro de las vigas. Este efecto contribuye un poco a la rigidez a torsión conjunta del tablero, y podría incrementarse si se hiciese el talón inferior mayor.

\* \* \*

Una vez examinado cuál es el tipo de respuesta general de un tablero de vigas con sección transversal deformable, vamos a examinar la influencia que sobre la respuesta del tablero tienen las distintas variables que hemos visto en el punto 1. Para ello vamos a tratar sucesivamente los siguientes problemas:

Punto 1.4 Respuesta de tableros de vigas doble "T" bajo cargas puntuales.

1.5 Influencia de las vigas riostras en la respuesta de los tableros formados por vigas doble "T".

1.6 Respuesta de tableros de vigas doble "T" bajo cargas uniformes.

1.7 Influencia de la relación ancho-luz.

1.8 Tableros continuos.

1.9 Tableros formados por vigas cajón.

1.10 Comparación entre las respuestas que proporcionan distintos métodos de cálculo.

1.11 Respuesta de los tableros de vigas doble "T" y vigas cajón cuando se eliminan las vigas riostras sobre apoyos.

El método de cálculo que vamos a utilizar para el análisis de estos casos es el de las láminas plegadas, que es el más perfecto que existe hoy en día para el análisis elástico de este tipo de estructuras. El número de armónicos utilizados en la discretización de las cargas varía entre 10 y 150. Esta variación no es sino consecuencia de la capacidad del programa que hemos utilizado para el estudio, que limita a 2.000 el producto del número de armónicos por el de nudos en que se discretiza el tablero.

### 1.4 Respuesta de los tableros de vigas doble "T" bajo cargas puntuales

Hemos obtenido la respuesta del tablero bi - apoyado de la figura 1, cuando la carga puntual de 100 Tn se desplaza en la sección transversal del centro de la luz. Los resultados en corrimientos, tensiones y momentos, los representamos en las figuras 1.8 a 1.12.

## Corrimientos

- Tanto los corrimientos verticales como los horizontales, en la sección central, se representan en la figura 1.8.a. En todos estos casos se aprecia perfectamente la deformación de la sección transversal, que acrecienta su valor en las proximidades de la zona cargada.
- La curvatura de la losa superior es siempre negativa, salvo en las proximidades de la zona cargada. (Véase ley de momentos flectores transversales en figura 1.10.b).
- Tanto la cabeza superior como las inferiores del tablero, experimentan corrimientos horizontales, siendo tanto mayores cuanto más descentrada está la carga, (figura 1.11.b), y su distribución a lo largo de la luz, como la de los corrimientos verticales, (figura 1.11.a.), sigue una ley de tipo parabólico.

## Tensiones longitudinales

Las tensiones longitudinales en el centro de la luz, y a sólo dos metros de este punto, se representan en las figuras 1.8.b y 1.10.a.

- En la sección central se observa una clara concentración de las tensiones longitudinales en la cabeza superior. Estos valores son especialmente intensos encima del alma, cuando la carga se dispone en esa situación. Sin embargo, a sólo dos metros de distancia (figura 1.10.a), esta concentración de tensiones en cara superior ha desaparecido. En realidad, estos tableros son muy sensibles a las cargas localizadas, se deforman rápidamente, pero amortiguan su efecto también muy rápidamente.
- La distribución no lineal de tensiones en cabeza superior se debe a la deformación por esfuerzo cortante de las mismas. Esta vuelve a ser especialmente intensa en las proximidades de la carga puntual.
- Cuando la carga puntual actúa entre dos almas, la distribución de tensiones longitudinales en cabeza superior es mucho menos apuntada, como se observa en la figura 1.8.b.2. Este hecho se debe a que la carga puntual se reparte entre las dos almas, por la flexión de la losa transversal. A las aristas 2 y 7 llega la carga distribuida (figura 1.9.c.).
- En la cabeza inferior, el efecto local de la carga puntual se amortigua mucho y aunque presenta los valores máximos bajo el alma cargada, su apuntamiento no adquiere la intensidad que en la losa superior. Este hecho se debe a que, a lo largo del alma, la carga se va repartiendo por la deformación por esfuerzo cortante de la misma. Y es por esto que la distribución de tensiones longitudinales a lo largo del alma directamente cargada no es lineal, como se puede observar en todas las figuras 1.8.b.
- Todos estos efectos revelan la existencia de las grandes tensiones tangenciales que desarrolla el tablero, en las proximidades de la carga, para repartirla rápidamente. A sólo un canto de distancia, el efecto se ha disipado casi totalmente.
- El estado tensional longitudinal en la cabeza inferior de las vigas no es constante sino que varía linealmente. Este hecho se debe a la flexión horizontal que se desarrolla en las mismas como consecuencia de los corrimientos representados en la figura 1.11.b. y que veíamos en los apartados 1.2 y 1.3.
- Cuando la carga está centrada entre dos almas, se produce una flexión de la losa superior, que se transmite a las almas contiguas. Los giros así obtenidos producen un desplazamiento lateral del tacón de la viga exterior, contrario al general de giro del tablero (figura 1.11.b), que produce una curvatura en planta, en las proximidades de

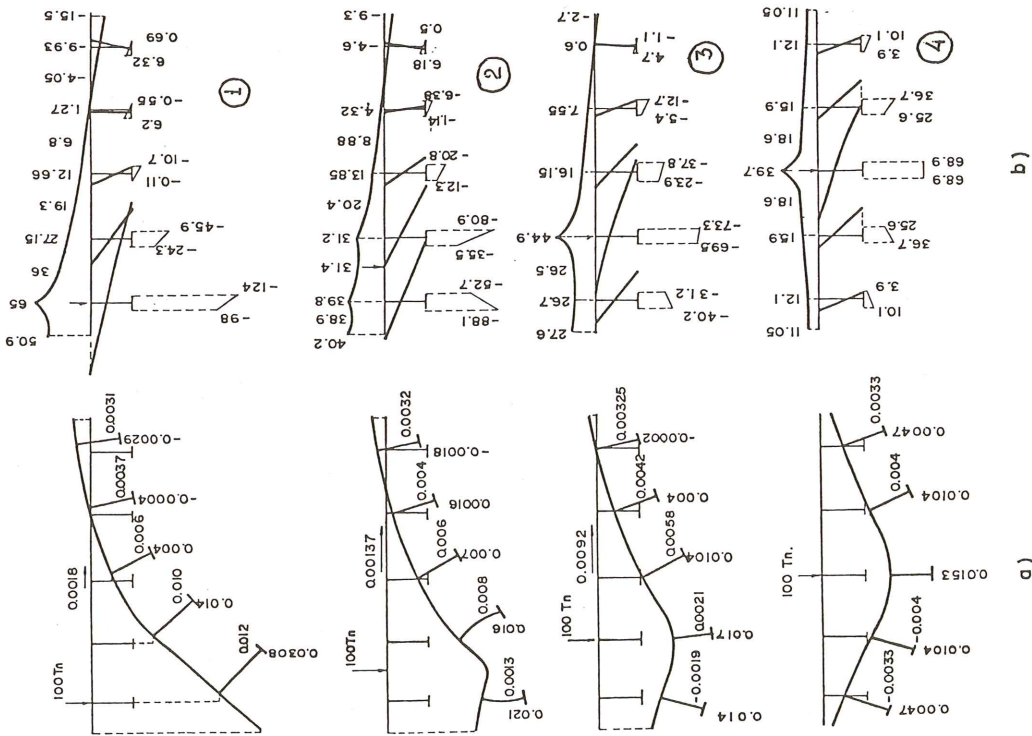


Fig. 1.8. Corrimientos y tensiones en la sección  $x = 20$  m.  
a) Corrimientos; b) Tensiones  $\sigma_x$ .

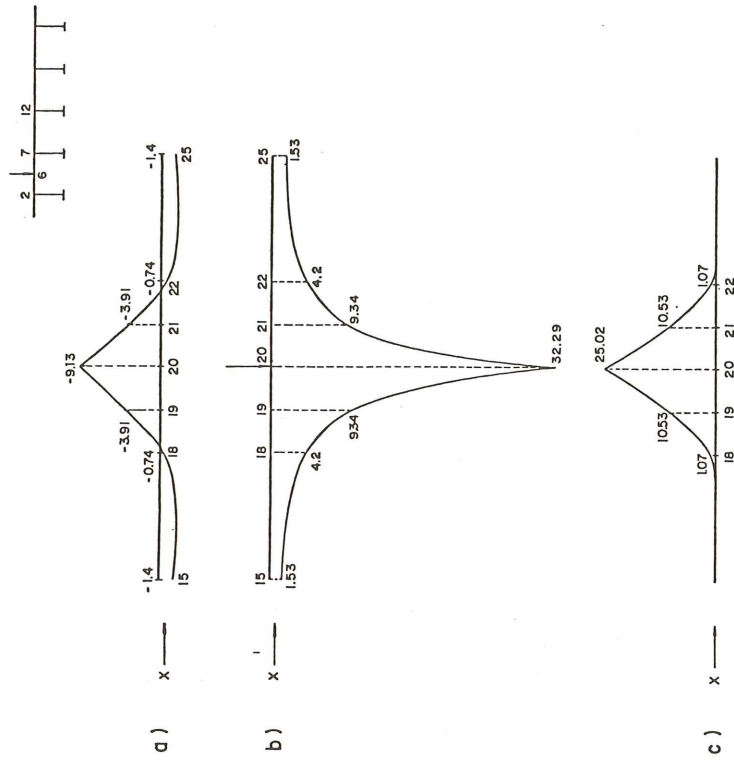


Fig. 1.9. Efecto de la carga puntual.  
a) Distribución de  $M_y$  a lo largo de la línea 2;   
 b) Distribución de  $M_y$  a lo largo de la línea 6;   
 c) Distribución de  $Q_y$  a lo largo de la línea 2.

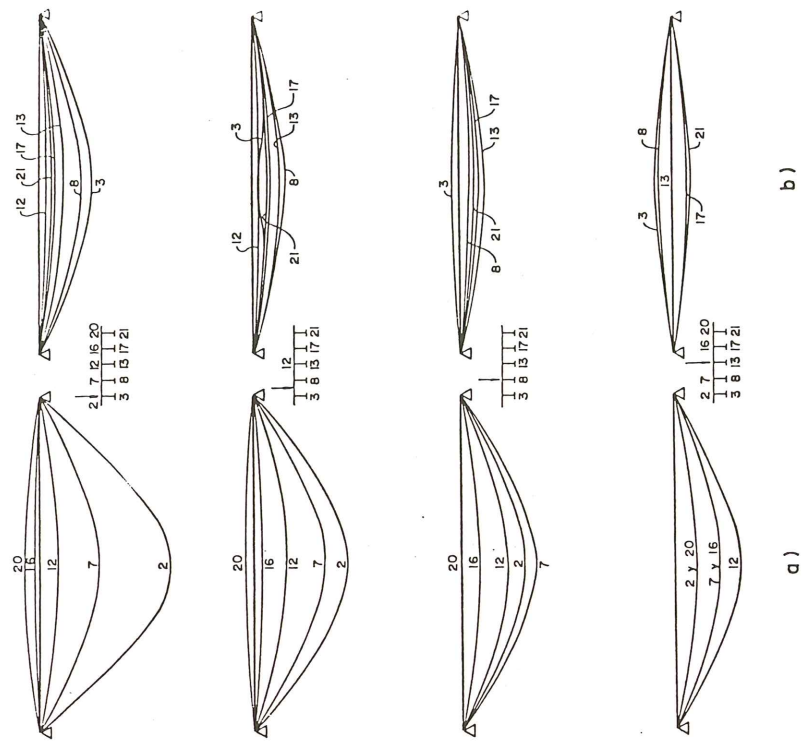


Fig. 1.11. Distribución de corrimientos a lo largo de la luz. a) Corrimientos verticales; b) Corrimientos horizontales de tacos inferiores.

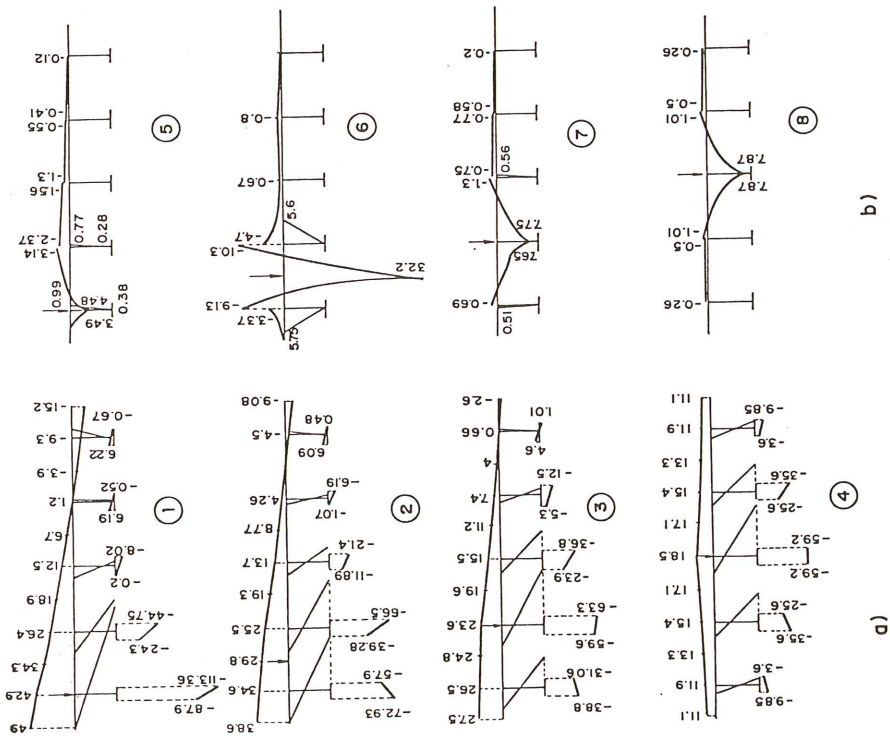


Fig. 1.10. a) Distribución de tensiones longitudinales  $\sigma_x$  para  $x = 18$  m; b) Distribución de momentos flectores  $M_y$  para  $x = 20$  m.

la carga, contraria a la general. Las tensiones longitudinales en el tacón inferior quedan afectadas por este hecho.

### Momentos flectores transversales

Los momentos flectores transversales en la sección central, se representan en la figura 1.10.b. para los distintos tipos de cargas analizados; y su distribución longitudinal a lo largo de la luz en la figura 1.12.

- En todos los casos, las flexiones se concentran bajo la carga, tanto cuando ésta actúa sobre las almas como cuando actúa en el centro del vano. Sin embargo, como en el caso de las tensiones longitudinales, se disipan rápidamente.
- Las leyes curvas que presenta la ley de momentos flectores transversales en las proximidades de la carga, se deben a este mismo hecho. La losa superior tiene una enorme capacidad de reparto, tanto en dirección longitudinal como transversal. En cuanto nos alejamos del punto de carga, las leyes de momentos tienen una distribución lineal.
- Cuando la carga actúa en el centro del vano, las flexiones, como es lógico, son mucho mayores. En las figuras 1.9.a y b, representamos su distribución a lo largo del eje, viéndose su rápida difusión.
- A pesar de la poca rigidez a torsión de las vigas longitudinales, éstas desarrollan suficiente capacidad de empotramiento para que se produzcan momentos flectores negativos en la losa superior, cuando la carga está centrada entre dos almas (figura 1.10.b ©). En esta rigidez a torsión influye de manera significativa la rigidez a flexión horizontal del tacón inferior.

### 1.5 Influencia de las vigas riostras en la respuesta de tableros de vigas doble “T”

Siguiendo con el tablero bi-apoyado de la figura 1, vamos a analizar la influencia de las vigas riostras en la respuesta general del tablero.

Consideramos los siguientes casos de arriostramiento, teniendo siempre en cuenta que todos ellos tienen vigas riostras en los extremos.

1. Sin vigas riostras intermedias.
2. Con una sola viga riostra intermedia, que es la sección donde se aplica la carga.
3. Con dos vigas riostras intermedias, situadas a tercios de la luz.
4. Con infinitas vigas riostras. Este caso no se estudia por láminas plegadas sino por la teoría de la torsión no uniforme en secciones abiertas, según hemos visto en el apartado 1.2. No tiene en cuenta la deformación por esfuerzo cortante.

Salvo en el caso 4, las vigas riostras consideradas están formadas por una triangulación indeformable de los nudos de la sección transversal al relacionar todos sus nudos fijamente, pero permiten que se desarrolle la deformación de las losas cuando están sometidas a flexión.

#### 1.5.1 Una sola viga en el centro de la luz

La presencia de una viga riostra bajo la carga puntual es definitiva para el reparto transversal. El comportamiento del tablero es prácticamente igual al que se produce en el mismo tablero si tenemos infinitas vigas riostras. No hay más que comparar las figuras 1.13.c. y 1.13.b.

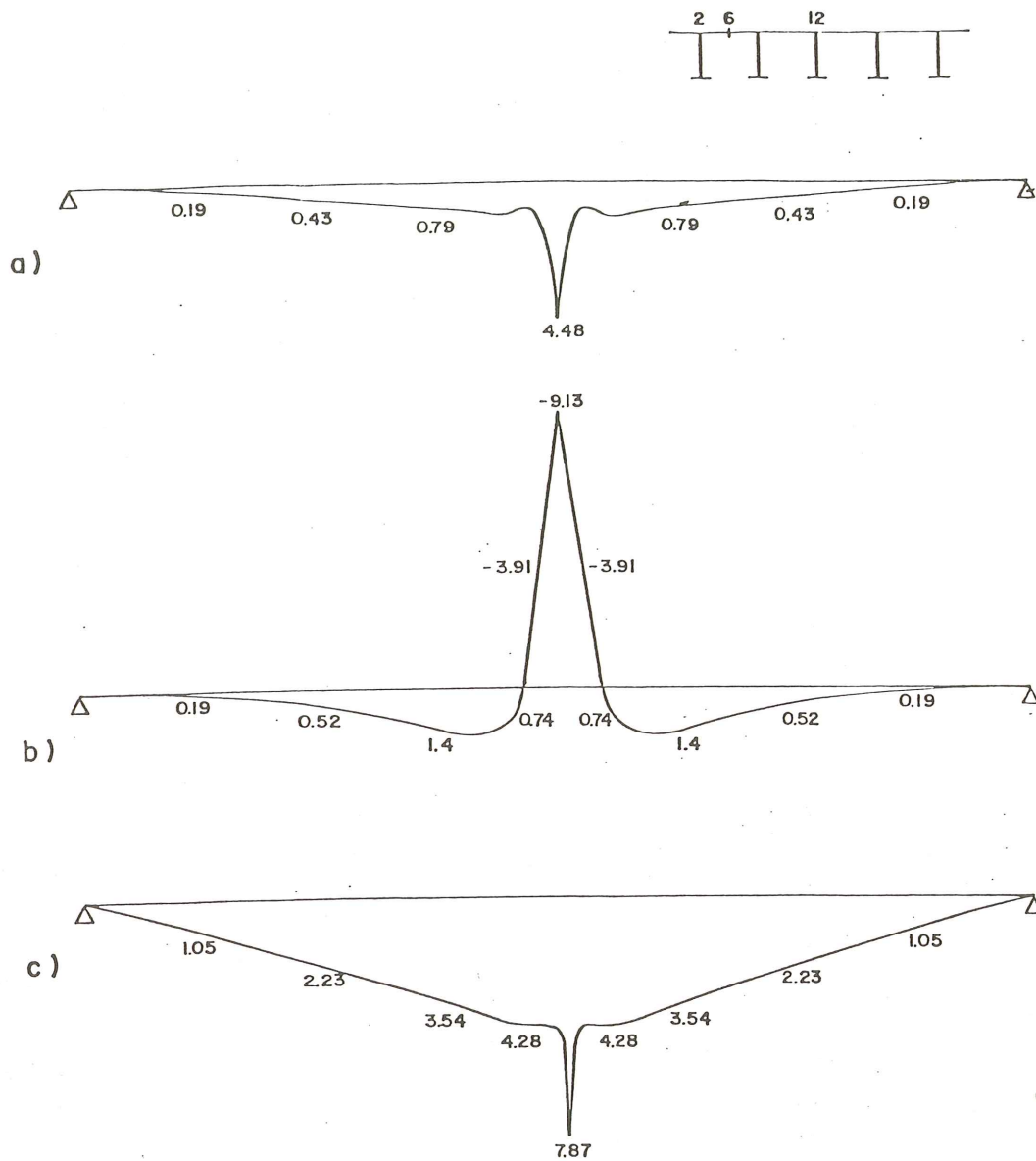


Fig. 1.12. Distribución de  $M_y$  a lo largo de la luz. a) Momentos  $M_y$  sobre la arista 2 para carga en 2; b) Momentos  $M_y$  sobre la arista 2 para carga en 6; c) Momentos en arista 12 para carga en 12.

En el caso de que la carga puntual actúe entre dos vanos, casos de la figura 1.15., los valores de las tensiones en los tacones inferiores de las vigas son aparentemente distintos, pero el valor medio en cada viga es prácticamente igual. La diferencia estriba en que, con una sola viga riostra, la actuación de la carga puntual, a través de la flexión de las losas, produce una deformación del talón inferior del tipo de la representada en la figura 1.11.b.; lo que determina la flexión horizontal que produce la desigualdad de las tensiones de borde.

En el caso de carga centrada en el tablero, los resultados de tener una o muchas vigas riostras es evidentemente el mismo, ya que la viga riostra neutraliza el efecto allí donde se produce.



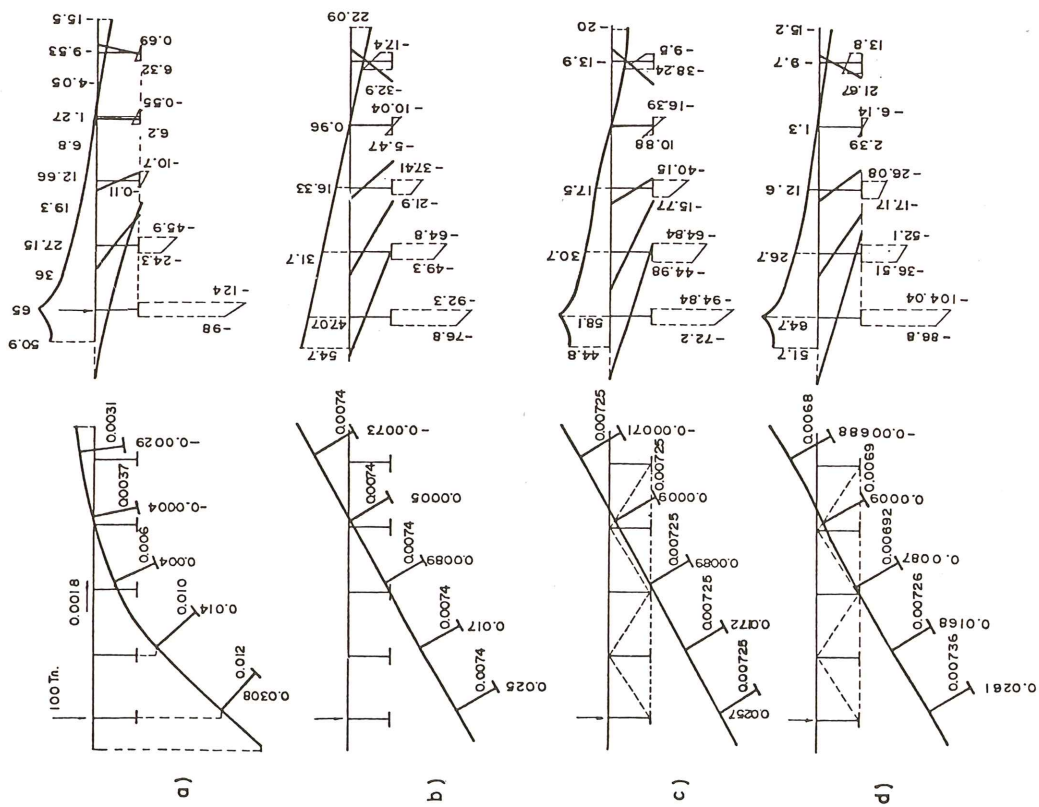


Fig. 1.13. Corrimientos y tensiones  $\sigma_x$  en el centro de la luz.  
 a) Sin vigas riostras; b) Con infinitas vigas riostras; c) Con una viga riostra en el centro de la luz; d) Con dos vigas riostras a tercios de la luz.

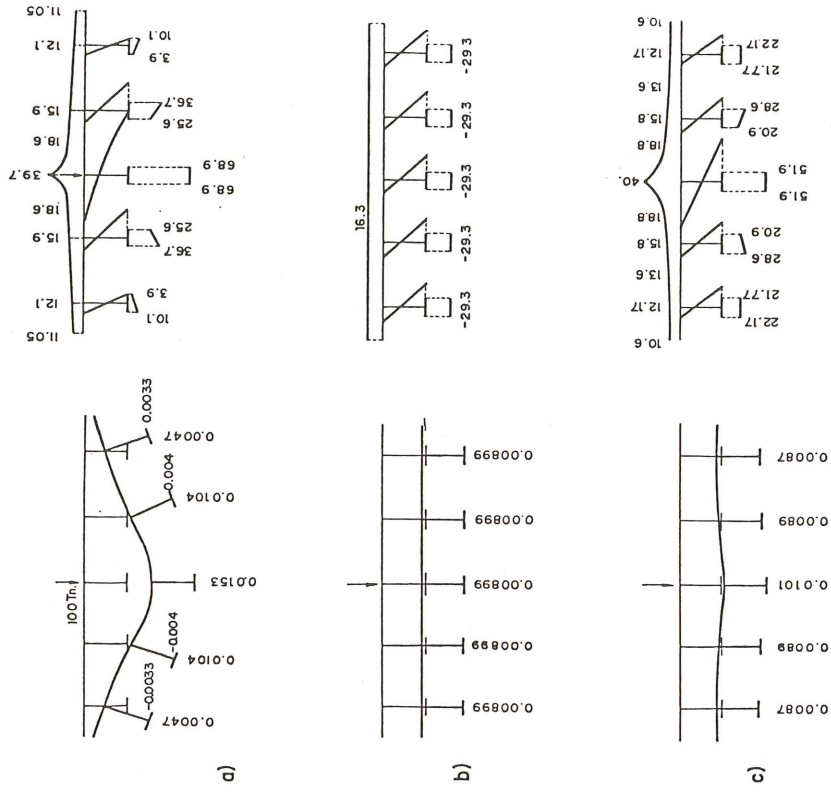


Fig. 1.14. Corrimientos y tensiones  $\sigma_x$  en el centro de la luz.  
 a) Sin vigas riostras; b) Con infinitas vigas riostras; c) Con dos vigas riostras a tercios de la luz.

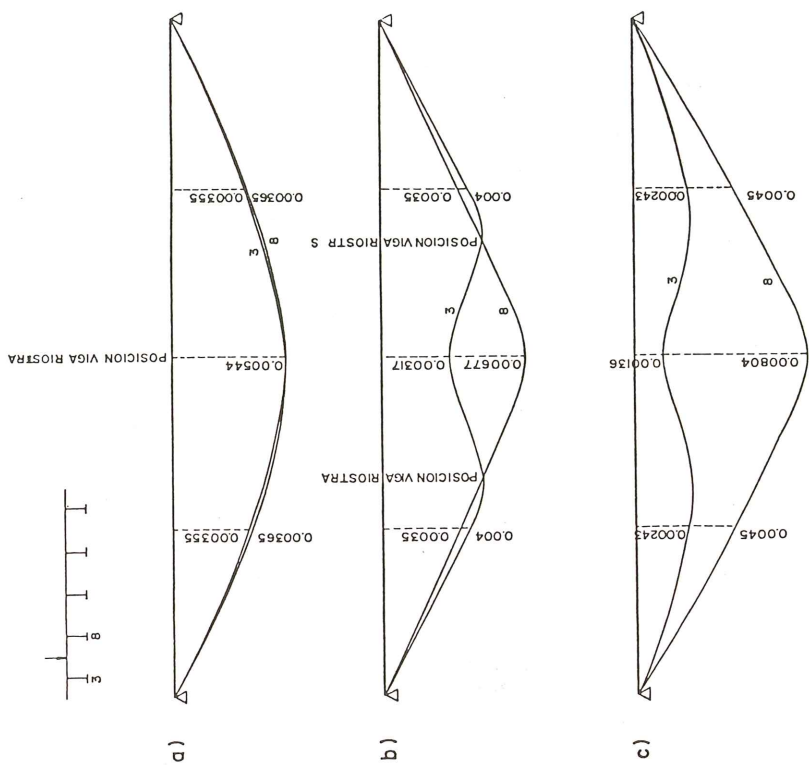


Fig. 1.16. Corrimientos horizontales de los nudos ③ y ④ a lo largo de la luz. a) Con una viga riostra en el centro; b) Con dos vigas riostras a tercios de la luz; c) Sin vigas riostras intermedias.

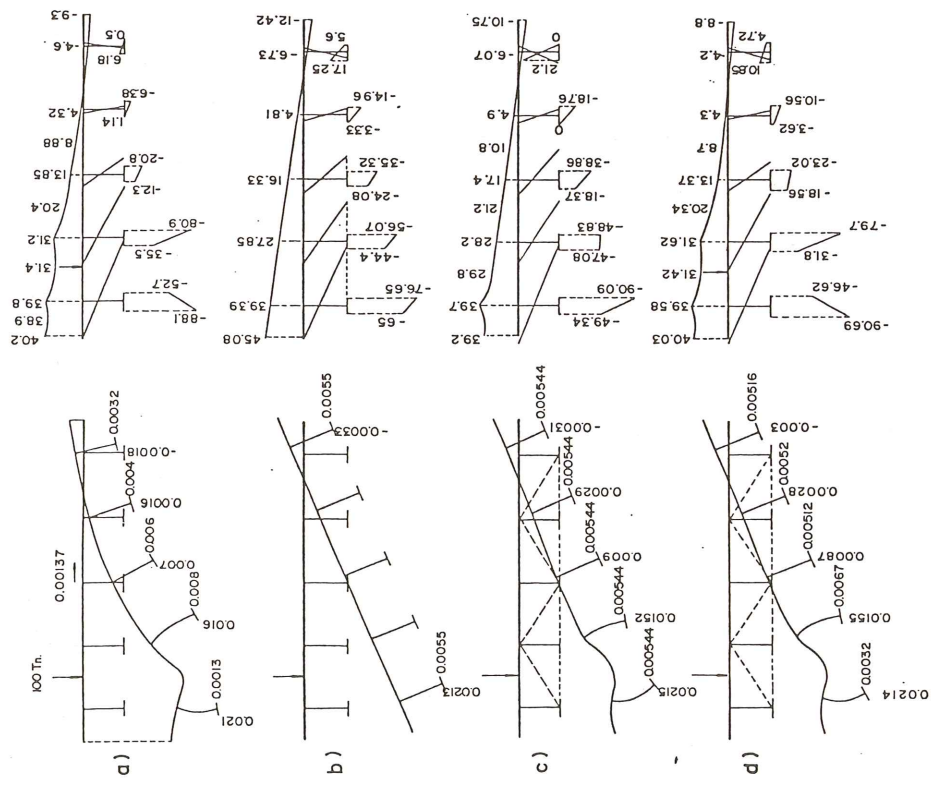


Fig. 1.15. Corrimientos y tensiones en el centro de la luz. a) Sin vigas riostras; b) con infinitas vigas riostras; c) Con una viga riostra en el centro; d) Con dos vigas riostras a tercios de la luz.

### 1.5.2 *Dos vigas riostras a tercios de la luz*

La disposición de dos vigas riostras intermedias supone un arriostramiento general del tablero mayor que el de una viga riostra. Pero para el caso de carga puntual en el centro su eficacia es menor. Esto se comprueba en las figuras 1.13.d y 1.14.c.

El comportamiento de este tipo de arriostramiento se observa con claridad en la figura 1.17.c. La rigidez de la viga riostra iguala los corrimientos de las cinco vigas en los puntos a tercios de la luz. Esta igualación se verifica a base de introducir una carga ascendente en la viga central y descendente en las laterales, lo que produce el estado tensional tan característico de la figura 1.17.c. Desde la riostra hacia el centro de la luz, la viga central se descarga algo en las laterales, a través de la rigidez de la losa transversal; lo que proporciona forma ligeramente curva a la ley de tensiones.

Podría considerarse que, en este caso de carga, el tablero funciona como suma de dos estados de deformación:

- a) El tablero puede considerarse como apoyado fijamente en las dos vigas riostras situadas a tercios de la luz. Se producirá un reparto de cargas entre las cinco vigas, correspondiente a la rigidez a flexión de la losa transversal y de su relación ancho-luz.
- b) Produciendo un descenso de los dos puntos situados a tercios de luz de todo el tablero, lo que proporciona esa característica ley de tensiones trapeciales.

Resulta por tanto evidente que, para el tipo de carga puntual, cuanto más próximas estén las vigas riostras al punto de carga, más eficaz será su presencia. Esto lo hemos comprobado al estudiar el caso de una viga riostra bajo la carga; su eficacia es entonces máxima.

Cuando la carga, en lugar de ser centrada actúa sobre la viga lateral, el funcionamiento es completamente similar al anterior, añadiéndole los giros correspondientes a la excentricidad de la carga (figura 1.17.a).

En cuanto a la actuación de la carga entre dos vigas, el comportamiento es similar, salvo en lo que se refiere a las puntas de tensiones que son mucho menos acusadas que en los casos anteriores, debidos al reparto de carga que establece la losa, como ya hemos visto en 1.4.

Las tensiones inferiores, bajo este último tipo de carga, quedan afectadas por la curvatura en planta del tacón inferior flectando en su plano, la cual también se vé influenciada por las vigas riostras, como se ve en la figura 1.16.

Hasta ahora hemos analizado el efecto de la rigidez transversal del tablero en el mecanismo de reparto. El efecto membrana de la losa superior sigue funcionando de manera habitual, estableciendo una redistribución de las tensiones en la losa superior, que las hace mucho menos sensibles que las tensiones de la cara inferior de las vigas, a las variaciones de la rigidez transversal del tablero que proporcionan las vigas riostras.

Como se aprecia en las figuras 1.13., 1.14 y 1.15. la variación de las tensiones en cara superior, según existan o no vigas riostras, es mucho menor que en la cara inferior de las vigas.

Como consecuencia del estudio anterior, podemos sacar las siguientes conclusiones respecto al efecto de las vigas riostras cuando el tablero está solicitado por cargas puntuales:

1. La máxima eficacia de una viga riostra la encontramos cuando ésta se sitúa bajo la carga puntual.
2. Cuando no están bajo la carga, las vigas riostras producen una descomposición del comportamiento del tablero en dos partes: 1º) La zona situada entre vigas riostras y que comprende la carga, funciona como un tablero continuo con una relación ancho-luz correspondiente a la separación de las vigas riostras y el ancho total del tablero. En ella se produce el reparto transversal normal de cargas. 2º) Una deformación

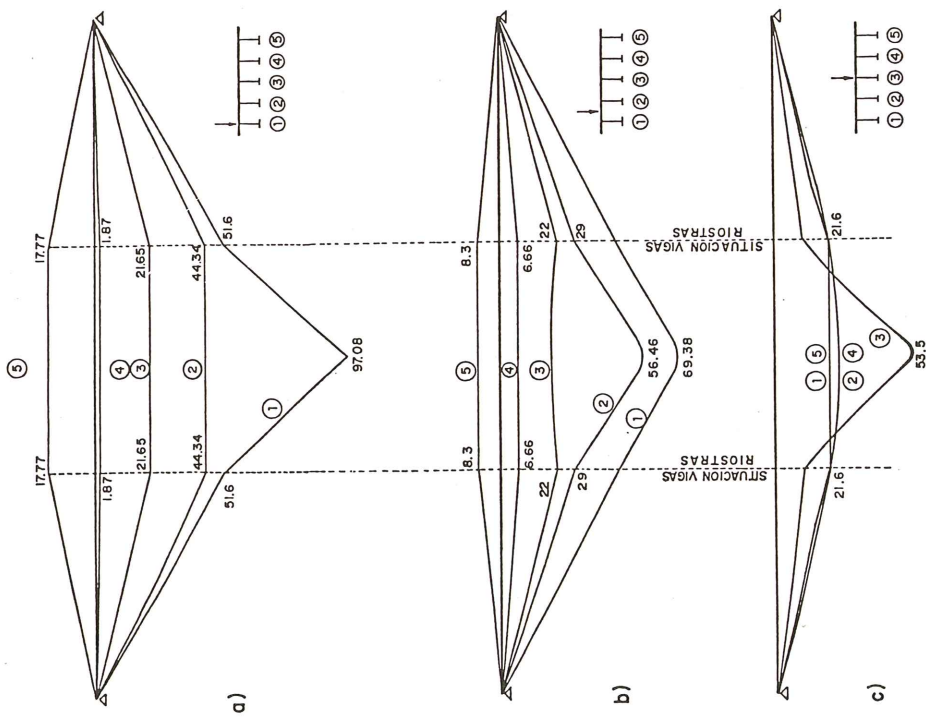


Fig. 1.17. Distribución a lo largo de la luz de las tensiones  $\sigma_x$  en el centro de las cabezas inferiores.

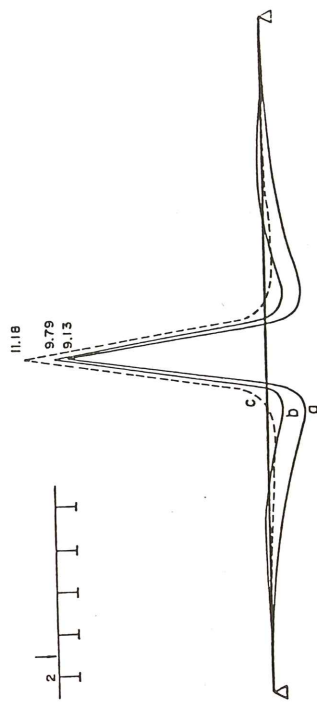


Fig. 1.18. Distribución longitudinal de  $M_y$  a lo largo de la arista 2. a) Sin vigas riostras; b) Con dos vigas riostras a tercios de la luz; c) Con una viga riostra en el centro de la luz.

general de todo el tablero, correspondiente a un descenso y giro aplicados en las vigas riostras próximas a la carga puntual.

Se entiende, después de esto, que si un tablero se solicita bajo una sola carga puntual, prácticamente toda la eficacia del arriostramiento transversal corresponde a las dos vigas riostras más próximas a la carga. El resto de las vigas riostras podrían eliminarse.

3. Cuando la carga puede moverse libremente por toda la superficie del tablero, resulta evidente que la respuesta mejor la obtendríamos poniendo un gran número de vigas riostras que redujesen al mínimo el efecto local de la carga puntual.
4. La eficacia del número de vigas riostras está acotada. Su valor máximo posible lo encontramos en el caso de que la rigidez transversal del tablero sea infinita, lo que nos conduce a los estados tensionales de las figuras 1.13.b., 1.14.b. y 1.15.b. En este caso la capacidad de reparto del tablero depende únicamente de la relación ancho-luz y de la rigidez a torsión de las vigas longitudinales.
5. En el caso de carga centrada entre vigas, la ley de momentos flectores  $M_y$ , a lo largo de los bordes de empotramiento del tablero en las almas, varía muy poco en función del número de vigas riostras. (Figura 1.18). Esto demuestra el efecto eminentemente local de la carga.

No debemos olvidar que el tipo de viga riostra que hemos utilizado, no impide la deformación en sí de la losa, sino que impide la distorsión de la sección transversal.

## 1.6 Tableros formados por vigas doble "T", bajo sobrecarga uniforme

En la figura 1.19 representamos la respuesta del tablero de la figura 1, solicitado por una sobrecarga, uniformemente distribuída a lo largo de la luz, pero ocupando únicamente la mitad izquierda del tablero. El tablero no tiene más vigas riostras que las de los apoyos.

Como se puede apreciar en la figura 1.19.a., existe una pequeña deformación transversal de la estructura, correspondiente a la ley de momentos flectores  $M_y$  de la figura 1.19.c.

Si comparamos esta respuesta con la que tendría el tablero si su sección transversal fuese indeformable obtenemos:

Sección transversal indeformable:

$$\theta(x) = \frac{m_t \cdot \ell^2}{G \cdot I_d} \left[ \left( \frac{1}{8} - \frac{1}{(K \ell)^2} \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{X}{40} \right)^2 + \frac{\cos K \ell \cdot \frac{x}{40}}{(K \ell)^2 \cos K \ell / 2} \right]$$

$$B(x) = \frac{m_t}{K^2} \left( 1 - \frac{\cos Kx}{K \ell \cdot \cos K \ell / 2} \right) = 23.672 (1 - 1,1032 \cos 0,0218 x)$$

se toma como origen de las  $x$  el centro del tablero.

Con la ley de bimomentos,  $B(x)$ , y las coordenadas sectoriales  $w$ , obtenemos el estado tensional longitudinal,  $\sigma_x$ , debido a la actuación de un par torsor de 11,25 m. Tn. uniformemente repartido a lo largo de la luz.

Si sumamos este estado tensional al producido por la carga centrada de 3 Tn por metro lineal, obtendremos el estado tensional longitudinal total en el centro de la luz que representamos en la misma figura 1.19.b.

La diferencia entre los dos estados tensionales es insignificante tanto en la cara superior como en la inferior.

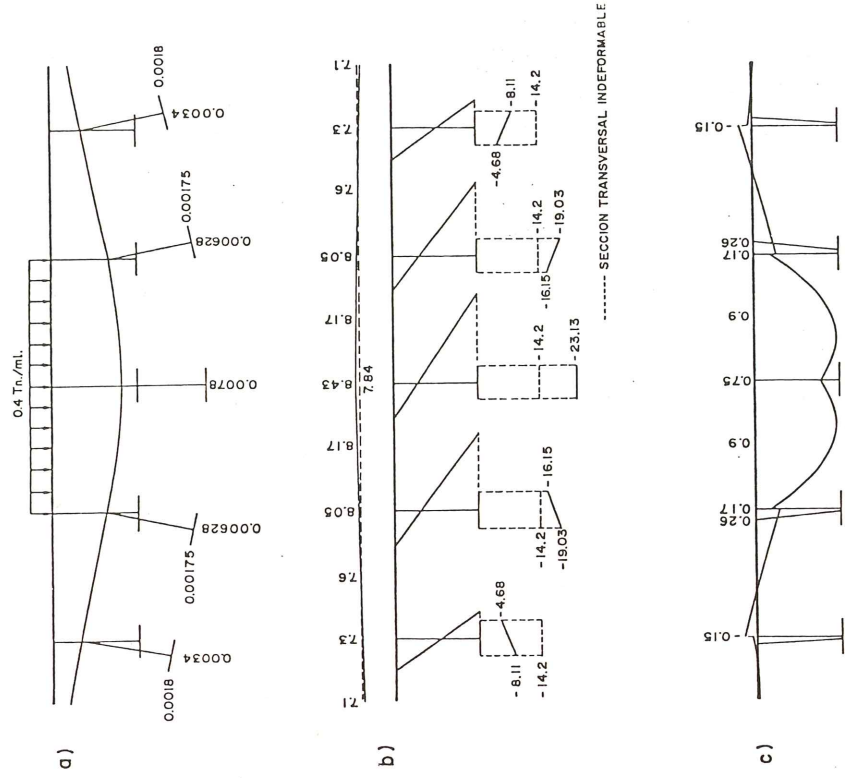


Fig. 1.19. Corrimientos, tensiones longitudinales y momentos flectores  $M_y$  en el centro de la luz. a) Corrimientos; b) Tensiones longitudinales  $\sigma_x$ ; c) Momentos flectores transversales  $M_y$ .

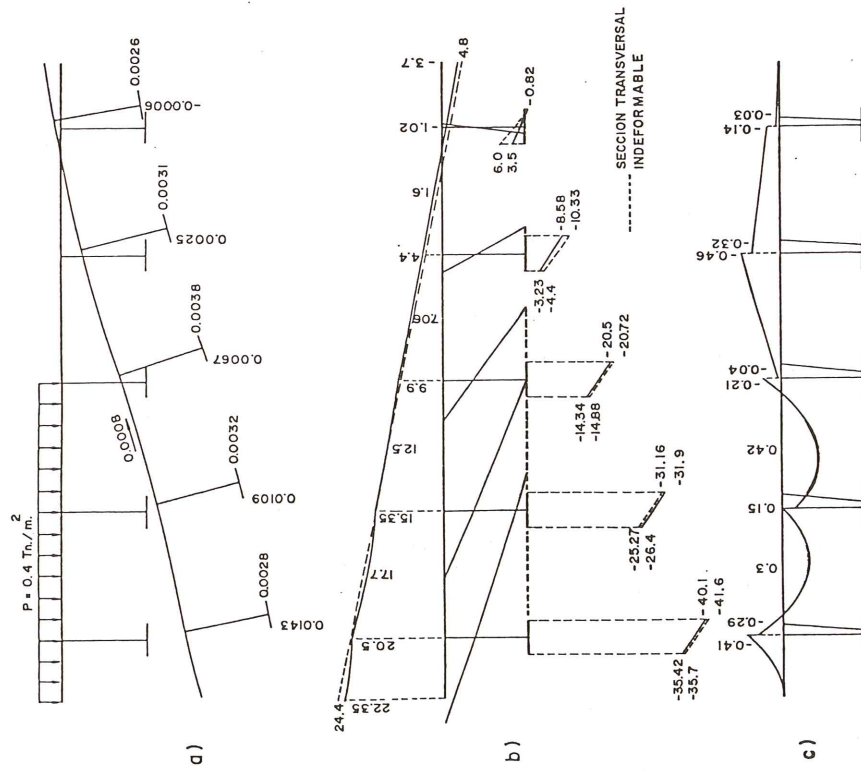


Fig. 1.20. Corrimientos, tensiones longitudinales y momentos flectores  $M_y$ , en el centro de la luz. a) Corrimientos; b) Distribución de tensiones longitudinales  $\sigma_x$ ; c) Momentos flectores transversales  $M_y$ .

La punta de tensiones que producían las cargas puntuales, desaparece en este caso; e incluso la deformación por esfuerzo cortante desaparece prácticamente en la sección central donde el esfuerzo cortante es nulo.

En el caso de que la carga esté centrada, como en la figura 1.20., el comportamiento del tablero difiere bastante del caso en el que la sección transversal es indeformable.

Si bien el estado tensional,  $\sigma_x$ , es muy parecido, en ambos casos, en la cara superior de la sección central, no ocurre lo mismo con las tensiones en la cara inferior de las vigas, donde se presenta una clara variación respecto a la sección transversal indeformable.

De estos resultados se pueden sacar las siguientes conclusiones:

- La sobrecarga uniforme produce, sobre un tablero de vigas, un estado de tensión y deformaciones mucho más uniforme que el que aparece bajo sobrecargas puntuales. Desaparecen los incrementos bruscos de tensiones y de flexiones transversales.
- El arriostramiento transversal por vigas es prácticamente innecesario para este tipo de sollicitación y con la relación ancho-luz examinada. Esto es debido a que, como hemos visto, para carga excéntrica los estados tensionales en los dos casos son prácticamente iguales. Cuando sólo cargamos la zona central, sí se producen unos resultados muy diferentes entre tener y no tener un fuerte arriostramiento transversal. Sin embargo, como la tensión máxima en las vigas centrales del tablero se produce cuando la sobrecarga cubre toda la superficie del tablero, las vigas riostras tampoco nos interesan en este caso.

### 1.7 Relación ancho-luz

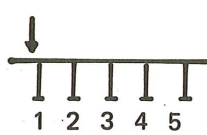
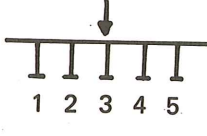
En este apartado nos proponemos examinar la influencia de la relación ancho-luz en la distribución de tensiones en el tablero. Para ello elegimos el mismo tablero de la figura 1 y lo comparamos con otro que tiene exactamente la misma sección transversal pero con luz mitad,  $L = 20$  m.; con lo que la relación ancho-luz la multiplicamos por dos.

Este hecho va a redundar en los dos mecanismos de resistencia que desarrolla el tablero y que hemos visto en el apartado 1.3. En el mecanismo de flexión general hemos introducido un cambio importante en una de sus características; hemos aumentado la rigidez de las vigas longitudinales, al disminuir la luz. La flecha  $f$ , de la figura 1.3., que desencadena el proceso, la hemos reducido a su octava parte. Consecuencia de este hecho es que la flexión que se desarrollará en la losa transversal será mucho menor y por tanto menor el transporte de carga a las demás vigas.

Este cambio trae como consecuencia una desigualdad más grande en el estado tensional longitudinal de dos vigas contiguas, que el efecto membrana no puede eliminar.

La consecuencia de lo dicho la comprobamos en el cuadro número 1 y en las figuras 1.21 y 1.22, donde comparamos en flechas y tensiones  $|\sigma_x$ , el estado relativo de unas vigas frente a las otras del mismo tablero, para las dos relaciones de ancho-luz.

CUADRO 1

		L = 40 m.	c = 2 m.	L = 20 m.	c = 2 m.	L = 20 m.	c = 1 m.
		f/f <sub>máx.</sub>	$\sigma/\sigma_{máx.}$	f/f <sub>máx.</sub>	$\sigma/\sigma_{máx.}$	f/f <sub>máx.</sub>	$\sigma/\sigma_{máx.}$
	viga 1	1.	1.	1.	1.	1.	1.
	viga 2	0,456	0,33	0,251	0,145	0,351	0,231
	viga 3	0,13	0,048	0,039	-0,00465	0,063	0,011
	viga 4	-0,013	-0,025	-0,0077	-0,0062	-0,014	-0,017
	viga 5	-0,095	-0,031	-0,054	-0,014	-0,044	-0,0036
	viga 1	0,3	0,101	0,055	-0,0058	0,128	0,03
	viga 2	0,68	0,452	0,323	0,208	0,514	0,34
	viga 3	1.	1.	1.	1.	1.	1.
	viga 4	0,68	0,452	0,323	0,208	0,514	0,34
	viga 5	0,3	0,101	0,055	-0,0058	0,128	0,03

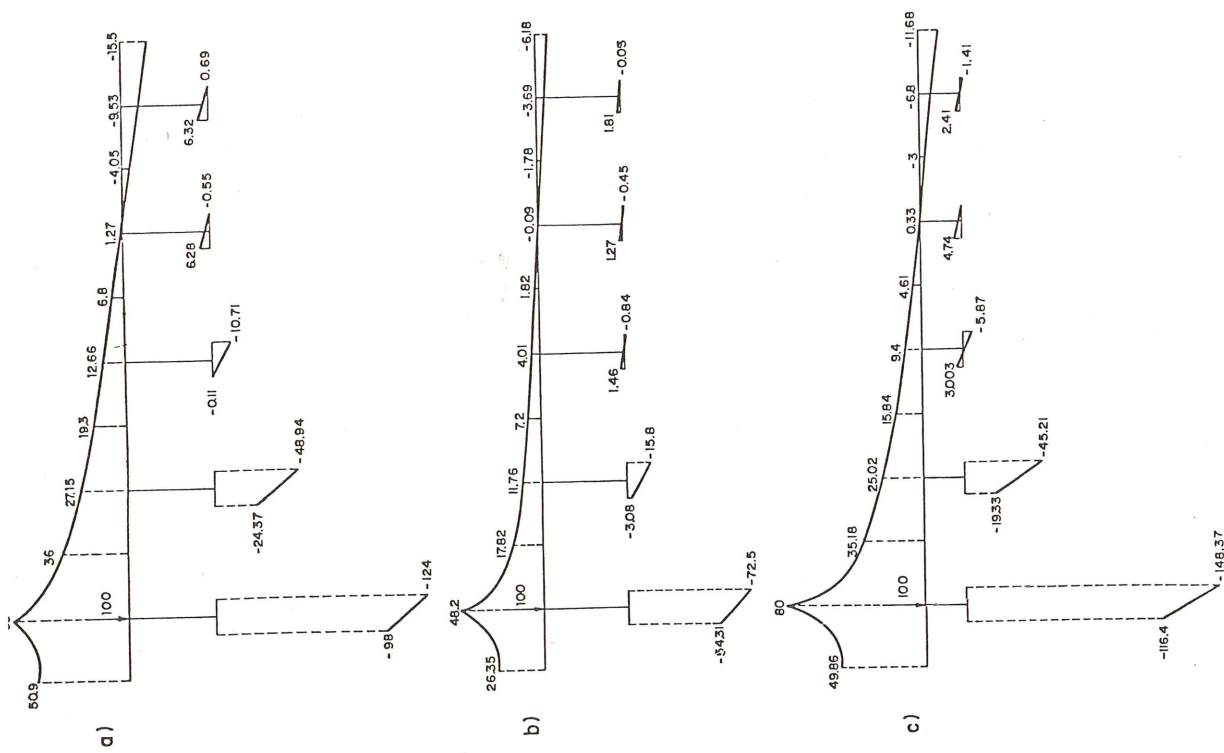


Fig. 1.21. Distribución de  $\sigma_x$  en el centro de la luz.  
 a) L = 40 m. canto 2 m.  
 b) L = 20 m. canto 2 m.  
 c) L = 20 m. canto 1 m.

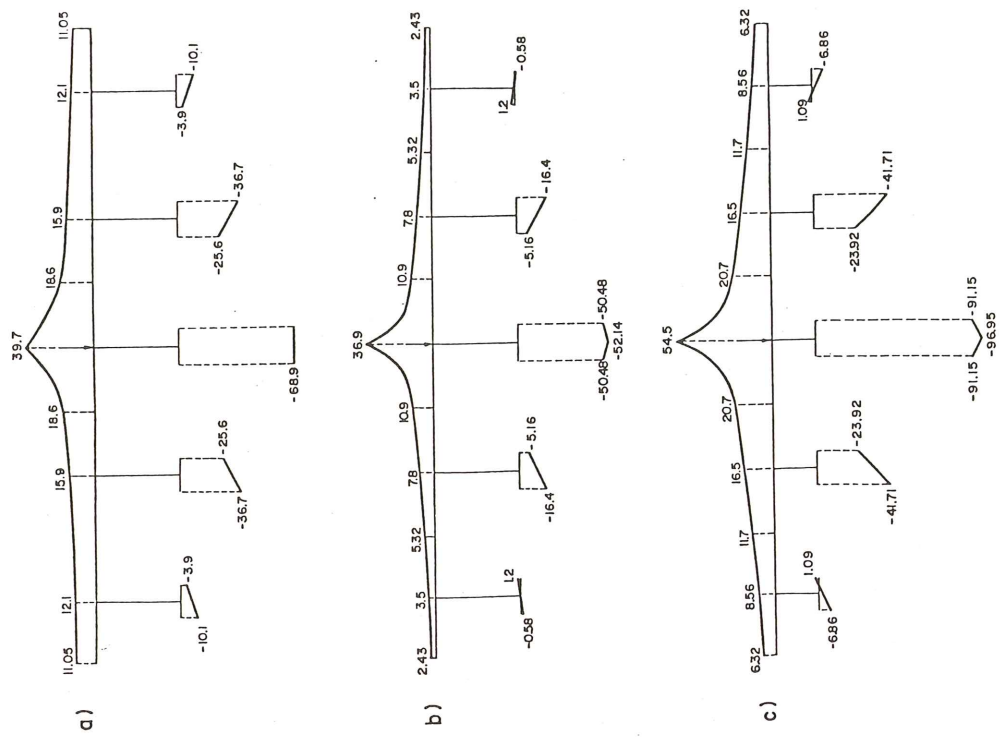


Fig. 1.22. Distribución de  $\sigma_x$  en el centro de la luz.  
 a) L = 40 metros c = 2 m;  
 b) L = 20 metros c = 2 m;  
 c) L = 20 metros c = 1 m.



En este cuadro:

$f$  = corrimiento vertical de la viga, en el centro de la luz.

$f_{\max.}$  = corrimiento vertical de la viga cargada, en el centro de la luz.

$\sigma$  = tensión longitudinal, en el centro del tacón inferior.

$\sigma_{\max.}$  = tensión longitudinal máxima, en el centro del tacón inferior de la viga cargada

Se ve claramente cómo un aumento de la relación ancho-luz supone automáticamente un menor reparto transversal. Con 20 m de luz, la viga contigua a la cargada tiene un 25 por 100 de la flecha de ésta, cuando se carga en el borde; mientras que con 40 m de luz su flecha es el 45 por 100. Lo mismo puede verse en las tensiones.

La variación de la relación ancho-luz trae pues como consecuencia, la variación en la relación entre las rigideces longitudinal y transversal del tablero. El mismo efecto podemos conseguir si mantenemos la relación ancho-luz pero variamos la inercia de las vigas longitudinales.

La comparación que vamos a realizar ahora es entre dos tableros de 20 m de luz, con sección transversal idéntica a la de la figura 1., pero en los cuales el canto de las vigas es, en el primero de 2 m, y en el segundo de 1 m.

Al reducir el canto a 1 m aumentamos la flexibilidad de las vigas longitudinales, aumenta la flecha,  $f$ , de la figura 1.3. y ponemos en juego más eficazmente la rigidez transversal del tablero. En el cuadro núm. 1 y en las figuras 1.21 y 1.22 observamos esta mejor respuesta.

Podemos realizar ahora una comparación entre los dos cambios, partiendo del tablero de 20 m de luz y 2 m de canto. Al aumentar la luz a 40 m y mantener el canto, hemos reducido la relación ancho-luz a la mitad y hemos aumentado la flexibilidad de la viga directamente cargada 8 veces (la flecha es proporcional al cubo de la luz).

Al reducir el canto a 1 m, manteniendo la relación ancho-luz, la flexibilidad de las vigas longitudinales la hemos aumentado poco más de 4 veces (la inercia es casi proporcional al cuadrado del canto).

De lo dicho resulta que la disminución de la relación ancho-luz ha convertido a las vigas longitudinales en más flexibles que la disminución del canto; lo que se ve reflejado en un mejor reparto transversal. Véase cuadro núm. 1.

Esta conclusión provisional es generalmente válida para cualquier tipo de tablero de vigas adecuadamente dimensionado.

## 1.8 Tableros continuos

Para analizar el comportamiento de puentes contínuos de vigas, hemos utilizado el mismo tablero de la figura 1, pero con la disposición longitudinal correspondiente a la figura 1.23.

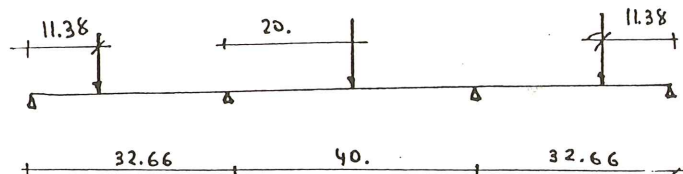


Fig. 1.23.

La elección de la distribución de luces ha sido la siguiente: la central se ha elegido de 40 m para que nos sirva de comparación con los vanos apoyados estudiados en los puntos anteriores. Los laterales se han elegido de manera que, bajo una sobrecarga uniforme extendida a toda la longitud del puente, los momentos flectores en los apoyos centrales sean idénticos a los de una viga bi-empotrada.

La situación de las cargas puntuales se ha elegido de manera que los momentos flectores, en los apoyos intermedios, sean los correspondientes a la carga de 100 t aplicada en el centro del vano central sobre una viga bi-empotrada.

De esta manera hemos querido analizar la influencia de una coacción del contorno, como es la de empotramiento perfecto del vano de 40 m de luz.

En general, en un tablero de puente, las situaciones de bi-empotramiento son raras para la actuación de la sobrecarga. Sin embargo, con vistas a un análisis teórico, las situaciones reales están comprendidas entre la de apoyo simple del punto 1.4 y la de bi-empotramiento.

En este esquema estructural hemos analizado la respuesta del puente bajo dos hipótesis de cargas puntuales que difieren entre sí en su colocación transversal, ya que la longitudinal es siempre la representada en la figura 1.23. En la primera, la carga está situada sobre la viga de borde, y en la segunda, sobre la central. Estas situaciones de la carga ya la hemos analizado en el caso de tableros bi-apoyados. De la misma manera hemos analizado la respuesta del tablero bajo dos sobrecargas uniformemente repartidas. La primera, actuando en la mitad lateral y la segunda, en el centro.

\* \* \*

La continuidad del tablero no cambia la naturaleza de los mecanismos de resistencia que hemos analizado en el punto 1.3. Lo que cambia es la cuantía de la redistribución de los esfuerzos en la estructura, debido al cambio que el empotramiento en el borde introduce en el modo y cuantía de la deformación longitudinal de las vigas.

Supongamos el caso de carga en el cual las 100 t. actúan sobre la viga lateral del tablero y separemos esta viga del resto del tablero por medio de un corte longitudinal por el eje entre las dos vigas extremas, como ya hicimos en el punto 1.3.

Las fuerzas que aparecen en dicha arista se representan en la figura 1.24. Si las comparamos con las que aparecen en la figura 1.5., correspondientes al tramo bi-apoyado, observamos diferencias notables.

En primer lugar, los esfuerzos cortantes verticales,  $Q_y$ , que reflejan el mecanismo de reparto por flexión transversal, son más pequeños y con una distribución algo diferente a lo largo de la luz, ya que su ley tiende a cero más rápidamente al acercarse a los apoyos. La razón para este comportamiento es evidente, dado que las vigas longitudinales continuas tienen unos corrimientos verticales más pequeños y con una ley diferente que en el caso de tablero bi-apoyados.

En cuanto al efecto membrana de la losa superior, que produce los esfuerzos cortantes longitudinales,  $N_{xy}$ , vemos, en la figura 1.24.b., que su distribución a lo largo de la luz es diferente, anulándose en los apoyos, al contrario de lo que ocurre en los tableros bi-apoyados. Este efecto se entiende también claramente si consideramos que los corrimientos longitudinales en una viga empotrada, en la cabeza superior y en el apoyo, son nulos.

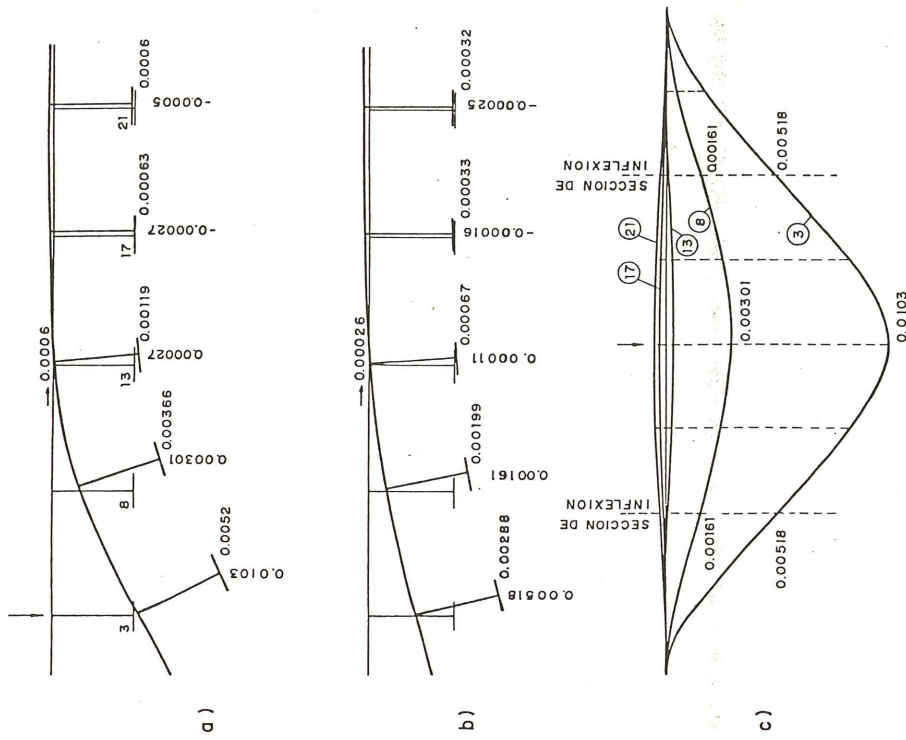


Fig. 1.25. Distribución de corrimientos. a) Sección cargada; b) Sección a cuartos de luz; c) Distribución longitudinal de corrimientos verticales.

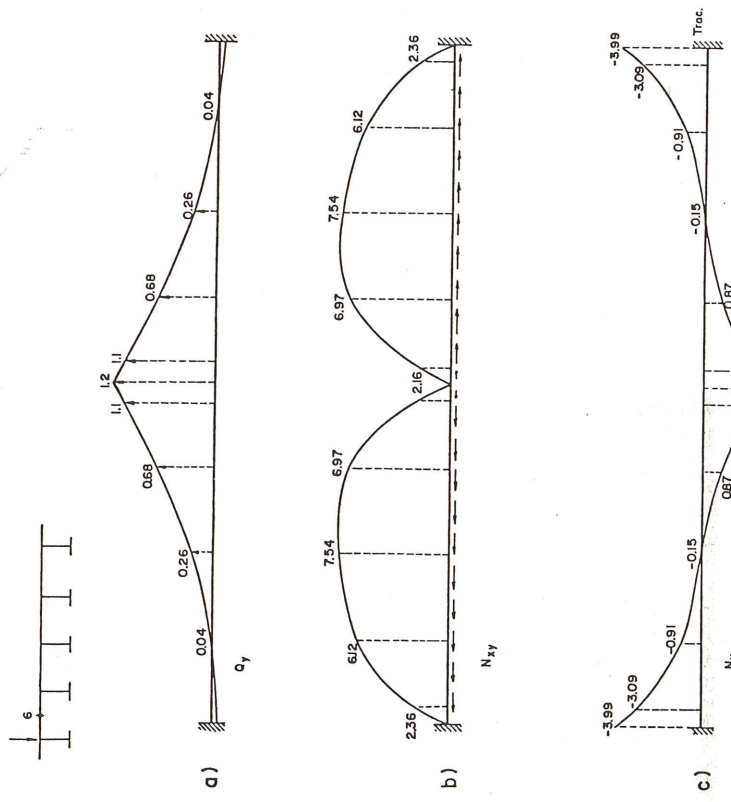


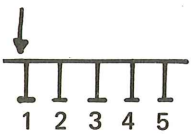
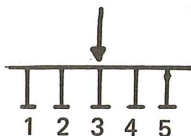
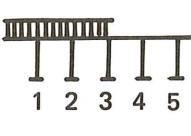
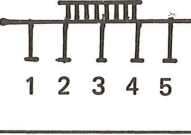
Fig. 1.24. Tablero continuo. Distribución a lo largo de la línea 6 de: a) cortantes verticales  $Q_y$ ; b) Cortantes horizontales  $N_{xy}$  y c) Axiles transversales  $N_y$ .

Por último, también son diferentes las leyes de axiles transversales,  $N_y$ , a lo largo de la viga.

Los corrimientos, tensiones y momentos flectores transversales de esta estructura, aparecen en las figuras 1.25, 1.26 y 1.27. Para otros tipos de sollicitación, como es el caso de carga puntual centrada y las dos hipótesis de sobrecarga uniforme, sus resultados en tensiones longitudinales se encuentran en las figuras 1.28, 1.29 y 1.30.

Todos estos resultados los podemos comparar con los obtenidos para estas mismas sollicitaciones en el tablero bi-apoyado de la misma luz. Sus resultados se encuentran en el cuadro núm. 2.

CUADRO 2

		Tablero bi-apoyado		Tablero bi-empotrado		
		Flecha	$\sigma_x$	Flecha	$\sigma_x$	$\sigma_x$
		Flecha máx.	$\sigma_x$ máx.	Flecha máx.	$\sigma_x$ máx. C. vano	$\sigma_x$ máx. apoyo
	viga 1	1.	1.	1.	1.	1.
	viga 2	0,456	0,33	0,292	0,175	0,256
	viga 3	0,13	0,048	0,026	-0,013	-0,016
	viga 4	-0,013	-0,025	-0,026	-0,02	-0,031
	viga 5	-0,095	-0,031	-0,048	-0,008	-0,011
	viga 1	0,3	0,101	0,0418	-0,018	-0,029
	viga 2	0,68	0,452	0,463	0,28	0,506
	viga 3	1.	1.	1.	1.	1.
	viga 4	0,68	0,452	0,463	0,28	0,506
	viga 5	0,3	0,101	0,0418	-0,018	-0,0209
	viga 1	1.	1.	1.	1.	1.
	viga 2	0,762	0,77	0,809	0,821	0,847
	viga 3	0,468	0,461	0,458	0,458	0,458
	viga 4	0,1748	0,156	0,1	0,085	0,067
	viga 5	-0,042	-0,035	-0,056	-0,046	-0,035
	viga 1	0,436	0,276	0,092	-0,049	0,032
	viga 2	0,805	0,76	0,482	0,654	0,599
	viga 3	1.	1.	1.	1.	1.
	viga 4	0,805	0,76	0,482	0,654	0,599
	viga 5	0,436	0,276	0,092	-0,049	0,032

En este cuadro:

Flecha máx = corrimiento vertical en el centro de la luz de la viga que más flecha tiene.

$\sigma_x$  = tensión en el centro del tacón inferior.

$\sigma_x$  máx. = tensión en el centro del tacón inferior de la viga más cargada.

De él se pueden sacar las siguientes conclusiones:

1. De la comparación entre flechas y tensiones, se puede observar claramente la mucho menor capacidad de reparto transversal de este tipo de tableros, cualquiera que sea la sollicitación, respecto al bi-apoyado. Por ejemplo, para el caso de carga puntual centrada, en el tablero bi-empotrado la relación entre el descenso de las vigas próximas a la cargada y el de ésta, es el 46 por 100, mientras en el bi-apoyado la relación es del 68 por 100. En la comparación de tensiones vemos que la relación pasa al 28 por 100 y 45 por 100, respectivamente. Es decir, las dos vigas situadas a cada lado de la cargada, participan en el transporte de cargas a los apoyos mucho más en el tablero bi-apoyado, que en el bi-empotrado.

2. Ha sido práctica, muchas veces admitida, el suponer que un tablero bi-empotrado se comporta, a efectos de la distribución de la carga, como si fuese un tablero bi-apoyado con una luz equivalente a la distancia entre los puntos de momento nulo de una viga continua equivalente y que tuviese por anchura la del tablero. Es decir, se admite un aumento importante en la relación ancho-luz del tablero.

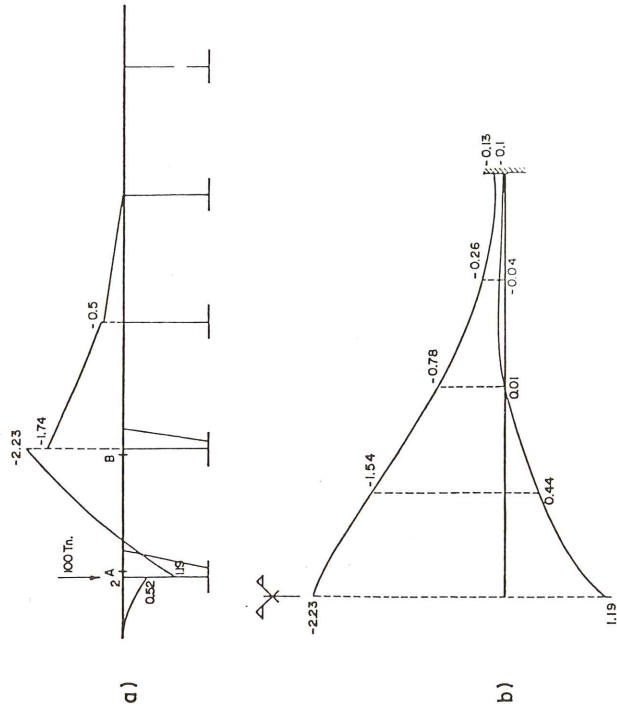
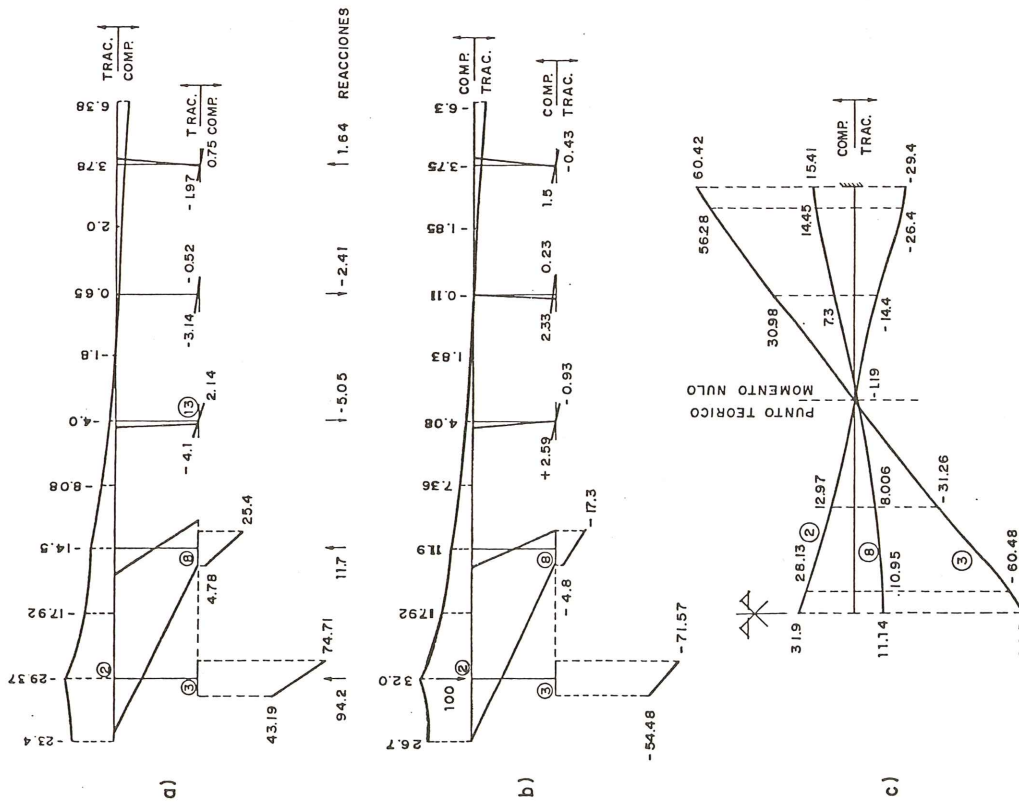


Fig. 1.27. Tablero continuo. Carga puntual de 100 t en el centro de la luz sobre la viga de borde. a) Distribución de momentos flectores transversales  $M_y$  en el centro de la luz; b) Distribución, a lo largo de la luz, de  $M_y$  en los puntos A y B.

Fig. 1.26. Tensiones longitudinales  $\sigma_x$ . a) Distribución en sección apoyo; b) Distribución en sección centro de vano; c) Distribución a lo largo de la luz de tensiones en fibras 2, 3 y 8.

Si examinamos la deformación longitudinal del tablero en la figura 1.25 y los estados tensionales longitudinales en las figuras 1.26, 1.28, 1.29 y 1.30, se observa una bastante buena coincidencia entre la línea teórica de puntos de inflexión de la deformada de la viga continua y la que se observa en todas las vigas del tablero bi-empotrado, cualquiera sea la sollicitación. Sin embargo, los corrimientos verticales y horizontales en la sección correspondiente al punto de inflexión, no son iguales en todas las vigas, condición indispensable para que con todo rigor se pueda considerar el similar comportamiento de los dos métodos de cálculo. Como se vé en la figura 1.25., esto no ocurre.

Si comparamos ahora el estado tensional en la sección central del puente continuo (figuras 1.26.b y 1.28.b) con las correspondientes a los tramos bi-apoyados de 20 m de luz (luz equivalente a la que existe entre los puntos de momento nulo de la viga continua, pero realmente apoyados en éste caso) (figuras 1.21.b y 1.22.b), vemos que el estado tensional no es igual aunque sí bastante parecido. De hecho, la redistribución de esfuerzos es algo más eficaz en el puente continuo que en el biapoyado, ya que la flexibilidad de las zonas de vigas situadas entre el apoyo y el punto de inflexión aumentan la eficacia del mecanismo de flexión transversal.

3. La distribución de las tensiones longitudinales en la sección de apoyo, difiere bastante de la obtenida en la sección central del tablero, como se puede ver en las dos últimas columnas del cuadro núm. 3.

Si examinamos la figura 1.28, relativa al tablero bi-empotrado, con sollicitación de 100 t. en el centro de la viga central, y punto de inflexión de la deformada en el cuarto de la luz, podríamos considerar que este tablero tiene un comportamiento antimétrico, con curvatura positiva entre los puntos de inflexión y carga centrada de 100 t y con curvatura negativa entre la sección de inflexión y el apoyo, y carga igual a la correspondiente a las reacciones puntuales en los apoyos (figura 1.28.a.). Para que el estado tensional en las dos secciones fuese igual, las cargas también deberían serlo; pero esto no es así dado que aunque la reacción en el apoyo tiene como resultante el valor de 100 t, sin embargo su distribución en las 5 vigas es más repartida.

Este mismo razonamiento puede extenderse a cualquier tipo de sollicitación. La mayor discrepancia entre la distribución de tensiones en la sección central y la de apoyo, la encontramos para las cargas centradas y, naturalmente, resulta mayor para las cargas puntuales que para las uniformes.

Para las cargas descentradas, la diferencia entre ambas secciones es menor. Esto se debe a que con la baja capacidad de reparto que tiene este tablero por su pequeña rigidez transversal y su gran relación ancho luz, las reacciones en el apoyo difieren menos de la sollicitación exterior que en el caso de carga centrada.

## 1.9 Tableros formados por vigas cajón, bajo cargas puntuales

En la figura 1.31 representamos un tablero apoyado, de 40 m de luz, totalmente similar al representado en la figura 1, pero en el que las vigas doble "T" han sido sustituidas por vigas cajón. Esta sustitución se ha realizado manteniendo el mismo canto del tablero, la misma cantidad de material y el mismo momento de inercia de las vigas longitudinales. Únicamente varía la rigidez a torsión de las mismas, consecuencia exclusiva de su forma cajón.

Las cargas a que ha sido sollicitado son exactamente las mismas y aplicadas en el mismo punto, que las utilizadas en el punto 1.4 para obtener la respuesta del tablero de vigas. Esta igualdad en características y sollicitación se ha mantenido con el fin de aislar la influencia de la rigidez a torsión de las vigas longitudinales en la respuesta general del tablero.

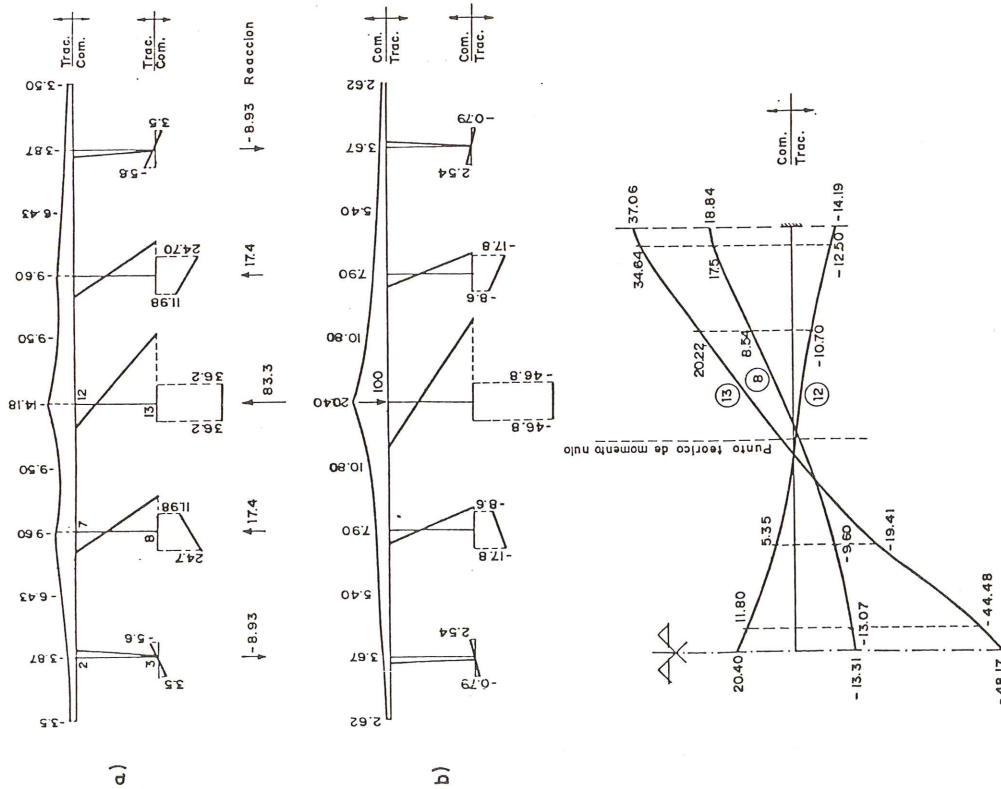


Fig. 1.28. Tensiones longitudinales  $\sigma_x$ . a) Distribución en el apoyo; b) Distribución en el centro; c) Distribución a lo largo de la luz.

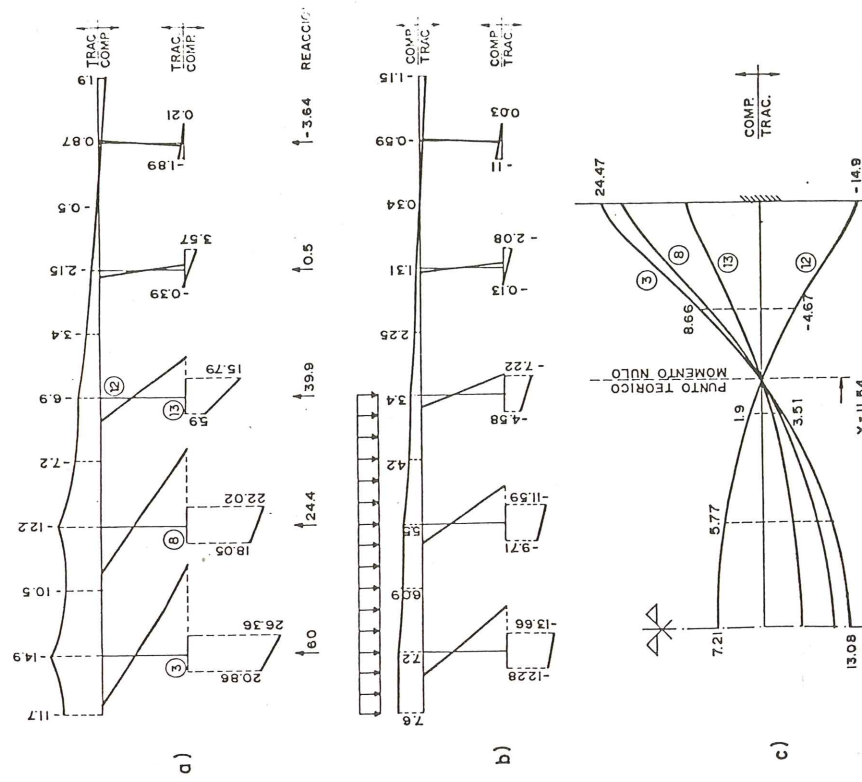


Fig. 1.29. Distribución de tensiones longitudinales  $\sigma_x$ . a) Sección de apoyo; b) sección centro de luz; c) Distribución, a lo largo de la luz, en las fibras 13, 8, 15, 19.

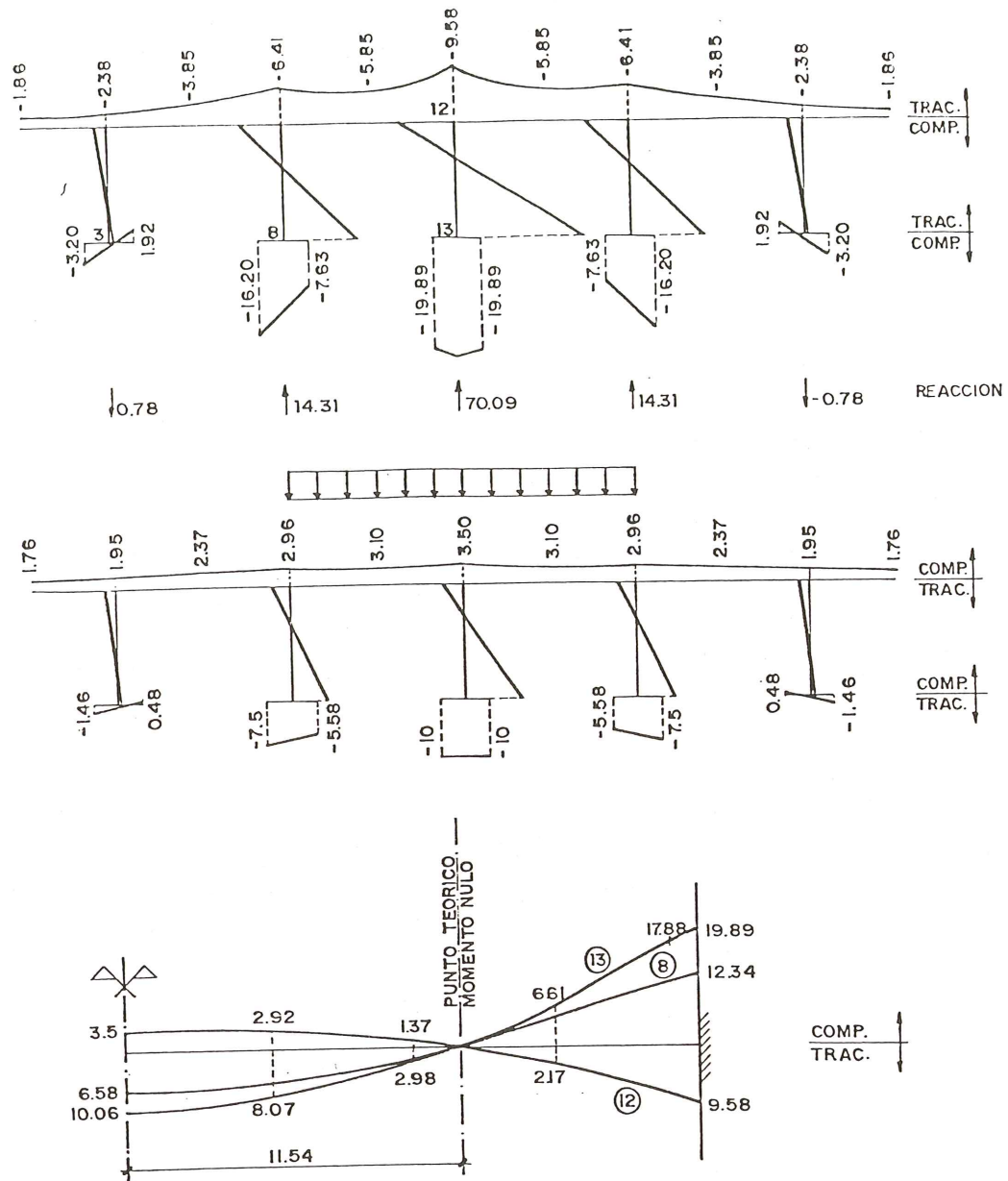


Fig. 1.30. Tablero continuo. Sobrecarga uniformemente distribuida en el centro. a) Distribución de  $\sigma_x$  en el apoyo; b) Distribución de  $\sigma_x$  en el centro del vano; c) Distribución de  $\sigma_x$ , a lo largo de la luz, en los nudos ⑧, ⑫ y ⑬.



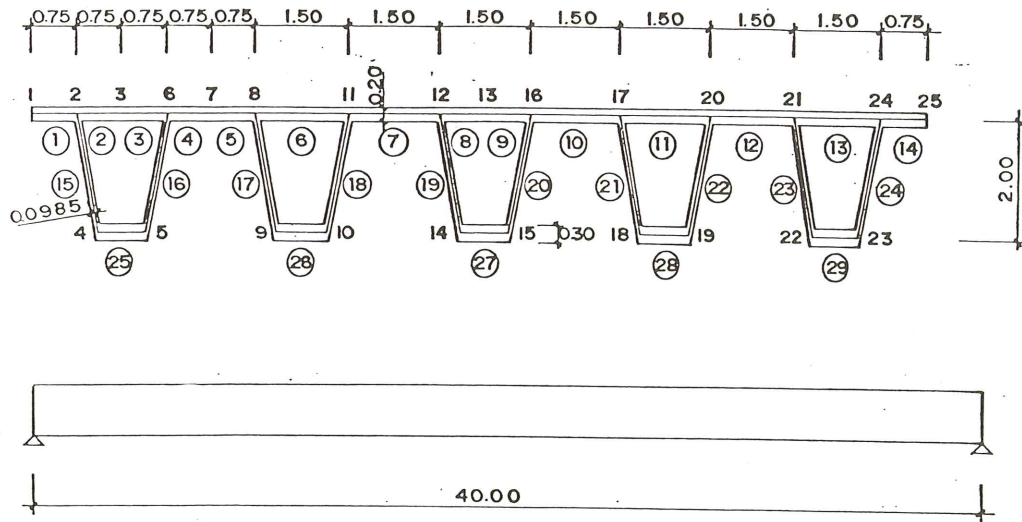


Fig. 1.31

Como siempre, las cargas puntuales de 100 t se aplican en el centro de la luz del tablero, y únicamente varía su posición en la sección transversal.

Los resultados en corrimientos, tensiones y momentos flectores transversales en el centro de la luz del tablero, para las tres posiciones de la carga puntual, se representan en las figuras 1.32, 1.33, y 1.34. Estas figuras debemos compararlas con las similares del tablero formado por vigas doble "T", es decir, las figuras 1.8 y 1.10.

De esta comparación surgen diferencias de comportamientos muy importantes a favor del tablero de vigas cajón.

CUADRO 3

relación entre	I I I I I sin riostras		I I I I I con riostras	
	flecha max	$\sigma_x$ max	flecha max	$\sigma_x$ max
Carga en viga borde.	1.7	1.63	1.34	1.214
Carga en viga central.	1.275	1.217	0,75(0,84)	0,517(0,917)

La relación entre corrimientos y tensiones en ambos tipos de tableros, para carga puntual sobre la viga de borde y sobre la viga central, la encontramos en el cuadro núm. 3.

La razón de esta relación tan espectacular la encontramos en dos hechos fundamentales:

a) La mayor rigidez a torsión de las vigas longitudinales. Esta proporciona un empotramiento mucho más eficaz a las losas transversales encargadas de transmitir la carga transversalmente.

b) Las luces transversales de la losa son más pequeñas en este caso y por tanto las losas son más rígidas. Esto, en lo que se refiere a la luz entre dos vigas longitudinales. Si miramos el problema de la rigidez transversal a todo lo ancho del tablero, una franja elemental transversal de todo el tablero de vigas cajón es más rígido que la misma franja en el tablero de vigas doble "T"

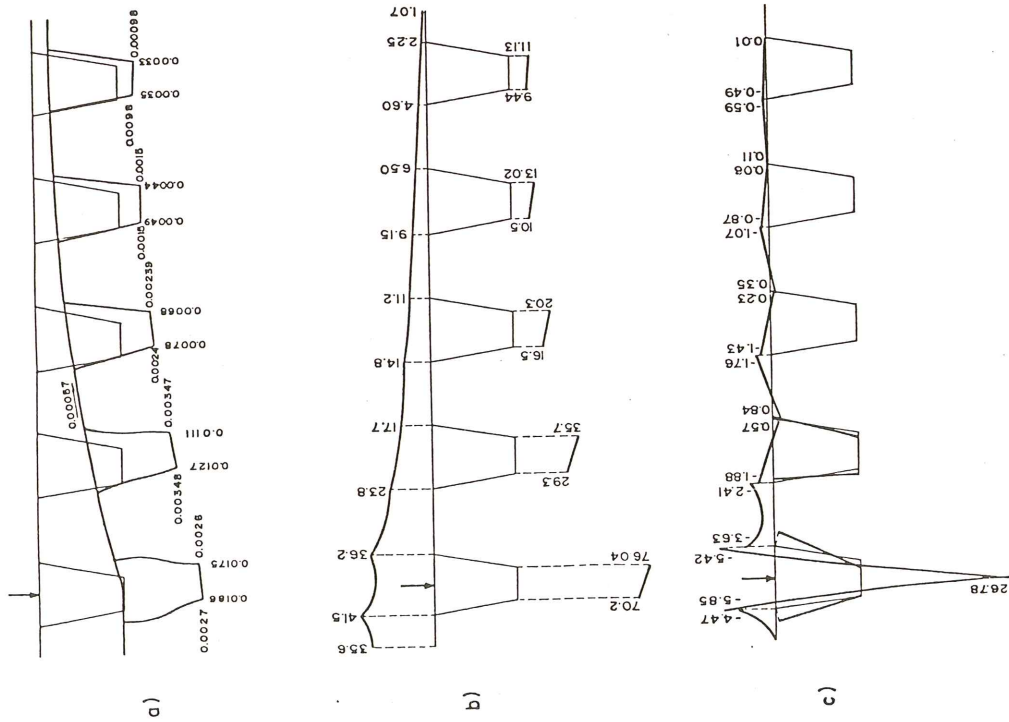


Fig. 1.32. Esfuerzos y corrimientos en el centro de la luz. a) Corrimientos; b) Tensiones longitudinales  $\sigma_x$ ; c) Momentos flectores transversales  $M_y$ .

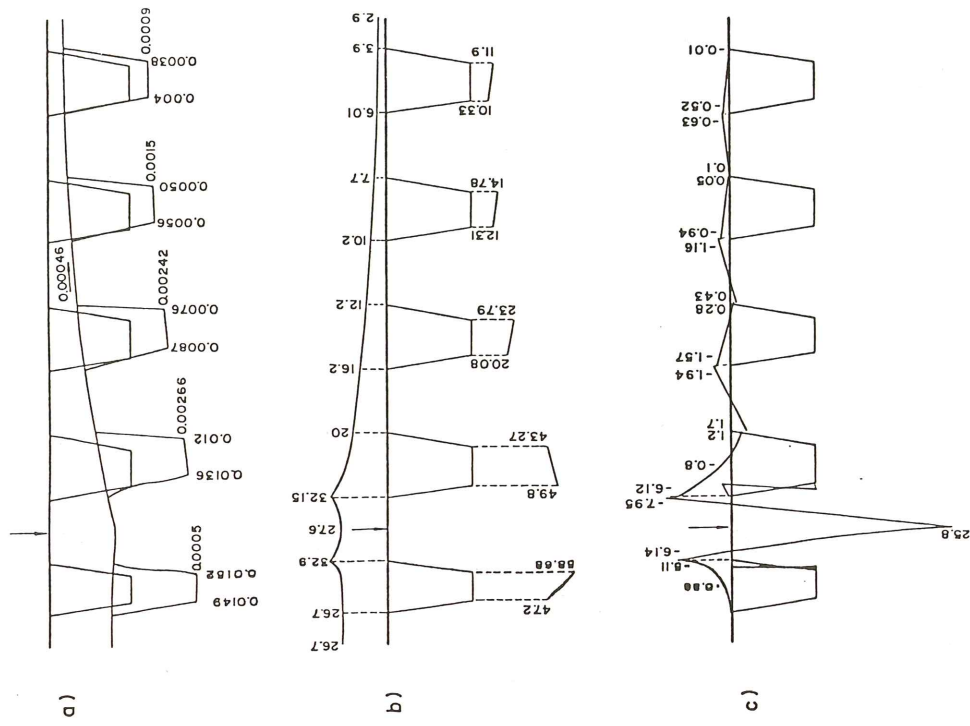


Fig. 1.33. Esfuerzos y corrimientos en la sección del centro de la luz. a) Corrimientos; b) Tensiones longitudinales  $\sigma_x$ ; c) Momentos flectores transversales  $M_y$ .

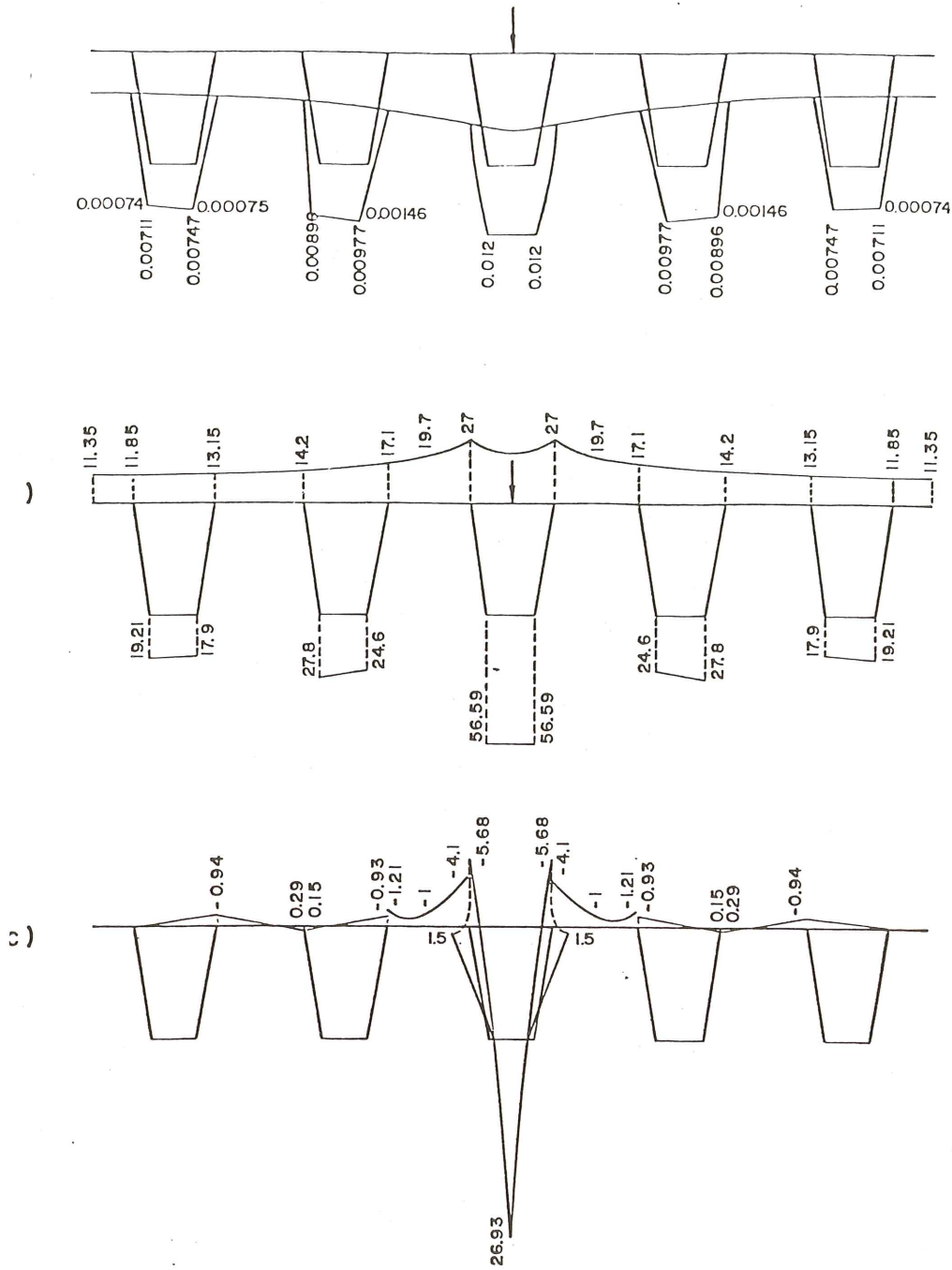


Fig. 1.34. Esfuerzos y tensiones en el centro de la luz. a) Corrimientos; b) Tensiones longitudinales  $\sigma_x$ ; c) Momentos flectores transversales  $M_y$ .

El efecto membrana se mantiene similar para ambos tipos de tableros.

Estas dos características fundamentales determinan un reparto mucho más eficaz de cargas. Si analizamos el caso de carga lateral, en el cuadro núm. 3 vemos que cuando el tablero de vigas doble "T" no tiene vigas riostras, la relación entre flechas y tensiones es un 70 por 100 y un 63 por 100 mayor para este tipo de tablero que para el de vigas cajón.

Incluso aunque dispusiésemos un número infinito de vigas riostras en el tablero de vigas doble "T", sus resultados serían peores que en el de vigas cajón sin vigas riostras. Esto se comprende porque, como hemos visto en 1.5., la capacidad de las vigas riostras de ayuda al reparto, para el caso de carga descentrada, está acotada a un valor máximo, que es precisamente el correspondiente al tablero de sección transversal indeformable. Para mejorarla debemos aumentar la rigidez a torsión de las vigas longitudinales (que es el caso del tablero de vigas cajón) o reducir la relación ancho-luz. (En el caso que estamos considerando esta relación, es constante para los dos tipos de tablero).

Pues bien, aunque el tablero formado por vigas cajón pierde eficacia por la deformabilidad de la sección transversal, (figura 1.32.a), sin embargo, su mayor rigidez a torsión resulta predominante.

Se entiende que la respuesta bajo cargas excéntricas es mucho mejor que para el caso de cargas centradas en el tablero, pues aquellas están exigiendo rigidez a torsión total del tablero y en cambio, para las centradas basta con la que se obtiene a través de la flexibilidad de las losas transversales

Por esta razón, los coeficientes que relacionan la respuesta de estos dos tableros para carga situada en el centro de la luz, se reducen al 27 y 21 por 100; y si el tablero de vigas doble "T" tiene vigas riostras, su respuesta es mejor que la del tablero de vigas cajón sin ellas.

Los coeficientes de 0,75 entre las flechas y 0,517 entre tensiones, se refieren al caso de que el tablero de vigas sea absolutamente indeformable. Si cuenta únicamente con dos vigas riostras a los tercios de la luz, la relación entre la respuesta de ambos tableros casi se iguala (0,84 y 0,917).

Hay que tener en cuenta que en todas estas hipótesis estamos suponiendo que el tablero de vigas cajón tiene una viga riostra en cada extremo, que es la que impide el giro de borde de las vigas cajón. Si esto no fuese así, la rigidez a torsión de las vigas cajón no podría desarrollarse en su totalidad, sino sólo en la parte correspondiente a la torsión diferencial que se produzca entre dos secciones distintas. Su efecto beneficioso desaparecerá en parte. Véase punto 1.11.

En la figura 1.35 representamos la distribución de cargas,  $Q_y$ , que se produce, a lo largo de la luz, en las dos losas próximas a la viga cargada. Se ve que es bastante mayor en el caso de las vigas cajón que en el de las vigas doble "T". Los efectos locales corresponden, en ambos casos, a la proximidad de la carga puntual.

En la figura 1.36, representamos una comparación de las tensiones longitudinales que se producen a lo largo de la luz, en diversas fibras de la cabeza superior, en los dos tipos de tableros. En el caso de carga centrada, (figuras 1.36.a y b), las tensiones se uniformizan rápidamente en todas las vigas, por efecto membrana. Se observa también que, en la viga cajón, la punta de tensiones se reduce bajo la carga. Ello se debe a que en este caso la carga no actúa directamente sobre un alma sino que lo hace en el centro de la losa, que la reparte algo entre las almas próximas.

### 1.10 Métodos de cálculo

El análisis general de estructuras cuenta con una serie de métodos de cálculo que permiten aproximar la respuesta de un tablero de vigas, con mayor o menor precisión.

De entre todos ellos podemos destacar dos grupos principales. En el primero incluimos los que utilizan métodos armónicos, es decir basados en desarrollos en serie de Fourier para las solicitaciones y la respuesta. Ejemplo de estos son: el método de la losa ortótropa, el método de las láminas plegadas y el método de las bandas finitas. En el segundo incluimos los métodos que discretizan la estructura, como son el método del emparrillado o el de los elementos finitos.

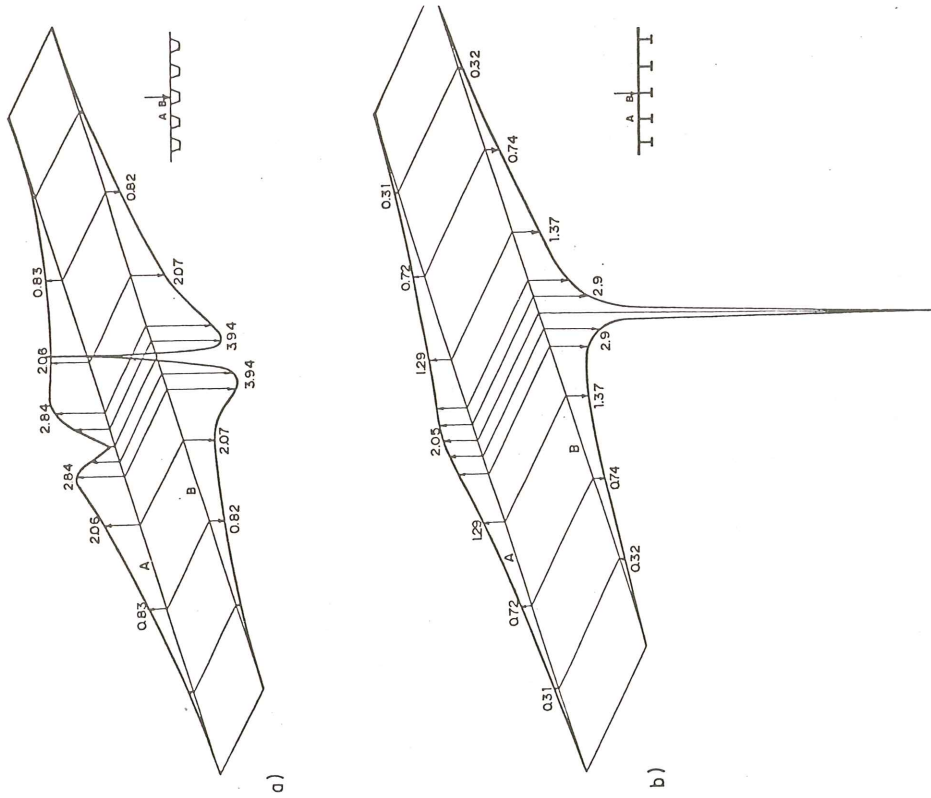


Fig. 1.35. Distribución de cortantes,  $Q_y$ , a lo largo de la luz, en las losas inmediatas a la carga.

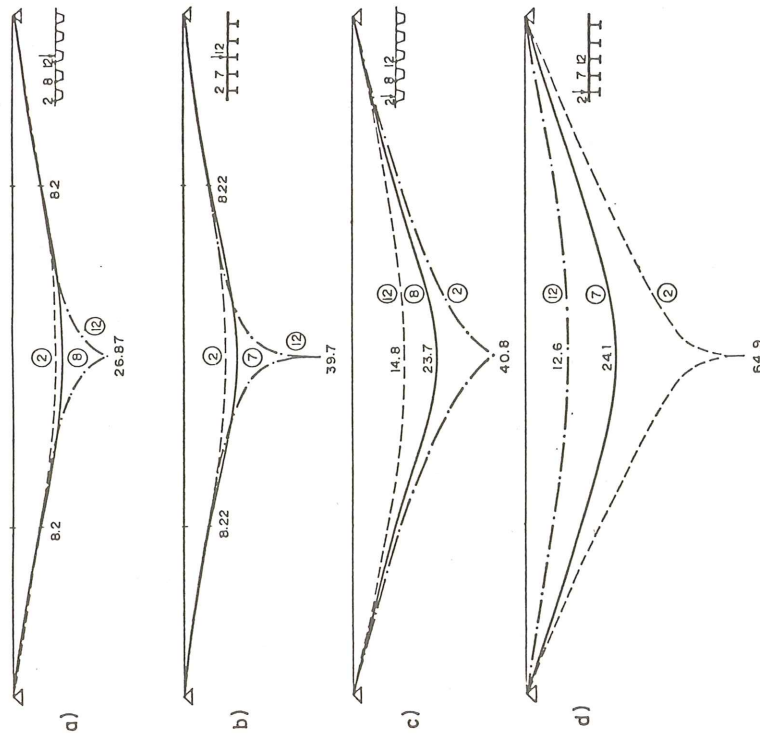


Fig. 1.36. Comparación, entre la distribución de  $\sigma_x$ , a lo largo de la viga, para sección de vigas doble "T" sin arriostramiento transversal y sección de vigas cajón. a) Sección de vigas cajón, carga en el centro del tablero; b) sección de vigas doble "T", carga en el centro del tablero; c) sección de vigas cajón, carga en nudo ③, a 6 m del eje del tablero; d) Sección de vigas doble "T", carga en nudo ②, a 6 m del eje del tablero.

De entre todos, el método más preciso para obtener la respuesta elástica es el de las láminas plegadas, siempre que se emplee suficiente número de términos en el desarrollo en serie de Fourier de la carga. Es el que se ha utilizado para obtener los resultados anteriores.

En este apartado nos interesa obtener la precisión que nos proporcionan dos métodos simples de cálculo: el método de la losa ortótropa y el método del emparrillado. Los dos son muy utilizados; el primero, debido a que se cuenta con tabulaciones de resultados que permiten el cálculo manual, y el segundo, por la universalidad de su aplicabilidad y la gran difusión de sus programas para todo tipo de ordenador electrónico.

#### 1.10.1 Método de la losa ortótropa\*

Este método analiza la respuesta de una losa cuyo material cumple las condiciones de ortotropía. Para poder calcular un tablero de vigas por este procedimiento se necesita, en primer lugar, convertir el tablero de vigas en una losa ortótropa, lo que se realiza obteniendo los coeficientes  $D_x$ ,  $D_y$  y  $H$  que caracterizan la ecuación que gobierna el comportamiento de la losa ortótropa.

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p(x, y)$$

Es claro que resulta muy problemática esta conversión, ya que una losa se parece bastante poco a un tablero de vigas. El método normalmente utilizado consiste en obtener  $D_x$  como la inercia de las vigas longitudinales dividida por el ancho que se le puede adjudicar del tablero;  $D_y$  es equivalente a la inercia de la losa transversal, y  $H$  se obtiene como una combinación de las rigideces a torsión de las vigas y de la losa.

Según sea el tablero de vigas, su respuesta se podrá aproximar mejor o peor por el método de la losa ortótropa. Si el tablero de vigas tiene muchas vigas longitudinales y muchas vigas riostras, el suponer que su inercia longitudinal y transversal está uniformemente repartida es bastante correcto. Si por el contrario el tablero tiene muy pocas vigas longitudinales y sólo una o dos vigas riostras, suponer que su inercia está repartida uniformemente en el tablero es menos cierto.

Otra simplificación importante del problema la constituye suponer que el plano donde se sitúan las líneas de centros de gravedad de las vigas longitudinales coincide con el que contiene los de la losa transversal. Esto, evidentemente, es falso ya que el desfase entre ambas placas es importante; sin embargo es el procedimiento que normalmente se utiliza. El método de la losa ortótropa ha desarrollado también esta situación, pero entonces, la ecuación diferencial que gobierna el problema es de octavo grado en lugar de ser de cuarto grado. Aunque esta ecuación está integrada, no existen tabulaciones para ella, por lo que su utilización es mucho menos interesante.

En su planteamiento normal, el método cuenta con diversas tabulaciones y ábacos. Guyon, Massonnet, Rowe, Bares, Cusens y Pama, etc. se acercan con más o menos precisión a la respuesta, y utilizan más o menos términos de la serie de Fourier; pero todos ellos pasan por la utilización de dos coeficientes:

---

\* El desarrollo de este procedimiento se encuentra en "Análisis de tableros de puentes por métodos armónicos". J. Manterola. Monografía 343 del Instituto Eduardo Torroja.

$$\theta = \frac{b}{L} \sqrt[4]{\frac{D_x}{D_y}}$$

$$\alpha = \frac{D_{xy} + D_{yx} + D_1 + D_2}{2\sqrt{D_x \cdot D_y}}$$

y una fórmula de interpolación:

$$K_\alpha = K_0 - (K_0 - K_1)\sqrt{\alpha}$$

con los cuales puede obtenerse la respuesta.

Nosotros hemos aplicado este método, con nueve armónicos en el desarrollo en serie de Fourier de la carga, para calcular el tablero de la Fig. 1, con una sollicitación puntual de 100 t en el centro de la viga lateral, y hemos comparado sus resultados con los obtenidos por el método de las láminas plegadas. (Figura 1.37).

Para ello hemos obtenido los momentos flectores que solicitan la losa en el centro de la luz y los hemos traspasado al tablero de vigas, adjudicando a cada una de ellas el área de la ley de momentos que le corresponde (figura 1.37.d). Con ésta hemos obtenido el estado tensional que aparece en la figura 1.37.e., donde se encuentra comparado con el obtenido por el método de las láminas plegadas.

La diferencia entre ambos resultados no es demasiado grande en cuanto a la cuantía de las tensiones, aunque sí en cuanto a su distribución. Así, vemos que:

a) El estado tensional continuo de la losa superior en el comportamiento real, se hace aquí discontinuo por la transposición que hemos hecho de los resultados de la losa a los de la viga.

b) Deja de aparecer la distribución lineal de las tensiones en los tacones de la viga.

c) No aparecen las concentraciones de tensión en las proximidades de la carga, ya que este método normaliza la respuesta en la zona ocupada por la viga y no tiene en cuenta la deformación por esfuerzo cortante.

Si a pesar de estas discrepancias evidentes, los resultados son bastante buenos para una sollicitación puntual, mejores resultan para unas sollicitaciones uniformes, donde los efectos locales desaparecen.

Para el caso de tableros continuos, este método también es aplicable sin más que eliminar los apoyos intermedios y obtener sus reacciones como incógnitas hiperestáticas en un sistema bi-apoyado con luz igual a la longitud total del puente.

Este procedimiento puede aplicarse también a los casos de tableros oblicuos y curvos; pero en estos casos las tabulaciones no existen y resulta más cómodo utilizar otros métodos de cálculo para obtener la respuesta de un tablero de vigas.

### 1.10.2 Método del emparrillado

El método del emparrillado es uno de los más usuales en el cálculo de tableros de puente. Su éxito se basa en dos motivos principales. En primer lugar, se puede reproducir con él, cualquier tipo de configuración en planta del tablero (tableros rectos, curvos, oblicuos, de forma cualquiera); cualquier variación de espesores del tablero (lo cual no puede realizarse nunca por métodos armónicos); y cualquier vinculación en su contorno (tableros apoyados, continuos, formando pórtico con las vigas, etc.).

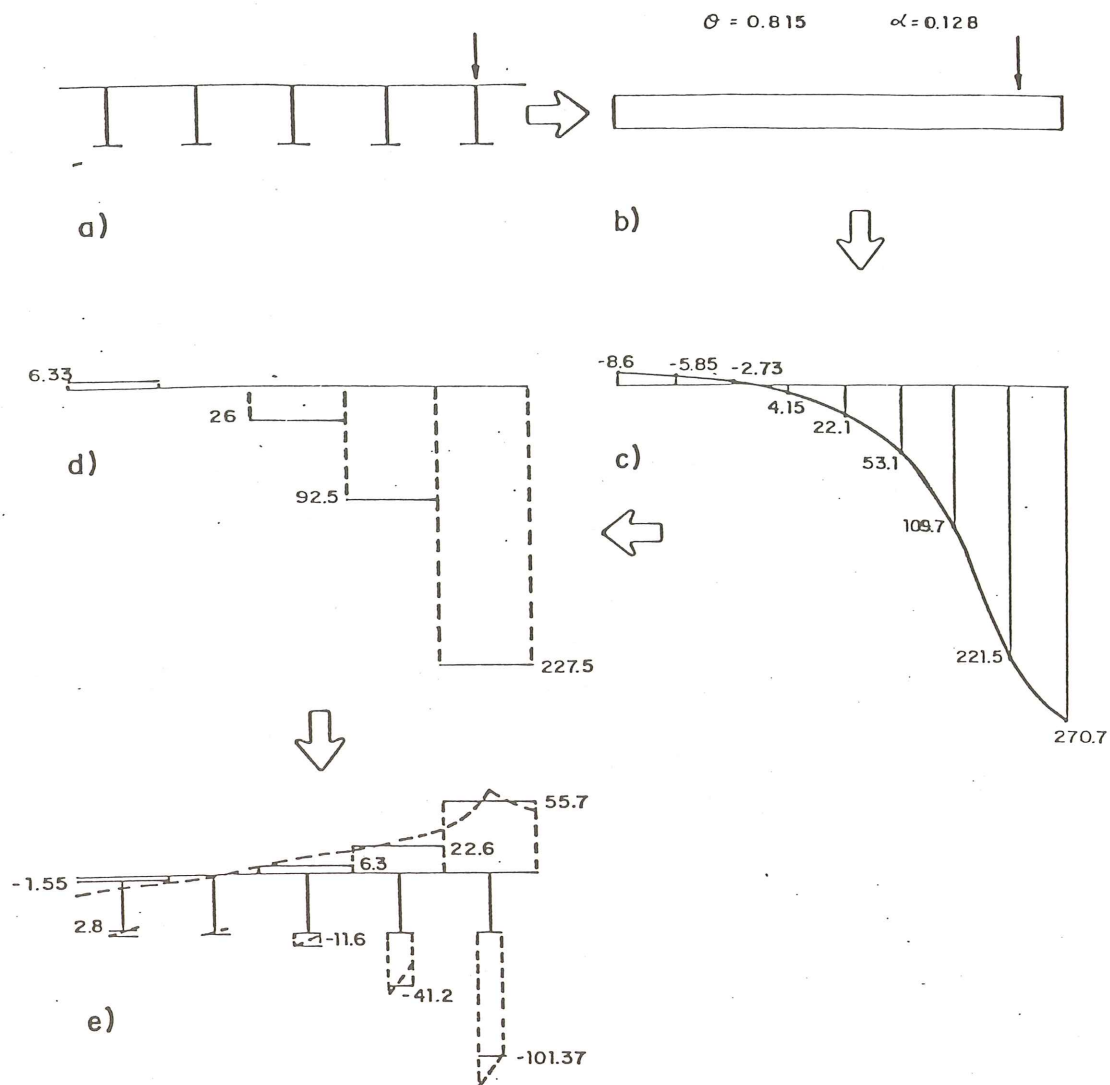


Fig. 1.37. Método de la losa ortótropa. a) Tablero real; b) Losa equivalente; c) Ley de momentos flectores en el centro de la luz en la losa; d) Momentos flectores adjudicados a cada viga; e) Estado tensional  $\sigma_x$ , en el centro de la luz (— losa ortótropa, - - - láminas plegadas).

En segundo lugar, la conversión del tablero real en un conjunto de vigas interconectadas entre sí, permite utilizar con seguridad la experiencia sobre el sentido físico de la respuesta del problema, adquirida en casos similares, conociendo además las limitaciones que esto lleva consigo.

Cualquier análisis de un tablero por este procedimiento pasa por las siguientes hipótesis:

1. Conversión de la estructura real en un emparrillado de vigas, plano o espacial.



2. Cálculo del emparrillado bajo las solicitaciones exteriores.

3. Análisis de los resultados del emparrillado y forma de trasladarlos a la estructura real.

Naturalmente las simplificaciones más drásticas se realizan en los puntos 1 y 3 y es donde debe examinarse con más cuidado la validez de las transposiciones.

Existen varios procedimientos para reproducir un tablero de vigas por este sistema, que vamos a analizar en este apartado, comparándolos con la respuesta obtenida por el método de las láminas plegadas.

### 1.10.2.1 Emparrillado plano\*. Tableros con vigas "T"

El tablero de la figura 1, de 40 m de luz, lo convertimos en un emparrillado plano, formado por cinco vigas longitudinales, coincidentes con las cinco vigas reales, y por nueve vigas transversales, separadas entre sí 5 m, que tienden a reproducir la losa, (figura 1.38). Las rigideces a flexión son las de las vigas o losa que sustituyen. Las rigideces a torsión vienen dadas, en las vigas longitudinales, por la suma de las de cada uno de los rectángulos que las constituyen, menos en el caso del rectángulo que también forma parte de la losa, del cual se toma la mitad. La rigidez a torsión de las barras transversales es también la mitad de la de la losa. Se obtiene así:

Barras longitudinales:

$$I_F = 0.86882 \text{ m}^4$$

$$I_T = 0.0165 \text{ m}^4$$

Barras transversales:

$$I_F = 0.003333 \text{ m}^4$$

$$I_T = 0.00666 \text{ m}^4$$

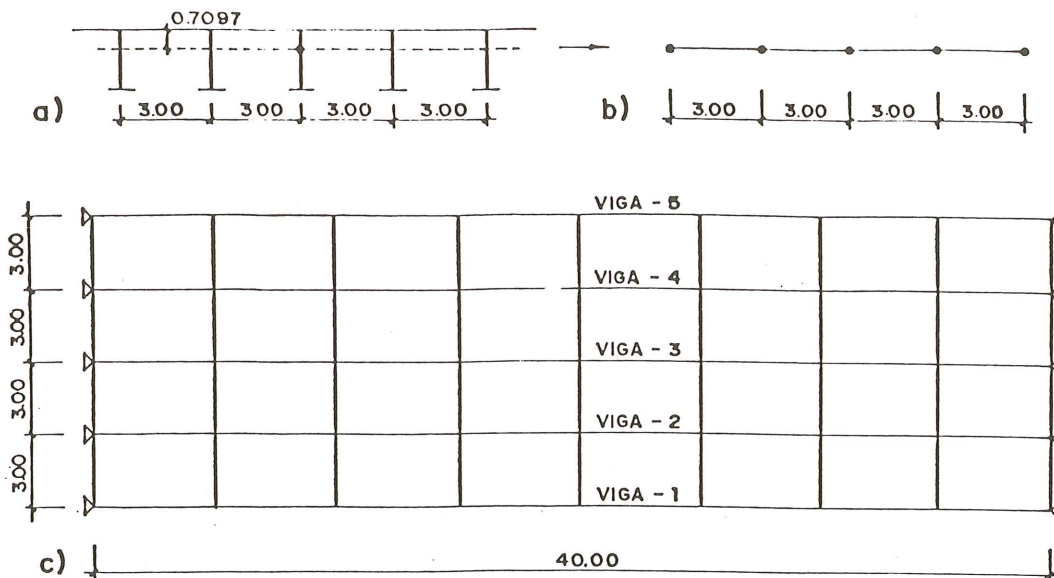


Fig. 1.38. Paso de estructura real a emparrillado plano. a) Sección transversal real; b) Sección emparrillado; c) Planta emparrillado.

\* Para el desarrollo de este método véase "Cálculo de tableros por el método del emparrillado". J. Mantrola. Hormigón y Acero n<sup>o</sup> 122. Pág. 93.

En las figuras 1.39 a 1.46 representamos la comparación entre los resultados del emparrillado y los que proporciona la teoría de las láminas plegadas, para cuatro tipos de carga y dos tipos de vinculaciones extremas: tablero bi-apoyado y tablero bi-empotrado. Las conclusiones que podemos deducir de ambas comparaciones son las siguientes:

1. El emparrillado proporciona una estructura un poco más flexible que la real, siendo mayor la diferencia para cargas centradas que para las descentradas.

2. El estado tensional en cabeza superior es menor en la teoría de las láminas plegadas que en la del emparrillado y esta diferencia se acentúa claramente para las cargas centradas. Además, en la teoría del emparrillado se produce un estado tensional discontinuo.

3. El estado tensional en cabeza inferior es prácticamente igual en ambos procedimientos, en cuanto se refiere a su valor medio. En el método del emparrillado no aparece la variación lineal de las tensiones, dado que no considera la rigidez horizontal de dichos tacones ni su comportamiento espacial.

Las razones de estas diferencias son claras. El emparrillado reproduce bastante bien el mecanismo general de flexión que interviene en el reparto general de cargas y que hemos descrito en el apartado 1.3. Reproduce bien las rigideces a flexión, pero no la de torsión de las vigas longitudinales donde tiene en cuenta la correspondiente a la torsión de St. Venant pero no la correspondiente al alabeo torsional, que le proporciona el par que se produce entre las deformaciones en su plano de las cabezas superior e inferior.

Sin embargo, el emparrillado no tiene en cuenta para nada el efecto membrana que proporciona la continuidad de la losa superior. Este efecto membrana determina la aparición, en cada viga, de unos esfuerzos cortantes,  $N_{xy}$ , que reparten y uniformizan las tensiones en las cabezas superiores. Esta carencia determina que el emparrillado aumente las tensiones en cabeza superior bajo la carga y que reduzca las tensiones en las vigas situadas lejos de la carga. También explica que, bajo las cargas centradas, la desigualdad entre ambos procedimientos se incremente, pues el efecto repartidor de los cortantes  $N_{xy}$  es mucho mayor cuando la estructura membrana es solicitada desde el centro que desde un borde lateral.

El hecho de que el efecto membrana no cambie las tensiones en el tacón inferior es claro también, ya que como sabemos por 1.3 el estado membrana introduce en las vigas un estado de axiles aplicados en cabeza superior. El efecto de estos axiles sobre la cabeza inferior es muy reducido, ya que las tensiones que originan en toda la sección de la viga, se compensan con las que produce la flexión creada por estos mismos axiles en la cabeza inferior.

Como resumen general, podemos decir que el método del emparrillado plano reproduce bastante bien el comportamiento de un tablero de vigas de este tipo y mantiene la estructura del lado de la seguridad.

#### 1.10.2.2 Emparrillado espacial. Tableros de vigas "T"

Las deficiencias que encontramos en el emparrillado plano para reproducir el comportamiento real de un tablero de vigas, pueden soslayarse en parte adoptando un emparrillado espacial que además de reproducir el mecanismo de flexión aproxima el efecto membrana. Este emparrillado lo representamos en la figura 1.47.

En este emparrillado se separan los planos de centros de gravedad de las vigas longitudinales y transversales, colocándolos cada uno en su posición.

Estos dos tipos de vigas se enlazan por barras verticales empotradas.

En las barras longitudinales se concentra toda la inercia a flexión de las vigas y en las transversales, la de la losa. Las rigideces a torsión son las mismas que en el emparrillado plano. Las barras verticales se hacen indeformables cuando el eje de flexión es perpendicular al eje del puente; y en el otro eje se les confiere la rigidez a flexión del alma que sustituyen.

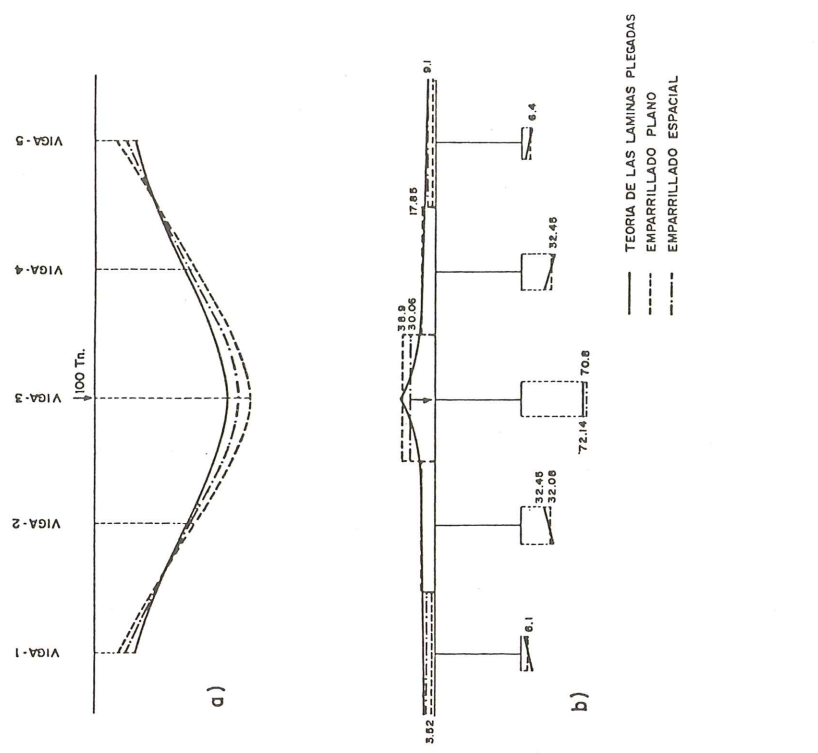


Fig. 1.39. Comparación teoría del emparrillado-láminas plegadas. Tablero apoyado, de 40 m de luz. a) Distribución de flechas entre las vigas en la sección central; b) Distribución de tensiones longitudinales,  $\sigma_x$ , en el centro de la luz.

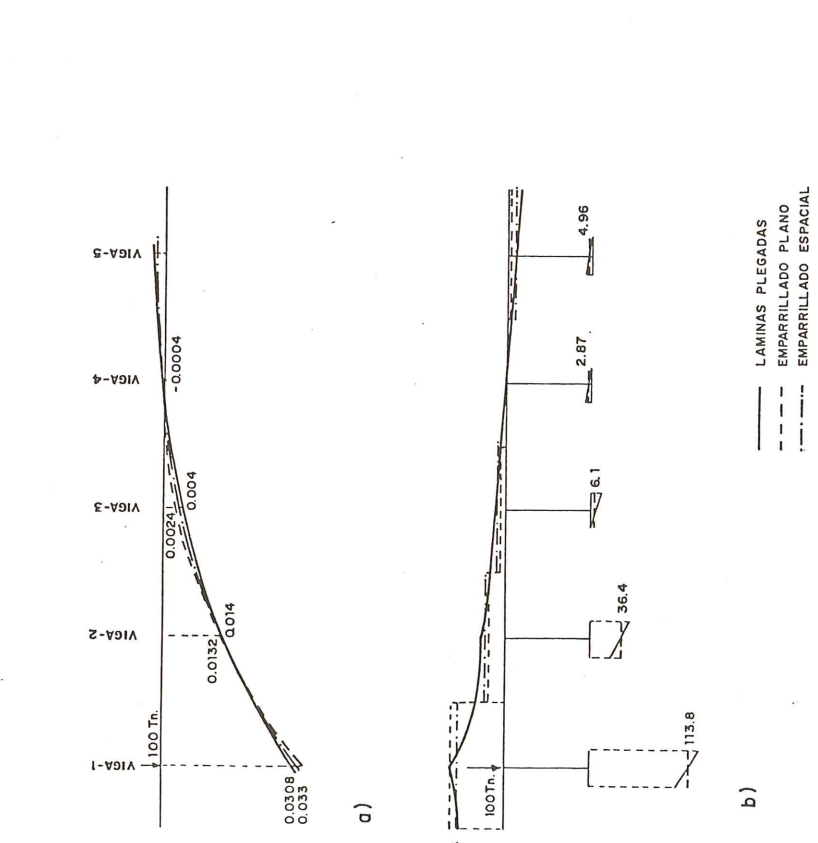


Fig. 1.40. Comparación teoría del emparrillado-láminas plegadas. Tablero bi-apoyado. a) Distribución de flechas entre vigas en el centro de la luz; b) Distribución de tensiones,  $\sigma_x$ , en el centro de la luz.

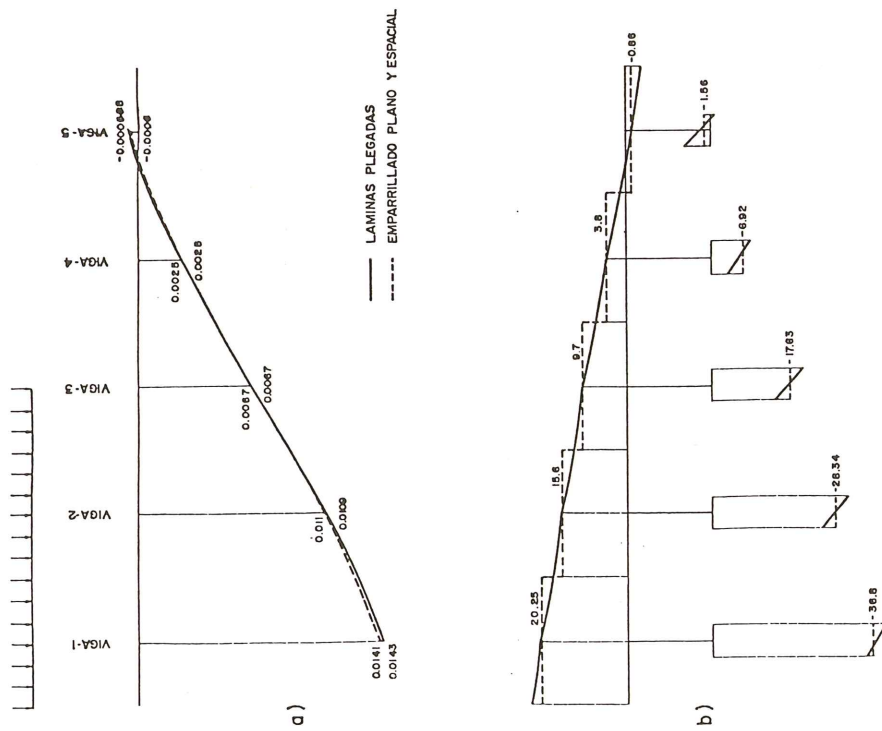


Fig. 1.41. Comparación entre teoría del emparrillado-láminas plegadas. Tablero bi-apoyado. a) Distribución de flechas, en el centro de la luz; b) Distribución de tensiones longitudinales,  $\sigma_x$ , en el centro de la luz.

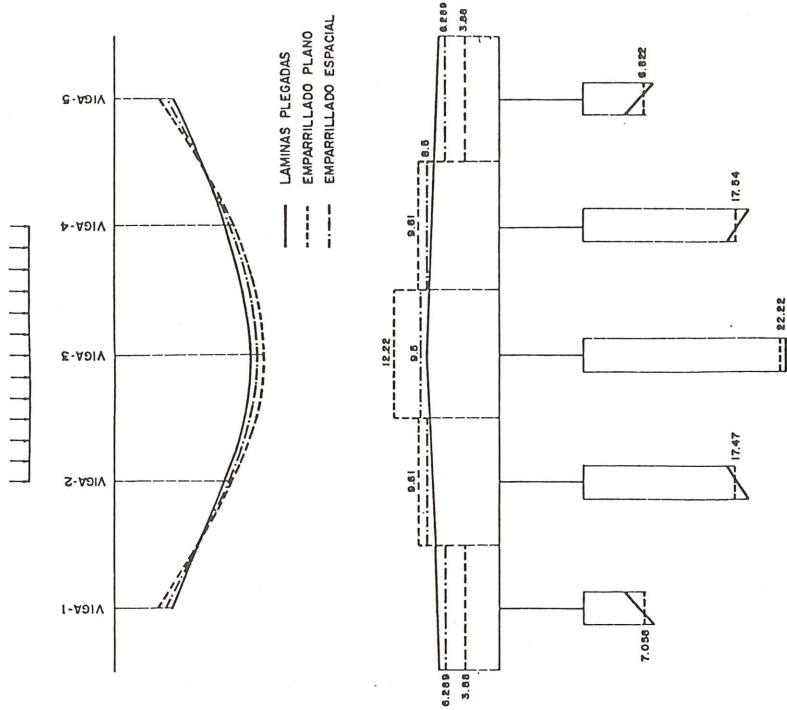


Fig. 1.42. Comparación entre teoría del emparrillado-láminas plegadas. Tablero apoyado. a) Distribución de flechas, en el centro de la luz; b) Distribución de tensiones,  $\sigma_x$ , en el centro de la luz.

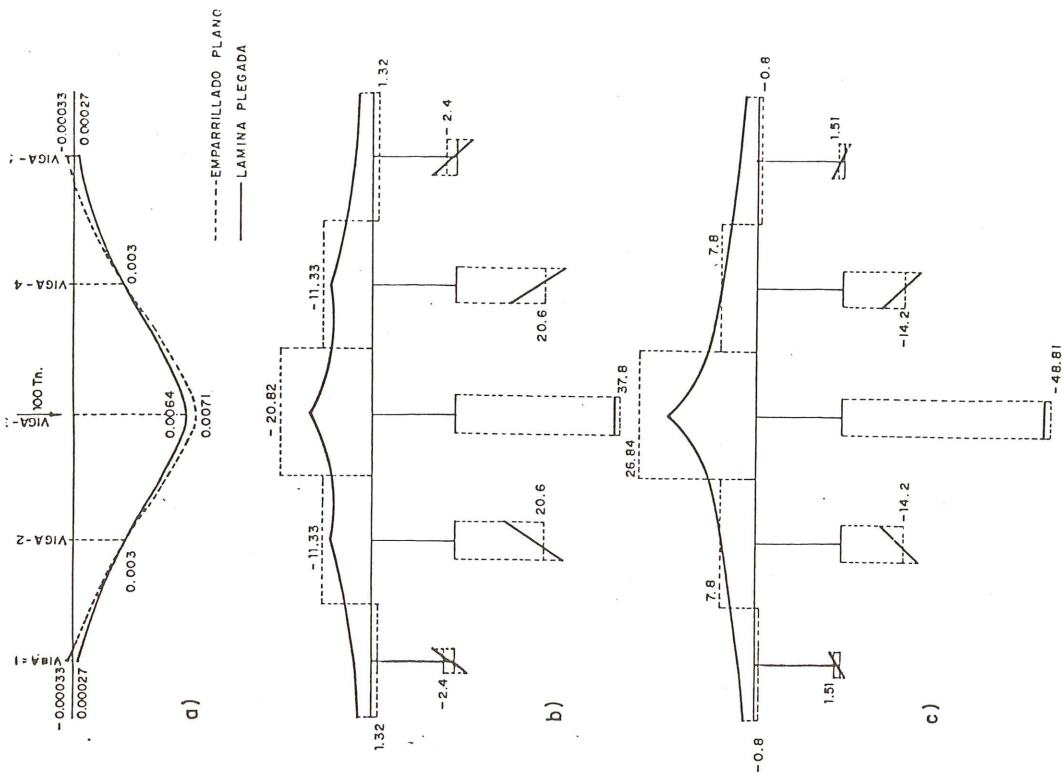


Fig. 1.44. Tablero empotrado. Comparación entre el método del emparrillado plano y las láminas plegadas. a) Flechas en el centro de la luz; b) Distribución de tensiones longitudinales en el apoyo; c) Distribución de tensiones longitudinales en el centro de la luz.

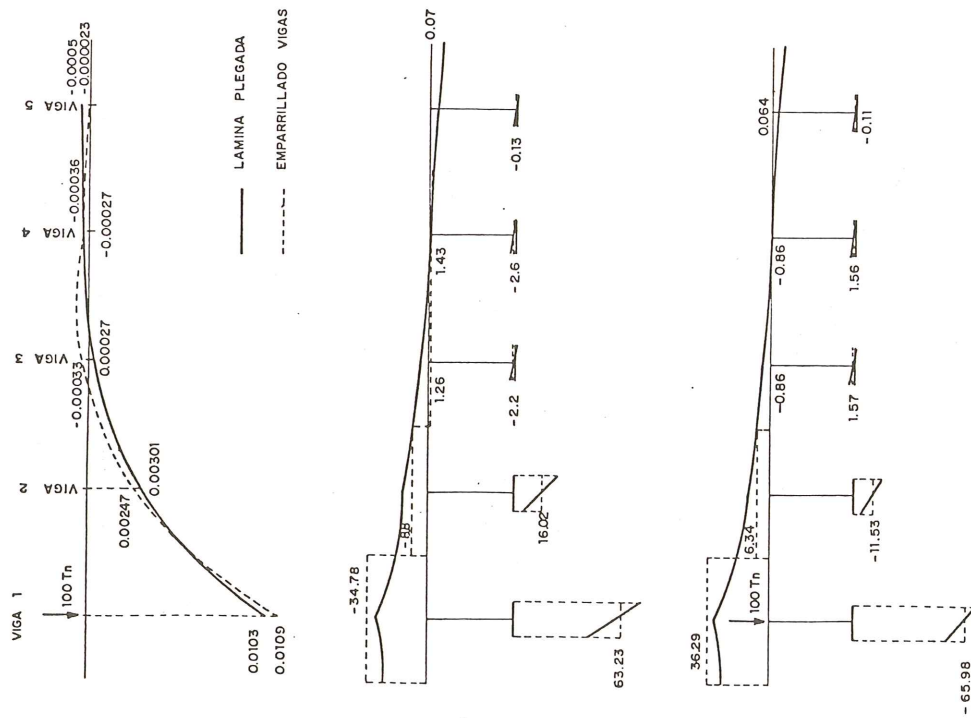


Fig. 1.43. Comparación entre el método del emparrillado plano y las láminas plegadas. Tablero empotrado. a) Flechas en el centro de la luz; b) Distribución de tensiones longitudinales en el apoyo; c) Distribución de tensiones longitudinales en el centro de la luz.

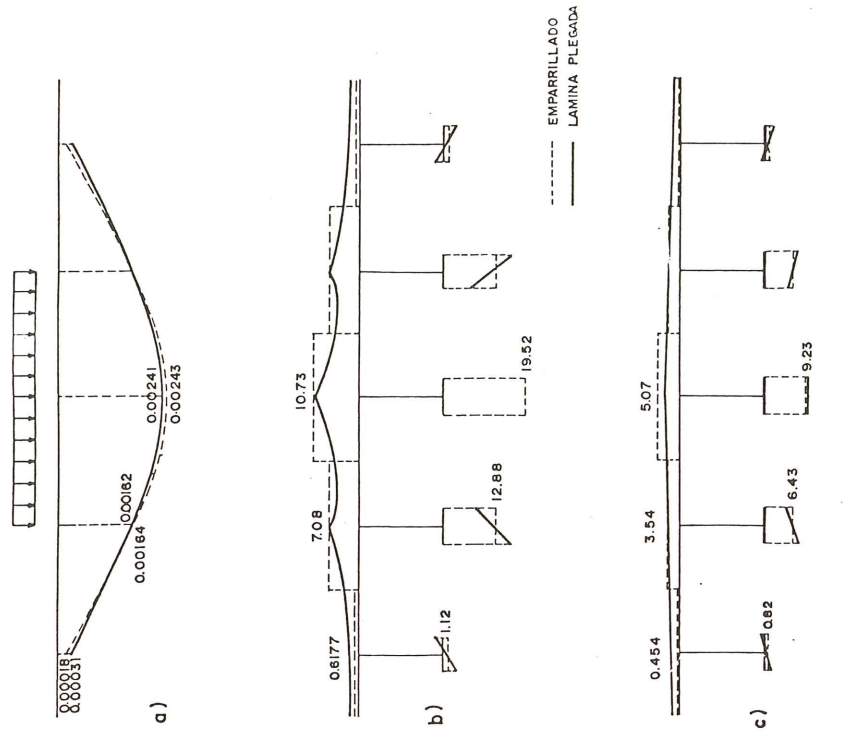


Fig. 1.45. Tablero empotrado. Comparación entre teoría del emparrillado plano y las láminas plegadas. a) Distribución de corrimientos en el centro de la luz; b) Distribución de tensiones longitudinales en el apoyo; c) Distribución de tensiones longitudinales en el centro del vano.

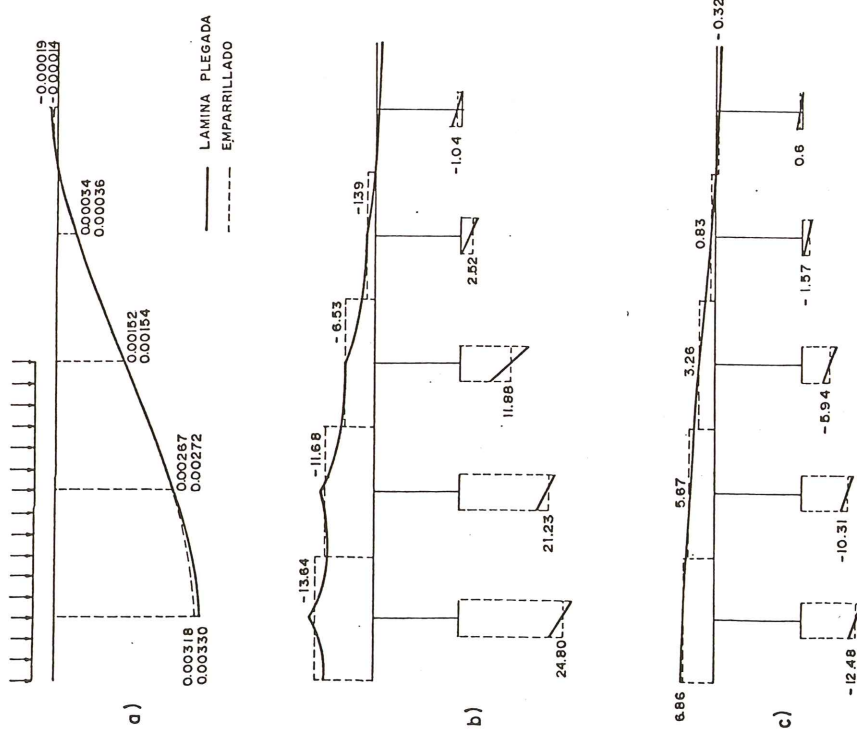


Fig. 1.46. Tablero empotrado. Comparación entre el método emparrillado plano y láminas plegadas. a) Flechas verticales en el centro de la luz; b) Tensiones longitudinales en el apoyo; c) Tensiones longitudinales en el centro.

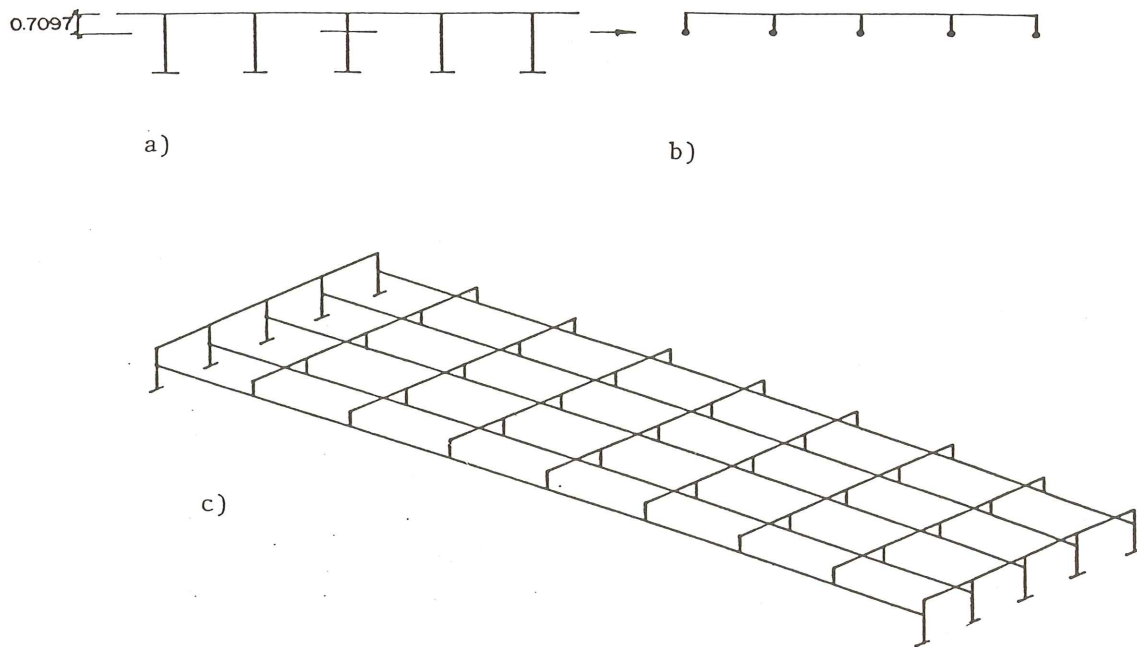


Fig. 1.47. Paso de estructura real a emparrillado espacial. a) Sección transversal real; b) Sección emparrillado; c) Emparrillado espacial.

A las barras transversales se les proporciona un área a cortante y una rigidez a flexión, de eje vertical, equivalente a la de la losa que sustituyen.

Por último, el emparrillado debe tener en cuenta la deformación por esfuerzo cortante.

Con este modelo y debido a la excentricidad entre barras longitudinales y transversales, aparece el comportamiento espacial de este tipo de tablero. Si bien no se consigue establecer perfectamente el comportamiento como membrana de la losa superior, sí aparecen unas fuerzas intermedias,  $N_{xy}$ , concentradas en los nudos de unión, que reproducen de alguna manera éste mecanismo.

Los resultados obtenidos por este método están incluidos en las figuras 1.39 a 1.42, y en ellas se ve cómo el estado de compresiones en la cabeza superior se aproxima mucho más al de la teoría de las láminas plegadas.

Las tensiones en la cara inferior no varían, a efectos prácticos.

### 1.10.2.3 Emparrillado espacial. Tableros de vigas cajón

El método del emparrillado puede utilizarse también cuando las vigas longitudinales tienen rigidez a torsión, como son las que hemos examinado en el apartado 1.9. En este caso partimos de un emparrillado espacial como el representado en la figura 1.48.

Se diferencia con el utilizado en el apartado anterior en dos parámetros importantes. A las vigas longitudinales se les confiere la rigidez a torsión correspondiente a las vigas cajón. Se disponen tres barras indeformables (marcadas con un trazo grueso en la figura 1.48), que ligan el centro de esfuerzos cortantes de la sección cajón con las esquinas en que ésta conecta con la losa del tablero. Las demás características del emparrillado son idénticas a las del caso anterior.

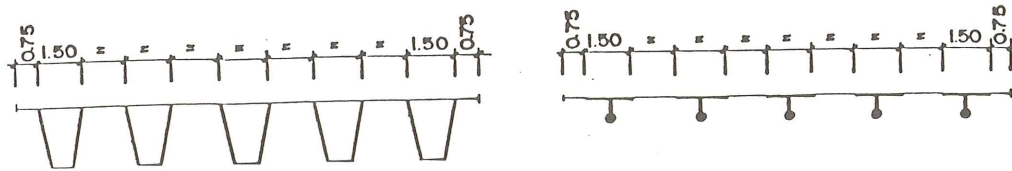


Fig. 1.48.

En las figuras 1.49 y 1.50, comparamos los resultados obtenidos, con los que nos proporciona la teoría de las láminas plegadas. En ambos casos se detecta una muy buena coincidencia en las tensiones en cara superior, y unas tensiones en cara inferior del cajón, y unas flechas, un poco más pequeñas en la teoría del emparrillado que en la de las láminas plegadas. En realidad, hemos hecho un emparrillado un poco más rígido que la estructura real.

La razón de este comportamiento la encontramos en que hemos conferido condiciones de indeformabilidad a cada cajón, por medio de las barras indeformables; lo cual no es cierto como puede apreciarse en las figuras 1.32 y 1.34. Para mantener este mismo esquema de emparrillado y ajustar los resultados perfectamente, habría que introducir una pequeña flexibilidad a estas barras; lo cual no es fácil de determinar a priori.

Los resultados finales, no obstante esta desviación, son muy correctos.

### 1.11 Comportamiento de un tablero de vigas, sin vigas riostras en sus apoyos

En el examen que hemos venido realizando sobre la influencia de las distintas variables que intervienen en la respuesta de un puente de vigas, siempre contábamos con la presencia de vigas riostras en los apoyos del tablero. La teoría de las láminas plegadas establece, como condición necesaria, que en el borde exista una viga infinitamente rígida en su plano e infinitamente flexible fuera del plano. Esta viga recoge las tensiones tangenciales que aparecen en la losa superior, en el borde apoyado, y las traslada a los apoyos reales. El valor de estos esfuerzos tangenciales,  $N_{xy}$ , que sirven para dimensionar la viga riostra, aparecen en la figura 1.7.

En este apartado vamos a examinar el comportamiento de los tableros de vigas en las que se suprime la viga riostra de apoyo, y lo vamos a realizar en el tablero de vigas doble "T" de la figura 1., y en el formado por vigas cajón de la figura 1.31. Ambos en su condición de simplemente apoyados.

Como el método de las láminas plegadas empleado hasta ahora no es válido en este caso, vamos a utilizar el método del emparrillado espacial descrito en los apartados 1.10.2.2 y 1.10.2.3.

Este procedimiento de cálculo, como hemos visto, aproxima bastante bien el comportamiento general de un tablero de vigas; reproduce el efecto membrana de la losa superior, en alguna medida, ya que compatibiliza los corrimientos longitudinales de las cabezas superiores de las vigas en una serie de puntos discretos; redistribuye el estado tensional longitudinal de las cabezas superiores, y no exige que en los bordes apoyados del tablero los esfuerzos tangenciales,  $N_{xy}$ , estén recogidos por viga riostra alguna.

Aunque existen procedimientos de cálculo más precisos para acercarse a este problema (por ejemplo, el método de los elementos finitos) vamos a utilizar aquél por ser uno de los que hemos descrito en este trabajo.

De la comparación entre la respuesta entre dos tableros con y sin vigas riostras en los apoyos, se pueden sacar las conclusiones que en los siguientes apartados se comentan:



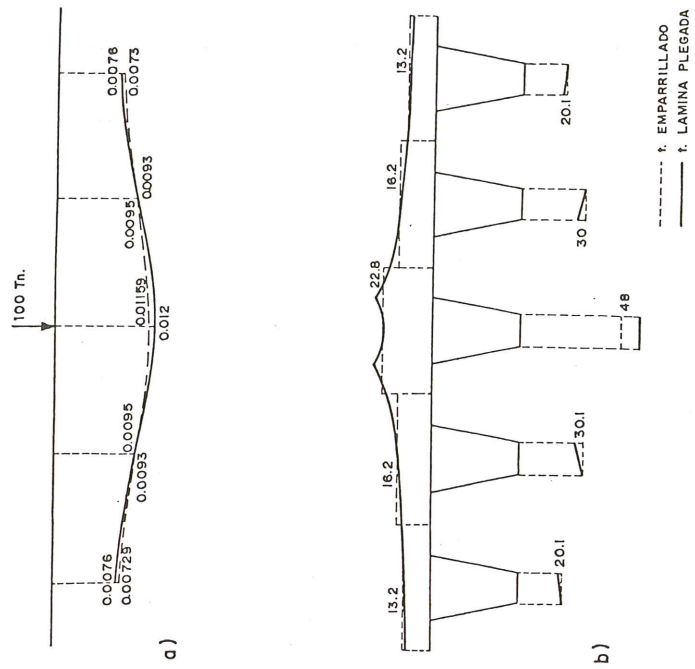


Fig. 1.50. Comparación entre teoría del emparrillado y láminas plegadas. Tablero apoyado. a) Corrimientos en el centro de la luz; b) Tensiones longitudinales en el centro de la luz.

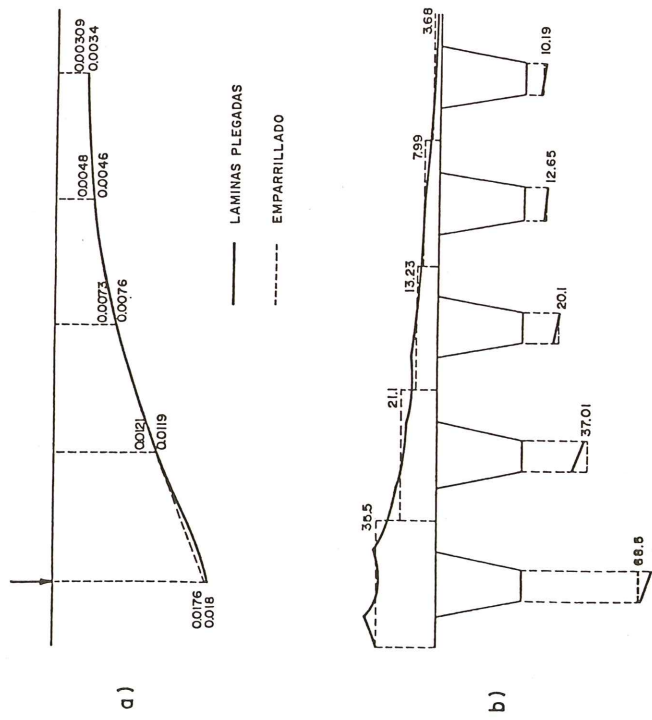


Fig. 1.49. Comparación entre teoría del emparrillado y láminas plegadas. Tablero apoyado. a) Corrimientos en el centro de la luz; b) Tensiones longitudinales en el centro de la luz.

### 1.11.1 Tablero de vigas doble "T"

En las figuras 1.51 representamos la comparación entre los corrimientos para carga en el borde, en los tableros con y sin vigas riostras en el extremo. Vemos que en el caso de no tener viga riostra, la deformación de la sección de apoyo es significativa, mientras que los corrimientos verticales son prácticamente iguales.

En cuanto a los corrimientos horizontales del talón inferior, se representan en la figura 1.51.c.

No representamos, en este caso, el estado tensional longitudinal ya que su valor difiere, respecto al correspondiente al caso de vigas riostras en los apoyos, en menos de  $1 \text{ kg/cm}^2$ , en el punto donde existe mayor diferencia.

respecto al correspondiente al caso de vigas riostras en los apoyos, en menos de  $1 \text{ kg/cm}^2$ . en el punto donde existe mayor diferencia.

Es decir, las respuestas de un tablero de vigas doble "T" con y sin vigas riostras extremas son prácticamente iguales, tanto en tensiones como en corrimientos verticales, y difieren sensiblemente en cuanto a corrimientos horizontales, los cuales no influyen prácticamente en el estado tensional.

La razón de esta similitud la encontramos en la misión de la viga riostra extrema. Esta no sirve mas que para empotrar a torsión las vigas longitudinales y recoger las tensiones tangenciales de la losa superior. El empotramiento a torsión sólo puede ser significativo en el caso en que las vigas longitudinales tengan rigidez a torsión importante. Ahora bien, si esto no ocurre, como pasa en este tipo de tableros, la coacción a torsión es prácticamente insignificante.

Con respecto a la segunda misión de las vigas riostras, como es recoger las tensiones tangenciales que transporta la losa superior, tampoco es significativa en este caso, dado que para acciones verticales exteriores, las únicas tensiones tangenciales que aparecen en el contorno libre son las correspondientes a las condiciones de equilibrio de tangenciales a que obliga la teoría de las láminas plegadas en dicha zona; pero su carencia, al tener el borde libre, no hace sino redistribuir un poco el estado tensional en dicha zona, lo que no afecta al cuerpo del tablero.

Otra cosa ocurriría si la sollicitación exterior fuese horizontal (cargas de viento, etc.); pero éste no es el caso que aquí tratamos.

En la figura 1.52 representamos los corrimientos en el caso de carga centrada. Aquí sí aparecen diferencias notables en lo que se refiere a corrimientos verticales en el centro del tablero. Pero este hecho no es real; se debe al método de cálculo utilizado, pues como ya observamos al tratar del modelo del emparrillado espacial, éste no reproduce perfectamente bien el comportamiento del tablero. Si examinamos la figura 1.40.a., vemos que la diferencia entre la teoría de las láminas plegadas y la del emparrillado espacial con viga riostra extrema, da unas diferencias similares a las que aparecen en la figura 1.52.

En lo que se refiere a las tensiones longitudinales, la diferencia no llega a  $1 \text{ kg/cm}^2$  entre tener o no tener viga riostra, cuando se utiliza el mismo método de cálculo.

### 1.11.2 Tableros con vigas cajón

En la figura 1.53 representamos la respuesta del tablero teniendo o no vigas riostras en los apoyos. Aquí la diferencia entre corrimientos en el centro y en las tensiones longitudinales, ya son más significativas. Vemos cómo en este caso la ausencia de vigas riostras lleva a

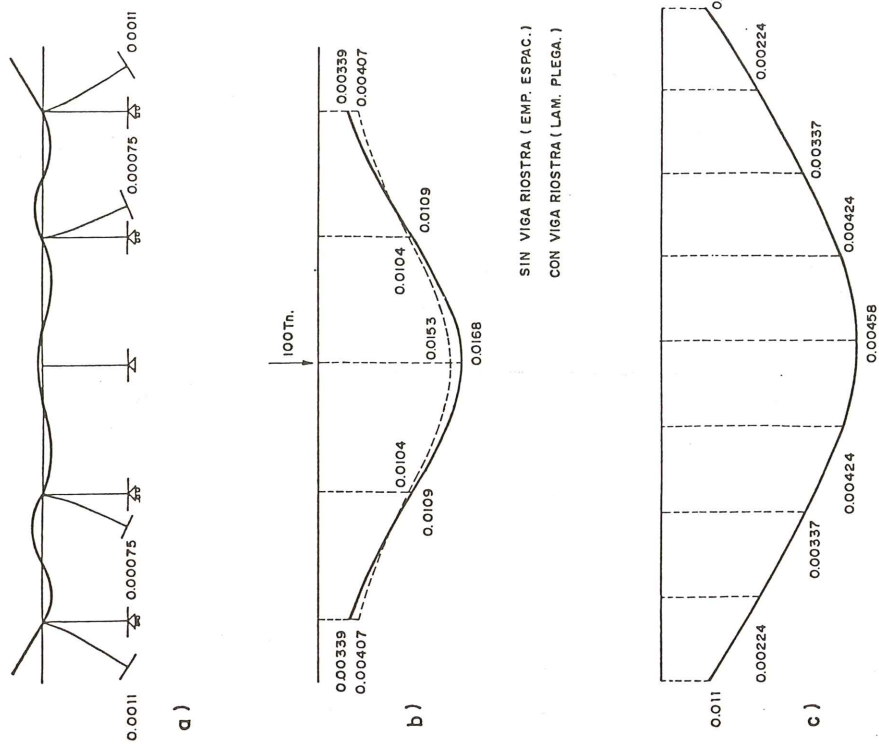


Fig. 1.52. a) Deformación sección de apoyos; b) Corrimientos verticales sección central; c) Corrimientos horizontales a lo largo de la luz, tacón inferior, viga lateral.

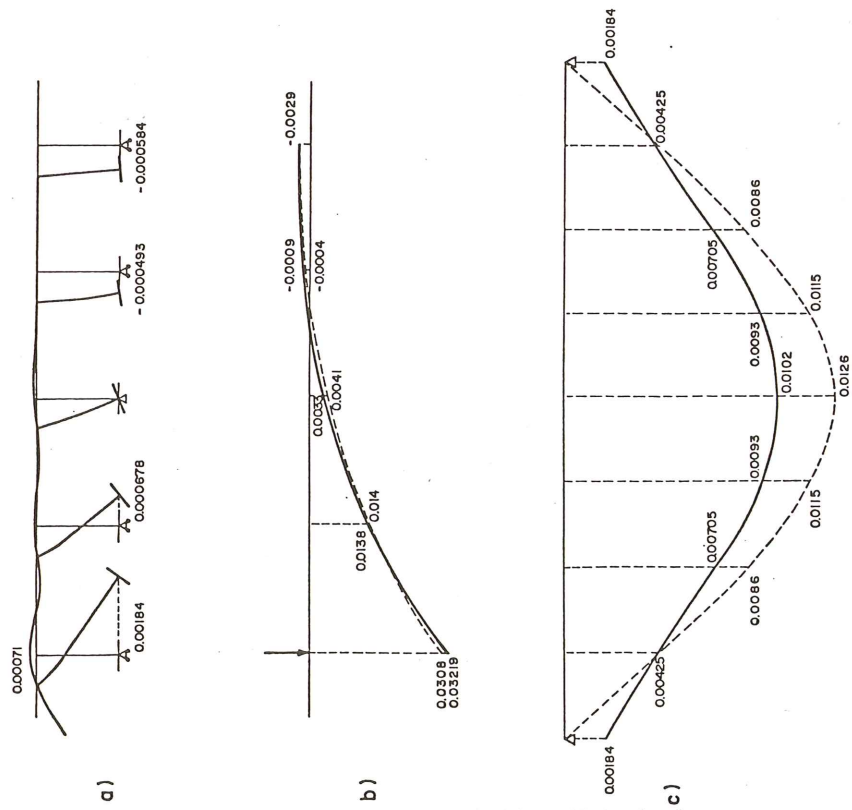


Fig. 1.51. a) Deformación sección apoyo. b) Corrimientos verticales, sección central; c) Corrimientos horizontales a lo largo de la luz, tacón inferior, viga cargada.

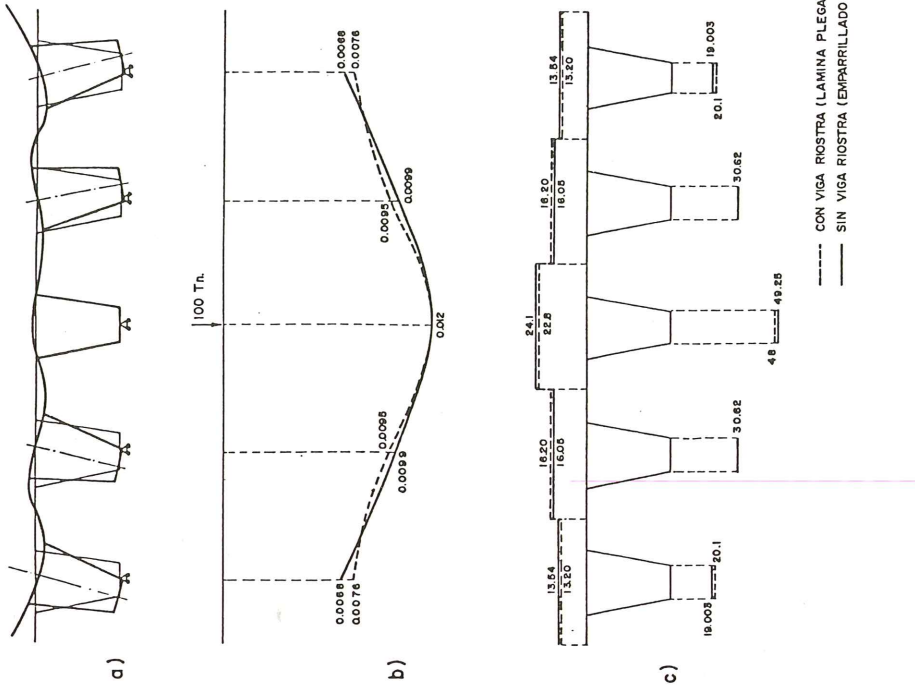


Fig. 1.54. a) Deformación de la sección de apoyo; b) Corrimientos verticales en el centro de la luz; c) Tensiones longitudinales en el centro de la luz.

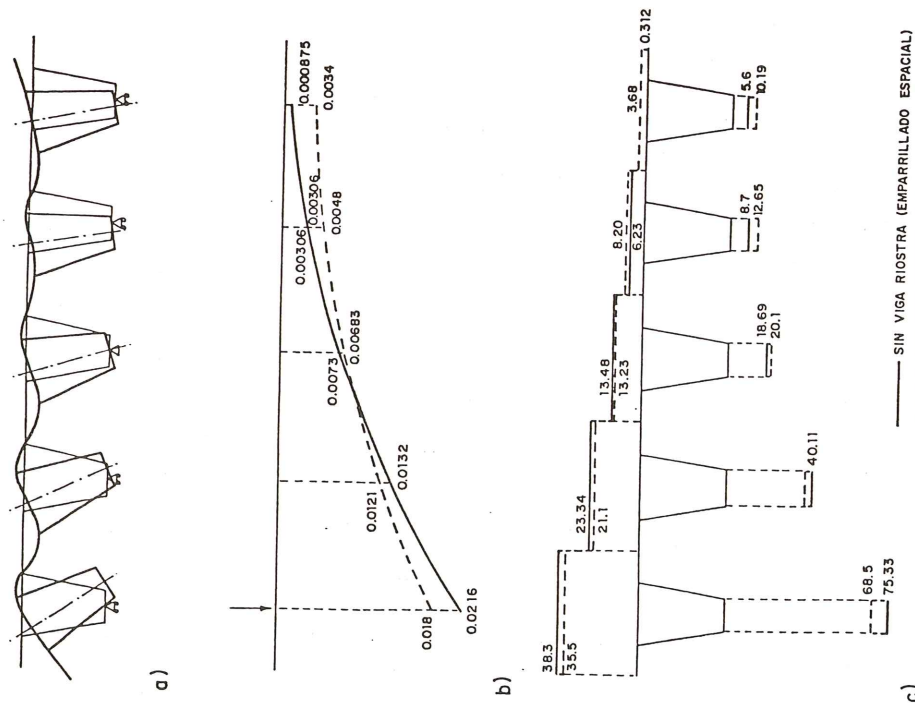


Fig. 1.53. a) Deformación de la sección de apoyo; b) Corrimientos verticales en el centro de la luz; c) Tensiones longitudinales en el centro de la luz.

unas flechas mayores y a un estado tensional superior. En este caso, la rigidez a torsión de las vigas longitudinales es significativa, y la ausencia de vigas riostras reduce la eficacia de las vigas cajón para empotrar la losa transversal, en el mecanismo general de flexión.

Estos efectos serían mucho más significativos si la relación ancho-luz del tablero fuese mayor, pues en este caso la presencia de la rigidez a torsión sería más intensa.

Cuando cargamos el tablero en el centro de su ancho, (figura 1.54), las diferencias que hemos apreciado en el caso anterior de carga descentrada, desaparecen prácticamente, pues al ser la carga simétrica, la rigidez torsional de las vigas no influye tanto, predominando el efecto del incremento de la rigidez a flexión transversal que le confiere la forma.

## 2. MORFOLOGIA Y DIMENSIONAMIENTO DE LOS TABLEROS DE VIGAS

Como ya hemos indicado, un tablero de vigas es el resultado de la optimización de las dos variables que lo configuran: su comportamiento resistente y su proceso constructivo. Generalmente, estas dos variables se oponen entre sí, de manera que muchas disposiciones que favorecen la respuesta resistente perjudican la facilidad constructiva; y viceversa. En los casi cuarenta años de vida de este tipo de tableros, el equilibrio entre ambas variables ha evolucionado mucho, desde los primeros puentes en los que las condiciones resistentes primaban sobre las constructivas, hasta el momento actual en el que se tiende a simplificar al máximo la forma del tablero a costa de una pérdida de eficacia resistente. A este resultado ha contribuido, por un lado, la extensión en su uso, la familiaridad obtenida con su comportamiento resistente y sobre todo el hecho de que las condiciones económicas (coste de la mano de obra, de los elementos auxiliares, de los materiales y el tiempo de ejecución) han volcado la balanza del lado de la simplificación constructiva.

Este hecho determina una variación constante en la morfología de los tableros de vigas, cuyos puntos fundamentales son: las vinculaciones a establecer entre vanos continuos, (lo cual nos informa sobre la morfología longitudinal del puente), y la sección transversal, (que determina la morfología transversal).

### 2.1 Morfología longitudinal. Vinculaciones normales entre vanos de vigas prefabricadas

Las vinculaciones que normalmente se utilizan entre tableros formados por vigas prefabricadas son de tres tipos: tableros simplemente apoyados, tableros semi-continuos y tableros continuos.

#### 2.1.1 *Tableros simplemente apoyados* (Fig. 2.1 ⊕ )

Es la disposición más usual. Las vigas se apoyan sobre los pilares por medio de apoyos de neopreno y sobre (entre) ellas se hormigona el tablero.

El pavimento superior necesitará una junta de dilatación, encima de las pilas, que permita los movimientos longitudinales del tablero por temperatura, fluencia y retracción.

Se pueden disponer uniones a “media madera”. Su misión es ocultar la viga cabezal, situada sobre las pilas, dentro del espesor del tablero. Esta unión encarece las vigas, por la armadura complementaria que es necesario disponer para resolver la concentración de esfuerzos que allí se produce

La distribución longitudinal de la inercia de las vigas puede ser constante o variable.

Este tipo de tableros suele suponerse isostático a efectos de los asientos diferenciales entre pilas y esto, en general, no es cierto. Si el asiento de la pila, en su conjunto, es un descenso vertical exclusivamente, el tablero es isostático. Pero debido a la envergadura transversal de este tipo de puentes, el asiento transversal de las pilas puede no ser constante. En este caso este descenso diferencial introducirá unas torsiones en el tablero, que producirán una serie de esfuerzos de flexión y torsión en vigas y sección transversal, que deben considerarse.

### 2.1.2 Tableros semi-continuos (Fig. 2.1(2))

Estas uniones consisten en establecer la continuidad entre dos vanos, exclusivamente a nivel de la losa superior. Las vigas quedan separadas y apoyadas sobre las pilas. Esta unión tiene como misión eliminar las juntas de dilatación del pavimento, proporcionando una rodadura mucho más confortable.

Se puede realizar en tableros que tengan la losa adosada al nivel de la cabeza de compresión de las vigas o sobrepuesta a ellas. En este último caso es mucho más cómoda la disposición de las armaduras de continuidad situadas en la losa.

La losa se desconecta de las vigas, en una determinada longitud, con el fin de proporcionarle una determinada flexibilidad que le permita hacer frente con seguridad a los siguientes esfuerzos:

a) Los correspondientes a las deformaciones impuestas por la fluencia y la retracción del hormigón, que producirán giros en los apoyos en función del tiempo. Estos giros producen unos esfuerzos, tanto menores cuanto mayor es la longitud  $L$  de la losa desconectada de las vigas. Este tipo de fenómenos los analizaremos en el punto 3. (Fig. 2.2).

b) Los correspondientes a los giros de las vigas como consecuencia de la acción de la sobrecarga sobre los vanos. Estos esfuerzos son instantáneos y son tanto más pequeños cuanto mayor es la longitud desconectada,  $L$ .

c) Los correspondientes al peso propio de la losa, a la carga muerta y a la aplicación de la sobrecarga actuando sobre la longitud desconectada,  $L$ . Estos valores serán tanto mayores conforme aumenta la luz  $L$ .

Por tanto, la longitud  $L$  de la zona desconectada depende del compromiso a encontrar entre unos efectos desfavorables y otros favorables; pero en general crecerá con la luz del tablero. Para luces pequeñas, del orden de 15 a 20 m., una longitud adecuada puede oscilar alrededor de 1 a 2 m. Para luces del orden de 30 ó 40 m., la longitud variará entre los 2 y 4 m.

Existen otros tipos de uniones semi-continuas, como aquellas que permiten el giro de la sección sin posibilidad de desplazamiento longitudinal; pero son mucho menos usados.

### 2.1.3 Tableros continuos (Fig. 2.1(3))

En los tableros semi-continuos, la continuidad estructural se realiza exclusivamente a través de la losa, la cual proporciona un pequeño momento de empotramiento en el tablero, que prácticamente no cambia los esfuerzos que éste tendría si su vinculación fuese simplemente apoyada. En cambio, en los tableros continuos se establece la continuidad estructural, tanto en la viga como en la losa, y de esta manera, para las acciones de carga muerta y sobrecarga, el puente se comporta de la misma manera que un puente continuo. No ocurre lo mismo, sin embargo, para el peso propio, para el que funcionan como tableros simplemente apoyados.

VINCULACIONES LONGITUDINALES ENTRE TRAMOS

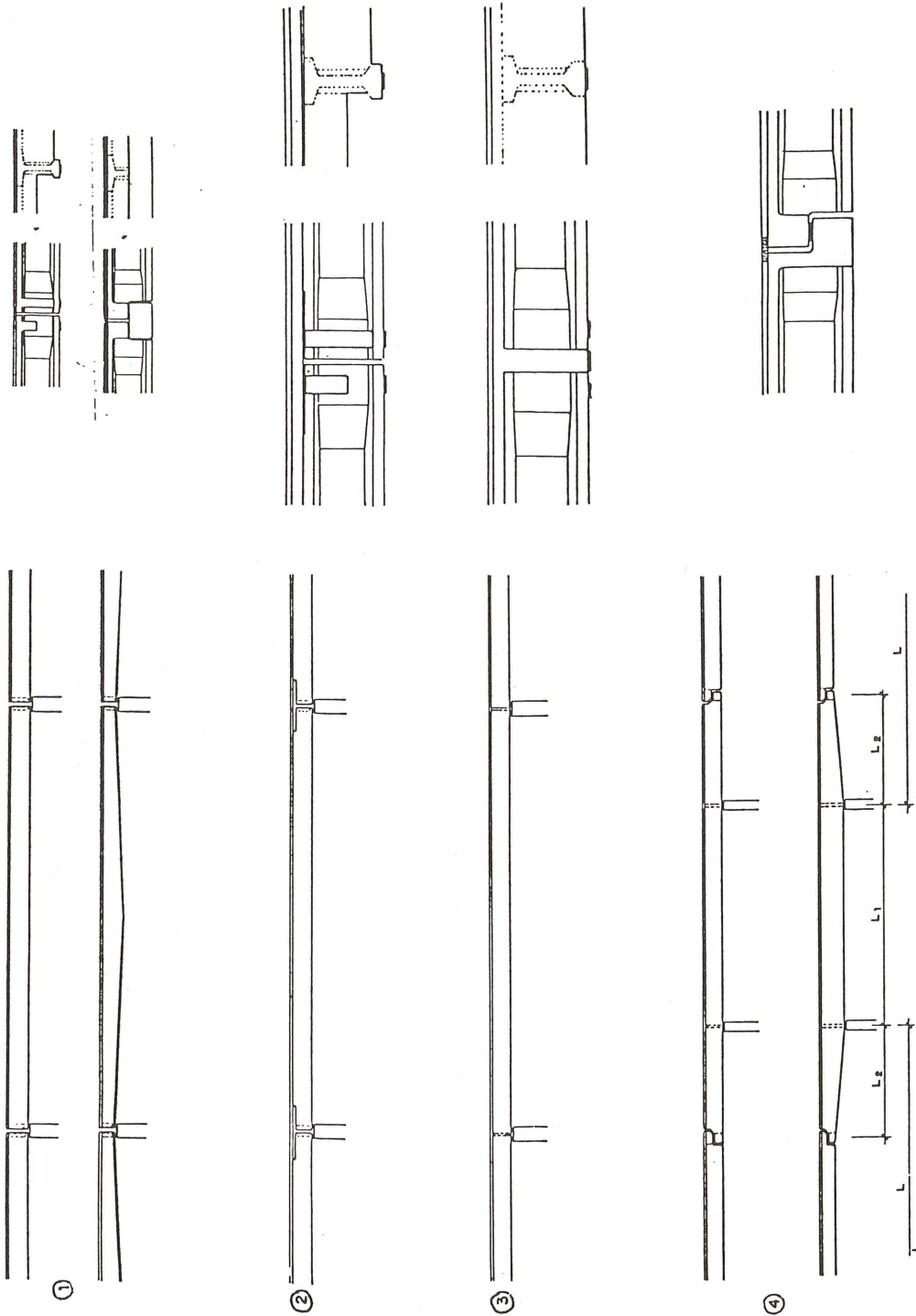


Fig. 2.1.

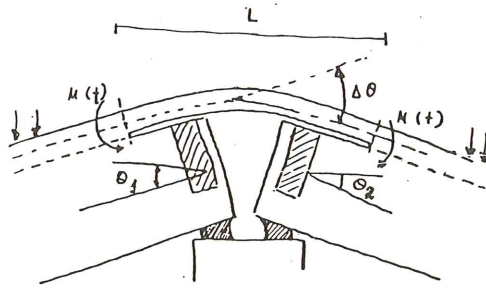


Fig. 2.2.



Fig. 2.3.

En el apoyo aparecerán unos esfuerzos,  $M(t)$ , correspondientes a las deformaciones de fluencia y retracción del hormigón. Su signo podrá ser negativo o positivo, según sea el estado tensional que exista en las vigas para la hipótesis de carga permanente. Si el puente es muy esbelto y el estado de tensiones en la cabeza inferior es superior al de la cabeza superior para esta hipótesis de carga, las vigas tenderán a levantarse del centro y aparecerán momentos positivos en la unión. En caso contrario serán negativos.

A estos esfuerzos en el empotramiento, que modifican a lo largo del tiempo los correspondientes a la carga permanente en el instante  $t = 0$ , deben añadirse los de sobrecarga.

El armado de continuidad entre vanos contiguos puede realizarse de diferentes maneras. Una es por simple disposición de armadura pasiva, tanto en la losa superior como en el talón inferior de las vigas (fig. 2.4).

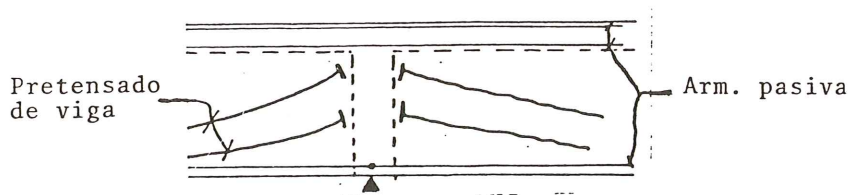


Fig. 2.4.

Esta disposición de continuidad es muy cómoda de realizar y, por tanto, bastante empleada.

La unión entre vigas prefabricadas puede realizarse también por medio de pretensado.



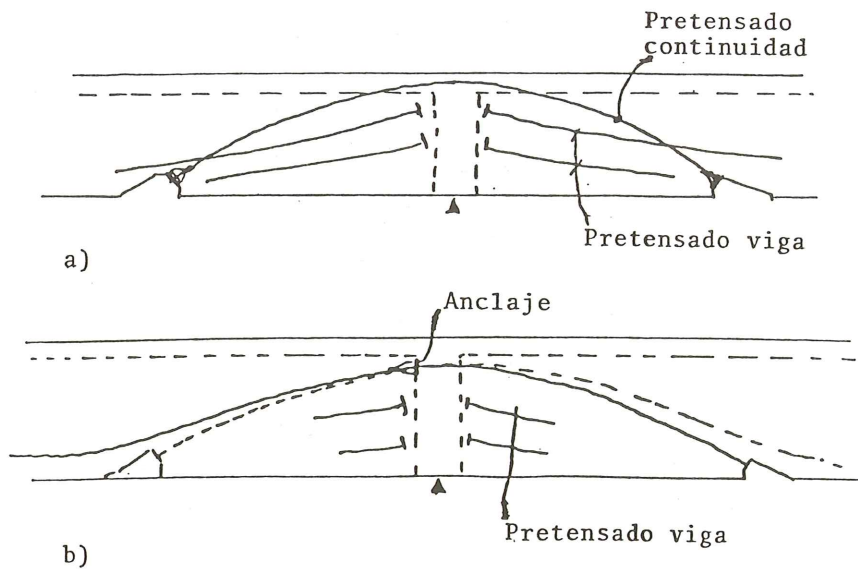


Fig. 2.5.

Este se puede establecer por medio de cables “sombbrero”, o por prolongación de cables de las vigas dispuestos precisamente para este fin. Estas uniones, que mantienen pretensado todo el tablero, presentan, sin embargo, problemas de construcción; por lo que no son demasiado utilizadas. (Fig. 2.5 a y b.).

Un problema complementario a destacar en este tipo de uniones continuas, radica en la transición entre el apoyo provisional y el definitivo de estos tableros.

Las fases de construcción son las siguientes. (Fig. 2.6).

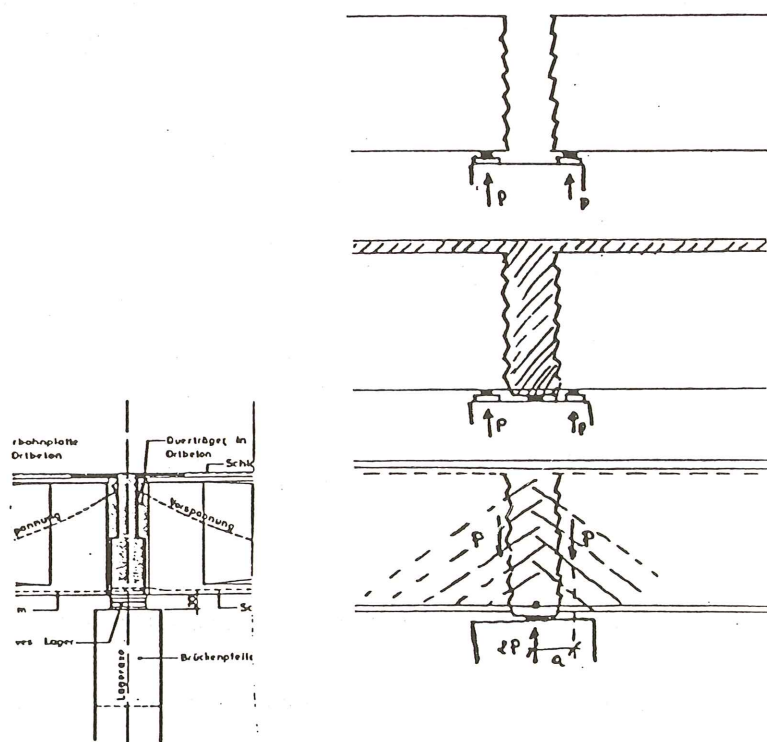


Fig. 2.6.

En la primera fase se colocan las vigas sobre apoyos provisionales, los cuales deben estar sobre gatos o cajas de arena para poder eliminarlos con facilidad. En la segunda fase se hormigona la viga riostra y la losa superior entre vigas. En la tercera fase se eliminan los apoyos provisionales.

El único problema que se plantea es la transferencia de la carga de los apoyos provisionales al definitivo, para las hipótesis de peso propio, y el comportamiento de la junta para sobrecarga.

El mecanismo de transferencia de carga entre vigas y riostras se realiza a través de la zona del hormigón comprimido, por adherencia entre viga pretensada y viga riostra, y por la armadura complementaria.

Para la carga de peso propio no existen ( $t = 0$ ) esfuerzos de compresión entre vigas, salvo la pequeña carga correspondiente a la ménsula, (P. a.). La transmisión del cortante se debe realizar entonces por la armadura pasiva de cosido y los redientes que deben dejarse al efecto en los extremos de las vigas. En cuanto a la flexión, se resolverá por la armadura pasante superior.

Para la sobrecarga, existirán momentos negativos encima del apoyo, los cuales comprimirán el hormigón y contribuirán muy eficazmente a evitar el deslizamiento entre viga prefabricada y viga riostra.

No conocemos ensayos efectuados con esta unión, los cuales serían muy importantes de cara a cuantificar exactamente la resistencia de los mecanismos involucrados. Los ingleses han realizado ensayos con juntas de otro tipo, en las cuales el hormigón de la viga riostra se extiende en una determinada zona a los lados de la viga y se solidariza el conjunto mediante un pretensado transversal.

#### 2.1.4. *Tableros continuos tipos Gerber* (Fig. 2.1(4))

Este tipo de tableros se suele utilizar cuando la luz  $L$  que se desea salvar con las vigas prefabricadas es mayor que la longitud de tales vigas. Se compone de tramos sobre pilas y tramos intermedios apoyados sobre los primeros. Las uniones entre tramos son obligatoriamente a media madera.

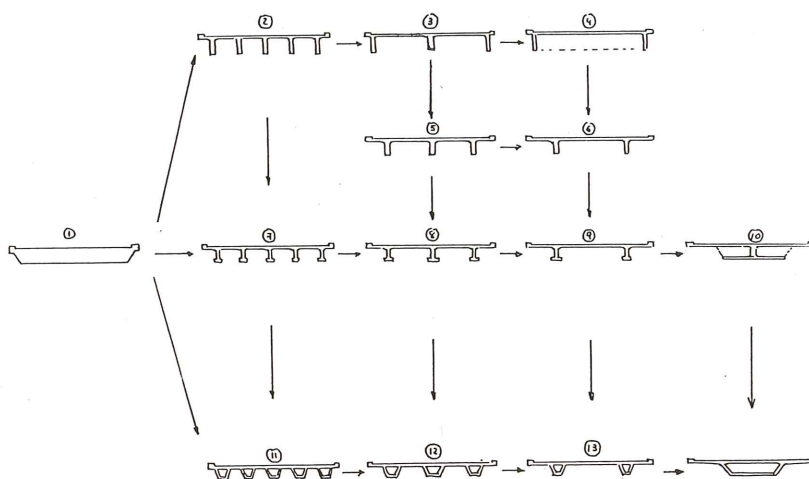
El tramo sobre pilas puede ser in situ o prefabricado, y de inercia constante o de inercia variable. Su forma de fabricación dependerá de su peso y de los medios de construcción de que se disponga. Debe existir una relación entre las luces  $L_1$ ,  $L_2$  y  $L$ , para evitar el vuelco del tramo sobre pilas durante el proceso constructivo.

## 2.2 Morfología de la sección transversal

En la sección transversal de un tablero de vigas, en su forma, están vertidas casi todas las características resistentes y constructivas del mismo. Es el elemento generatriz del tablero y por tanto de capital importancia de cara a su diseño.

Las acciones más importantes que tienden a configurarla son las directas verticales: peso propio, carga muerta y sobrecarga de tráfico. El peso propio y la carga muerta actúan permanentemente sobre el tablero y los esfuerzos que producen crecen rápidamente con la luz del puente. Este hecho determina la necesidad de eliminar aquella parte de la carga permanente que contribuye menos a soportar la carga. El aligeramiento de la sección resulta crecientemente interesante con la luz. Si partimos en nuestro análisis de una sección neutra como es la losa maciza, la tendencia al aligeramiento en la tipología de puente que estamos utilizando, se concreta en destacar vigas en las que se concentra la rigidez longitudinal del puente. (Cuadro núm. 4).

## EVOLUCION DE LA SECCION TRANSVERSAL DEL TABLERO DE VIGAS



CUADRO N° 4

La distribución de las vigas en el tablero, depende del tipo de sobrecarga. Si estamos tratando con un puente de ferrocarril la situación es clara. Debe tenderse a colocar las vigas bajo los carriles, de manera que la transmisión de la acción del móvil a las vigas se realice con el menor recorrido horizontal posible a través de losas intermedias. Si se trata de un puente de carretera, donde la sobrecarga puede instalarse en cualquier posición, la distribución de vigas deberá ser lo más uniforme posible en el tablero.

En este último caso las preguntas que exigen contestación son: qué forma deben tomar las vigas, cuál debe ser su separación y qué cuantía de arriostramiento transversal debe conferirse al tablero.

Respecto a la forma de las vigas, las opciones que tenemos son tres: viga rectangular, que con el tablero constituye una simple "T"; viga doble "T", y viga cajón.

Para analizar este problema debemos realizar previamente unas consideraciones sobre tres aspectos importantes del puente: la relación que existe entre carga permanente y sobrecarga; la condición de las vigas de estar pretensadas, y la clase de pretensado que conviene utilizar.

La relación que existe entre la carga permanente y la sobrecarga determina la cuantía de la oscilación de los momentos flectores principales que actúan sobre las vigas. Si se trata de puentes de muy pequeña luz, los momentos debidos a la sobrecarga son muy grandes con respecto a los de carga permanente. Para luces medias, del orden de 30 ó 40 m, en puentes de carreteras, los momentos debidos a la sobrecarga son del mismo orden de magnitud que los de la carga permanente. Si se trata de puentes de ferrocarril, la relación entre momentos se polariza del lado de la sobrecarga, por la cuantía de la sollicitación exterior. No debemos considerar aquí los puentes de luces mayores de 50 m., en los que los esfuerzos de carga permanente son mayores que los de sobrecarga; ya que la tipología del puente de vigas no es la más adecuada para ellos.

Esto viene al caso ya que, para hacer frente a las tracciones debidas a estos esfuerzos variables, contamos con el pretensado, que es una acción constante o casi constante. Si los momentos flectores que actúan sobre la viga son muy variables, deberemos utilizar secciones con gran radio de giro, es decir, con grandes cabezas superior e inferior y almas delgadas, para asegurar que tenemos un estado de compresión compuesta permanente. Por el contrario,

si la oscilación de momentos flectores disminuye, desaparece la exigencia de gran radio de giro para mantener el mismo estado de compresión compuesta.

Sin embargo, mantener la viga en permanente estado de compresiones, es decir en clase I, no se suele exigir más que para puentes de ferrocarril, donde la fisuración del hormigón podría producir unas grandes oscilaciones de tensión en los cables de pretensado, que podrían producir su rotura por fatiga. En puentes de carretera la exigencia de mantener las vigas en clase I no tiene por qué realizarse; lo que establece el criterio de que la tendencia a disponer vigas con mucha forma (de gran radio de giro) no sea tan urgente.

De estas consideraciones podríamos concluir que la forma de las vigas debe tender a tener grandes cabezas si queremos mantener el pretensado en clase I, lo que ocurre en puentes de ferrocarril; y esta exigencia se reduce para puentes de carretera.

Los planteamientos constructivos interfieren con estas conclusiones. Si planteamos una fabricación in situ, la cabeza inferior de las vigas complica mucho la ejecución, con lo que para el caso de puentes de ferrocarril se acude frecuentemente a la sección cajón, con aligeramiento interior. En el caso de una prefabricación intensa, dar forma a las vigas interesa, dado que no solo ahorramos pretensado, por perfilar la viga a sus dimensiones de máxima eficacia resistente, sino que además la viga es más ligera, con lo que facilitamos el transporte y su montaje.

La elección entre vigas doble "T" o vigas cajón depende principalmente de las condiciones de fabricación. En general, la viga cajón es algo más cara y algo más pesada que una viga en doble "T", dado que los espesores mínimos que se pueden establecer para las almas son mayores que las estrictas por resistencia. Con respecto a su respuesta resistente, la viga cajón es más eficaz que la doble "T", dado que por su mucha mayor rigidez a la torsión mejora los mecanismos de reparto transversal en el tablero.

El criterio de separar las vigas más o menos, viene ligado al tamaño de las vigas en sí, al espesor de la losa superior y a la disposición o no de vigas riostras transversales. Es evidente que cuantas menos vigas pongamos mayor deberá ser su tamaño, ya que la cantidad de flexión que cada una debe resistir será mayor. También deberá aumentar el espesor de la losa superior, pues su flexión crecerá por dos conceptos. Por un lado, debido a la actuación de la carga propia y sobrecarga flectando entre las vigas longitudinales; por otro, por el aumento de las flexiones debidas al reparto transversal de carga. Como ocurre que, cuando disponemos vigas riostras, la losa, por su menor rigidez, queda liberada de las flexiones de reparto transversal, la tendencia a disponer dichas vigas crecerá con el aumento de separación entre las vigas longitudinales.

Junto a estos criterios de carácter resistente se presentan los correspondientes a la construcción. La separación entre las vigas longitudinales ha crecido sin parar en los últimos 16 años. Esto es debido a la difusión del sistema, a la posibilidad de manejar pesos mayores y a la eficacia obtenida en la elaboración de menos unidades más potentes. Esta tendencia que se manifiesta con cualquier tipo de vigas, resulta más adecuada cuando se utilizan vigas cajón que cuando se utilizan vigas doble "T", y más también cuando se realiza la construcción in situ que cuando es prefabricada.

En el cuadro núm. 1 adjunto representamos las posibles variantes de tableros de vigas que pueden producirse a partir de la losa maciza. Aunque el ancho real del tablero establece cuál debe ser el número de vigas, y su forma, podemos recoger sus pautas.

Las disposiciones 4, 5, 6, 9, 12 y 13 son más adecuadas para tableros realizados in situ que para los prefabricados, y dentro de éstas, las 5, 6 y 13 son las más usuales. Por el contrario las 7, 8 y 11 son las más frecuentes para puentes de vigas prefabricadas. La 9 resultará adecuada en puentes muy estrechos. Dentro también de las vigas prefabricadas, se ha reali-

zado el tablero 12; aunque su uso es menos frecuente que cuando se utilizan vigas doble "T". Las disposiciones 3 y 4 son muy poco adecuadas, por la mala distribución de luces de la losa transversal; por esto, cuando se trata de realizar puentes in situ, se suele acudir a los dispositivos 5 y 6. La disposición 10 sólo se ha utilizado en alguna pasarela de peatones. Presenta una magnífica resistencia a la flexión y la correspondiente a la torsión se logra con la cabeza superior e inferior.

La cuantificación de las diversas disposiciones reseñadas se establece en el apartado siguiente que trata del dimensionamiento.

### 2.3 Tableros de vigas prefabricadas - dimensionamiento

Los dividimos en tres tipos, según sea la forma de la viga prefabricada y la situación de la losa respecto de ellas. En los tipos I y II la viga prefabricada utilizada es la doble "T", mientras que en el tipo III es la viga en "U" que junto con la losa forma una viga cajón. La situación de la losa respecto a las vigas puede ser adosada, tablero tipo I, ó superpuesta, tableros tipos II y III. (Figura 2.7).

El dimensionamiento es similar en los tres tipos, variando únicamente en problemas de matiz.

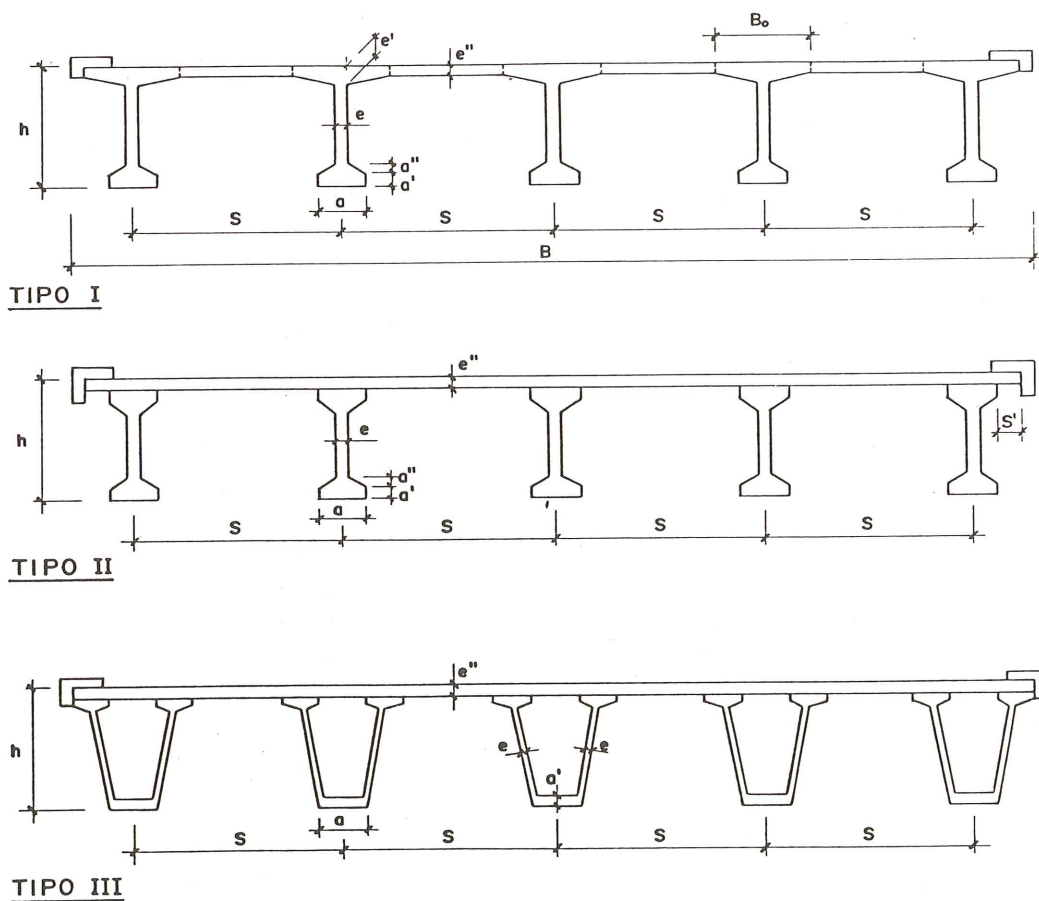


Fig. 2.7.

Es difícil establecer “a priori” una normativa dentro de la cual dimensionar un puente de vigas prefabricadas. Sus variables dependen de condiciones resistentes y constructivas, y por tanto evolucionan en el tiempo con las variaciones de la estructura social y las condiciones que ésta establece para las relaciones socio-económicas.

Las variables significativas en el dimensionamiento son las siguientes:

- 1 – Luz del tablero.
- 2 – Tipo de arriostramiento transversal.
- 3 – Clase de pretensado que se utiliza:
  - Clase I
  - Clase II
  - Clase III
- 4 – Tipo de firme y condiciones funcionales (peralte)
- 5 – Tipo de vinculación entre tramos sucesivos (apoyado, semi-apoyado o continuo).

### 2.3.1 Luz del tablero

Es la magnitud más significativa ya que determina la cuantía de la flexión del tablero. Su relación con la anchura del mismo, determina la relación ancho/luz, cuyo valor es fundamental para establecer la eficacia de un mismo arriostramiento transversal en el reparto transversal de cargas. Para un mismo tipo de arriostramiento transversal, éste será más eficaz cuanto menor sea la relación ancho-luz, y viceversa.

Como ya hemos dicho, las luces máximas que se alcanzan con este tipo de tableros raramente sobrepasan los 45 m.

### 2.3.2 Relación canto/luz

Ya sea debido al peso propio y a la carga muerta o sea debido a la sobrecarga, cada una de las vigas del tablero está solicitada predominantemente a flexión, lo que hace que su canto varíe proporcionalmente a la luz. Su valor oscila entre  $\frac{L}{30} \leq h \leq \frac{L}{10}$

Sin embargo, esto depende de muchas variables que vamos a examinar. En primer lugar tenemos la separación  $S$  de las vigas entre sí. Es claro que cuanto mayor sea el valor de  $S$  menor será el número de vigas en el tablero, y por tanto mayor cantidad de carga muerta y sobrecarga recibirá cada una de ellas. Por este motivo, cuanto mayor sea el valor de  $S$  menos esbeltas serán las vigas.

El área de la cabeza inferior influye también en la esbeltez del tablero. Si manteniendo la misma separación entre vigas deseamos aumentar la esbeltez, deberemos aumentar el área de la cabeza inferior, para que ésta sea capaz de almacenar la gran cantidad de compresiones introducidas por el pretensado para hacer frente a las fuertes tensiones de tracción introducidas por la sobrecarga. Por el contrario, en el caso de esbelteces pequeñas, podremos reducir el área de la cabeza inferior, cuyo valor viene dado por la expresión (Fig. 2.7):

$$\text{Area} = a \cdot a' + \frac{a}{2} + \frac{e}{2} a''$$

La cuantía de pretensado en el tablero influye a su vez en la esbeltez de las vigas, siendo tanto menor esta cuantía cuanto menos esbeltas son las vigas.

La conjunción de estas variables hace que una media estadística de la esbeltez normal en puentes de vigas prefabricadas oscile alrededor de:

$$h \simeq \frac{L \text{ (m)}}{16}$$

Para tableros de vigas muy separadas, como corresponde a los hormigonados in situ, la esbeltez es menor, llegando a  $h \simeq \frac{L}{10}$  cuando se elimina la cabeza inferior de las vigas para facilitar su ejecución. Por el contrario, tableros con vigas muy próximas y con grandes cabezas inferiores pueden alcanzar esbelteces de hasta  $h \simeq \frac{L}{30}$ , aunque estos casos son muy raros y costosos.

Dentro de las esbelteces normales, los puentes con  $h \simeq \frac{L}{20}$  son esbeltos y con  $h \simeq \frac{L}{15}$  son un poco pesados. En la figura 2.8 aparecen marcadas las esbelteces de un conjunto de puentes, en los que hemos destacado dos pautas corrientes.

En la figura 2.9 representamos la relación entre el área de la cabeza inferior (Area), o mejor aún, su producto por el canto dividido por la separación entre vigas, y la luz del puente. Podemos observar dos hechos importantes:

- 1º Para puentes con  $\frac{h}{L} \simeq \frac{1}{18,7}$  el producto de  $\frac{h \cdot \text{Area}}{S}$  es mayor que para puentes con  $\frac{h}{L} \simeq \frac{1}{15,6}$ . Este hecho indica que es más eficaz dar más canto a las vigas que ajustar el área de la cabeza inferior.
- 2º Como es lógico, el producto  $\frac{h \cdot \text{Area}}{S}$  crece linealmente, o casi linealmente, con la luz del puente.

En la figura 2.10 representamos las formas normales de la cabeza inferior de las vigas para puentes poco esbeltos a), y más esbeltos b).

### 2.3.3 Dimensionamiento de Y. Guyón

Guyón establece un dimensionamiento muy académico de los tableros de vigas prefabricadas. Mantiene la losa superior a la altura de la cabeza de compresión de las vigas; lo cual es muy adecuado desde el punto de vista resistente del tablero, pero presenta dificultades en los puentes peraltados.

Establece además, siempre, un arriostramiento transversal por medio de cinco vigas, dispuestas 2 en los apoyos y 3 intermedias situadas a los cuartos y en el centro de la luz.

En la figura 2.11 se representa uno de estos tableros, cuyas características son:

$$L = \text{luz en metros}$$

$$S = \frac{L}{36} + 2 \text{ m.}$$

$$e = \frac{h \text{ (cm)}}{36} + 5 \text{ cm} + \text{diam. de vainas (cm)}$$

$$e' = \frac{S \text{ (cm)}}{9} - 6 \text{ cm}$$

$$e'' = (0,5 \text{ ó } 0,6) e'$$

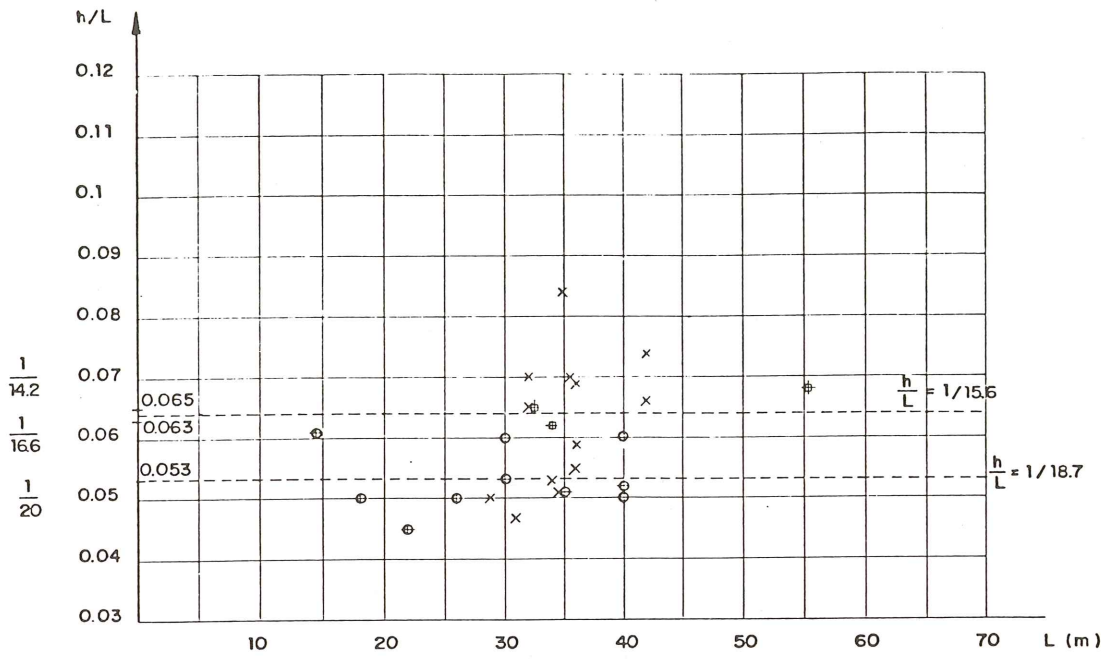


Fig. 2.8.

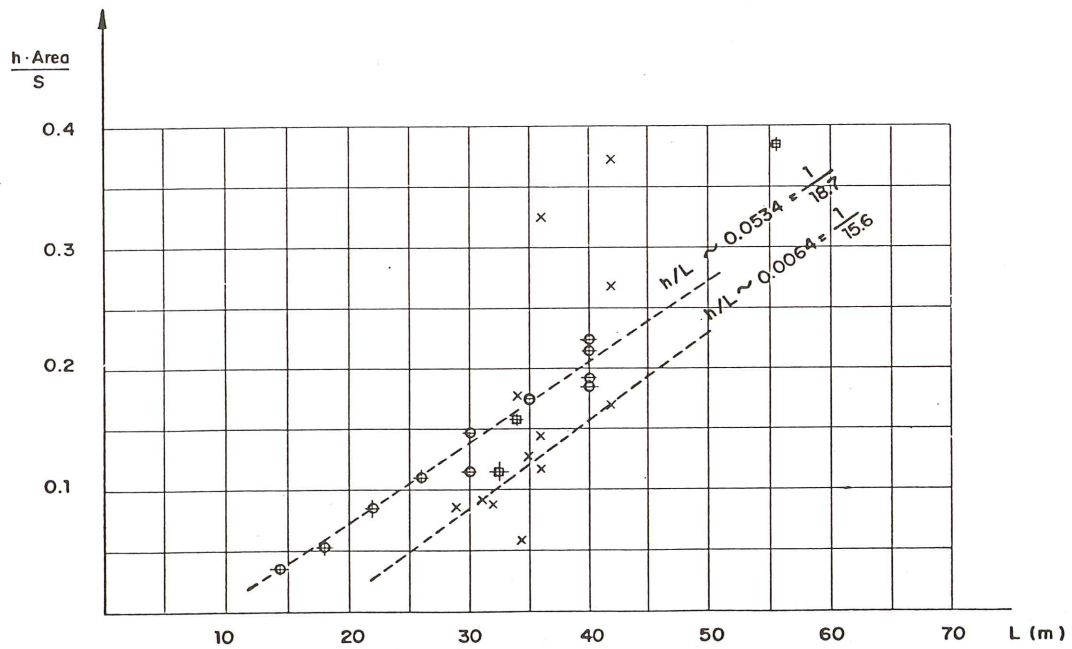


Fig. 2.9.



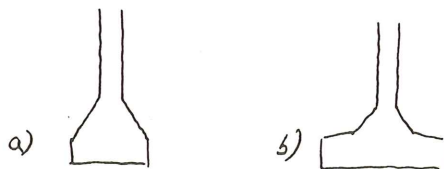


Fig. 2.10.

### 2.3.4 Separación entre vigas $S$ y espesor de losa $e''$

Así como hemos visto la interrelación que existe entre la esbeltez del tablero, el área de la cabeza inferior y la separación entre vigas, vamos a ver ahora la relación entre la separación de vigas,  $S$  y el espesor de la losa  $e''$ .

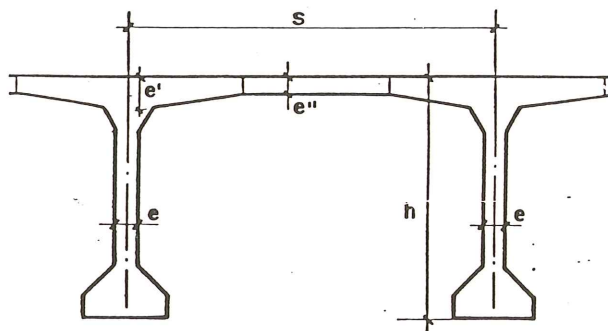


Fig. 2.11.

En primer lugar observamos que existe una tendencia frecuente a separar cada vez más las vigas. La razón que encontramos para ello es la economía que se consigue en la construcción, al realizar pocas unidades, ya que entonces se reduce el número de operaciones de hormigonado, ferrallado, transporte y colocación; lo cual supone, como ya hemos dicho, la existencia de medios de colocación más potentes. Por ello, el orden de magnitud de separación que da Y. Guyon nos parece correcto y aun existe tendencia a separarlas más.

El espesor medio de la losa  $e''$  depende de la separación entre las vigas longitudinales, ya que el trabajo a flexión transversal crece con  $S$ . Su valor quedará influido por la existencia o no de suficientes vigas riostras transversales intermedias, ya que cuando estas existan, la losa superior reduce su papel a puentear la luz entre las vigas longitudinales, mientras que en el otro caso, deben cargar además con el trabajo del reparto.

Por tanto, aunque está casi absolutamente admitido que el costo de las vigas riostras transversales intermedias es superior al beneficio que producen, cuando las separaciones son muy grandes se tiende a disponer dos o tres vigas riostras intermedias, con el fin de reducir el espesor de la losa superior.

En la figura 2.12 representamos un análisis estadístico de los espesores de la losa superior en función de la luz transversal  $S$ , y lo comparamos con el dimensionamiento patrocinado por Y. Guyon. Y observamos un hecho curioso; la aparente contradicción de los espesores reales con los de Y. Guyon. Mientras que la curva estadística  $\frac{e''}{S}$  decrece cuando aumenta  $S$ , la curva de Y. Guyon:

$$\frac{e''}{S} = (0,5 \text{ ó } 0,6) \left( \frac{1}{9} - \frac{0,06}{S} \right) \simeq 0,0666 - \frac{0,06}{S}$$

aumenta con el valor de  $S$ ; es decir,  $e''$  tiene un crecimiento más que lineal con  $S$ , lo que parece lógico. Si los puentes reales presentan sin embargo, una pauta claramente contraria, se debe a que por problemas constructivos se adoptan unos valores mínimos del espesor  $e''$  cualquiera que sea la luz  $S$ ; lo que determina el descenso de  $\frac{e''}{S}$  cuando esta crece.

Existe un punto de corte entre las dos curvas que, curiosamente, corresponde a una separación entre vigas muy normal en puentes prefabricados franceses. No hemos encontrado tableros prefabricados con valores de  $S > 3,6$  m. y por esta razón la curva estadística baja constantemente; pero creemos que a partir de aquí el valor de  $\frac{e''}{S}$  no debe decrecer sino mantenerse aproximadamente constante, variando el espesor proporcionalmente a  $S$ .

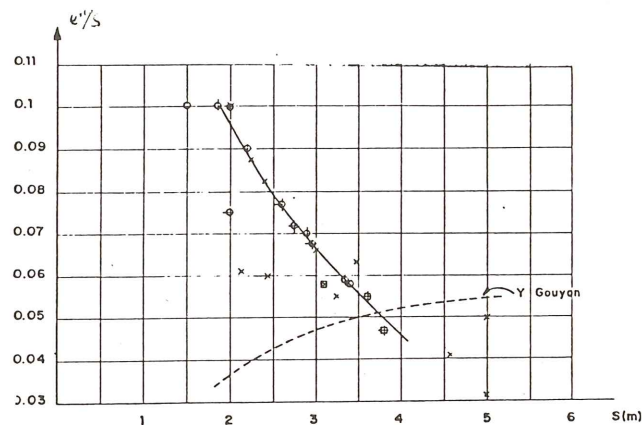


Fig. 2.12.

### 2.3.5 Espesor, $e$ , del alma de las vigas

La acción del pretensado en las zonas de gran esfuerzo cortante de las vigas es muy eficaz, ya que da lugar a un estado tensional de bi-compresión, muy apto para ser resistido por el hormigón. Por ello, el espesor del alma de las vigas prefabricadas no viene casi nunca determinado por condiciones resistentes sino por problemas constructivos.

Así, el mencionado espesor que sería necesario teniendo en cuenta sólo el problema resistente, se ve claramente aumentado por las exigencias del hormigonado, y de colocación de la armadura complementaria y de la de pretensado. Por esta razón, en el dimensionamiento dado por Y. Guyon interviene el diámetro de los cables de pretensado.

Un espesor normal para puentes pequeños, del orden de 15 a 25 m de luz, puede oscilar alrededor de 10 a 14 cm si la viga se pretensa en banco, con cables adherentes que no pasan por el alma; aumentando hasta 14 ó 16 cm si existen cables de pretensado en su interior.

Para vigas del orden de 30 a 45 m, el espesor del alma oscila entre 16 cm y 22 cm.

### 2.36 Anchura $B$ de la cabeza de compresión de la viga

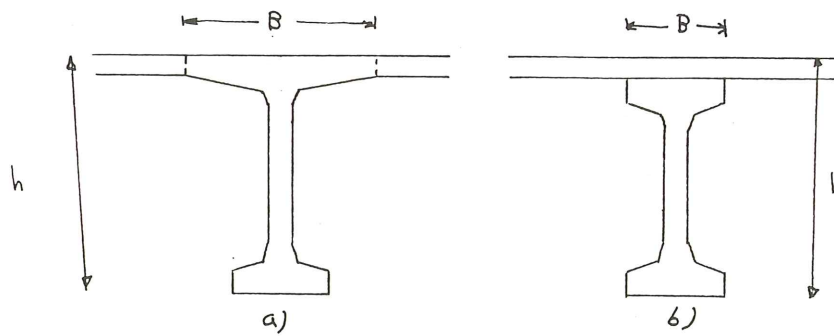


Fig. 2.13.

La anchura  $B$  de la cabeza de compresión de la viga varía según que el tablero se construya en prolongación de las alas (Figura 2.13.a), o que se superponga sobre la viga (Figura 2.13.b).

En el primer caso, suele oscilar alrededor de  $B \simeq 0,9 h$ , mientras que en el segundo su tamaño está próximo al de la cabeza inferior. La razón para ello es clara. Generalmente, la anchura de la cabeza superior del tablero, constituida por toda la losa superior, es superabundante para resistir las compresiones de flexión de las vigas longitudinales, y viene realmente determinada por la materialización del tablero de rodadura. Son, por tanto, las razones constructivas las que la determinan.

En el primer caso, conviene extender lateralmente el ancho  $B$  para reducir el tamaño de la losa in situ que se hormigona entre cabezas. En el segundo, sería superponer demasiado material si llevásemos el mismo criterio, y el dimensionamiento de  $B$  dependerá de las tensiones de compresión que se producen en la viga durante el proceso constructivo. En estas condiciones, el ancho  $B$  no sobrepasa normalmente los valores de  $0,3$  a  $0,4 h$ .

Sin embargo, hay que tener precaución especial en este último caso, comprobando la seguridad al pandeo lateral de la viga durante las operaciones de izado o lanzamiento.

### 2.3.7 Tablero sobrepuesto a la viga o tablero en prolongación de la viga

En general, es mejor utilizar el tablero adosado a la viga (figura 2.7.1) ya que ésta trabaja con todo su canto durante las fases de construcción; mientras que en el caso de tablero sobrepuesto, la viga trabaja con un canto menor durante las mismas.

Esto hace que, normalmente, este último tipo de tablero necesite un canto un poco mayor que el anterior; del orden de un 5 a 10 por 100 mayor.

Sin embargo, el tablero sobrepuesto presenta claras ventajas cuando tiene un gran peralte o cuando se desea dar continuidad longitudinal entre tramos. (Fig. 2.14).

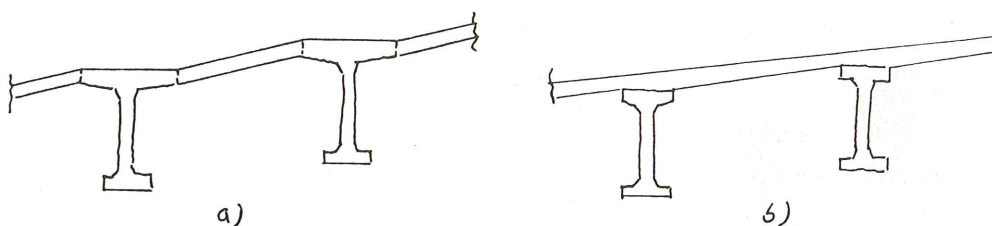


Fig. 2.14

### 2.3.8 Utilización de vigas cajón prefabricadas

La solución de vigas en forma de "U", que con el tablero forman vigas cajón, se ha utilizado frecuentemente. En comparación con los tableros formados por vigas doble "T" tiene sus ventajas y sus inconvenientes (Fig. 2.7.III).

Las ventajas se derivan de su planteamiento resistente. Por su mucha mayor rigidez a torsión longitudinal, este tablero tiene un mejor reparto transversal de cargas que otro formado por vigas doble "T", para el mismo arriostramiento transversal. También queda aliviada la losa superior de las flexiones producidas por la carga directa, debido a la menor luz libre de dicha losa.

Los inconvenientes provienen de la construcción. La fabricación de estas vigas necesita un molde doble: uno exterior y otro interior. El espesor de las almas debe ser mayor que el estricto, dado que su materialización y el paso de los cables por su interior limita los espesores mínimos.

Por lo demás, las reglas para su dimensionamiento siguen los mismos principios que los de las vigas doble "T".

### 2.3.9 Ejemplos de secciones transversales de tableros de vigas prefabricadas

En las figuras 2.15 2.16 y 2.17 representamos una serie de secciones transversales de puentes de vigas prefabricadas. Las dos primeras figuras, 2.15 y 2.16, pertenecen a puentes franceses e italianos de la década 1960-1970 y para luces comprendidas entre 30 y 50 metros.

Todas estas vigas han sido fabricadas en talleres situados en las inmediaciones de la obra. Por consiguiente, la normalización de las vigas se hacía para cada puente. Todos ellos presentan las pautas de la descripción anterior.

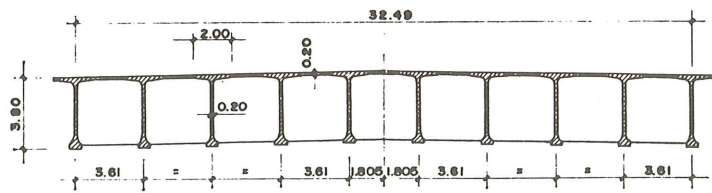
En la fig. 2.17. representamos, por el contrario, una serie de tableros cuyas vigas han sido prefabricadas en talleres permanentes. Esta última pauta se ha impuesto en España a la vista de que el número de talleres de prefabricación de vigas está suficientemente extendido por el país y el peso y tamaño de las vigas que se pueden transportar a grandes distancias es cada vez mayor. Este hecho va haciendo que el diseño específico de puentes de vigas, para un caso concreto, haya desaparecido o esté a punto de desaparecer. Ya no resulta competitivo, si en el mercado existen fábricas que pueden suministrar vigas muy similares.

En la fig. 2.17.a, representamos un tablero de este tipo que utiliza vigas prefabricadas de una determinada casa comercial española. En la fig. 2.17.b y 2.17.c representamos dos tipos de tableros de vigas prefabricadas, inglesas, para luces pequeñas. En ambos existe la pretensión de dejar la parte inferior del tablero continuo.

En la fig. 2.17.d, se utilizan vigas en "T T". Este tipo de tableros, utilizados para luces pequeñas, presenta el inconveniente de que es muy difícil que los cuatro vértices de la viga en "T T" se apoyen en las pilas simultáneamente, por lo que tendrá que aparecer una torsión longitudinal en la viga para que apoye en los cuatro puntos.

En la fig. 2.17.e, se presenta una viga prefabricada española, con la misma pretensión que las inglesas de las figuras 2.17.b y 2.17.c, de dejar la parte inferior del tablero continuo.

Por último, en las fig. 2.17.f y 2.17.g se representa un auténtico puente losa formado con vigas prefabricadas, ya que la rigidez transversal se realiza por hormigonado de todo el espacio entre las vigas y la colocación de una armadura transversal inferior. Este mismo planteamiento se ha aplicado por los ingleses en los tableros de las fig. 2.17.b y 2.17.c, sin más que dejar orificios inferiores en las vigas por los que ensartar armaduras, y rellenar el espacio interior.

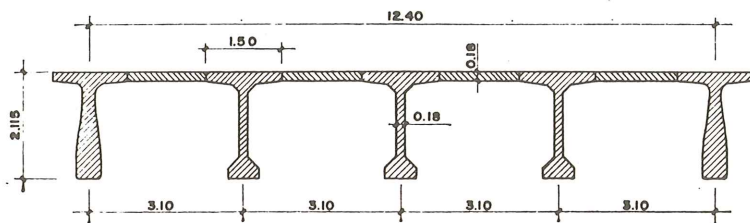


— Segundo puente de Abidjan (1964).

Tramos apoyados: luz, 55,30 m.

$$\frac{h}{L} = \frac{1}{14,5}$$

Dos vigas riostras extremas y tres intermedias.

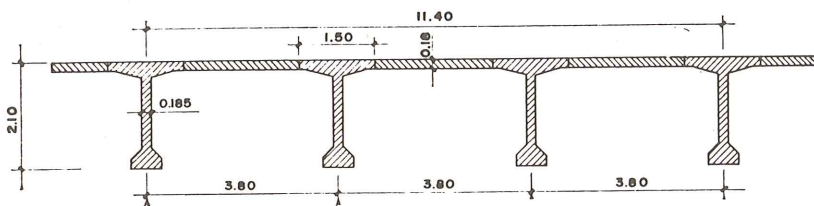


— Viaducto de Roberval.

Tramos apoyados: luz, 33,97 m.

$$\frac{h}{L} = \frac{1}{16,1}$$

Dos vigas riostras extremas y tres intermedias.

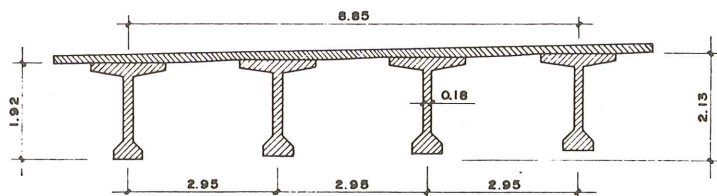


— Viaducto sobre El Avre y La Somme.

Tramos apoyados: luz, 33,00 m.

$$\frac{h}{L} = \frac{1}{15,7}$$

Dos vigas riostras extremas.

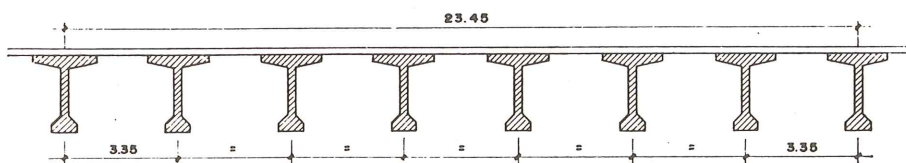


— Viaducto de Nemours.

Tramos apoyados: luz, 32,50 m.

$$\frac{h}{L} = \frac{1}{15,3}$$

Dos vigas riostras extremas y tres intermedias.

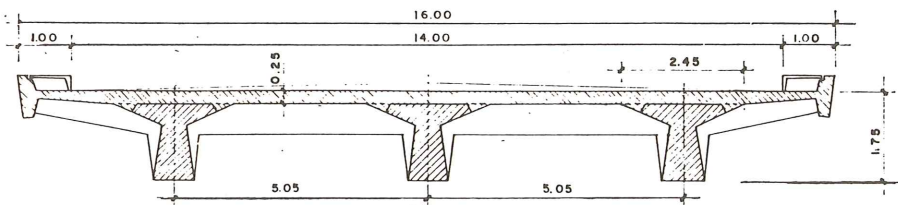


— Viaducto de la puerta de Versailles.

Tramos apoyados: luz, 32,50 m.

$$\frac{h}{L} = \frac{1}{18}$$

Dos vigas riostras extremas y tres intermedias.



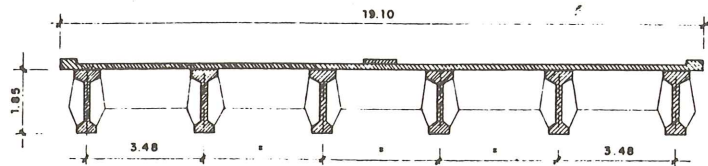
— Viaducto Docciola (1965).

Tramos apoyados: luz, 32,00 m.

$$\frac{h}{L} = \frac{1}{18,2}$$

Dos vigas riostras extremas.

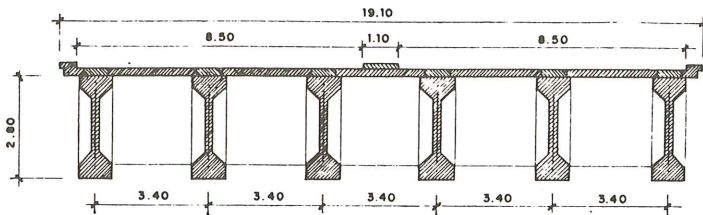
Fig. 2.15.



— Viaducto sobre el río Bosco Grande (1968).  
Tramos apoyados: luz, 34,6 m.

$$\frac{h}{L} = \frac{1}{16,7}$$

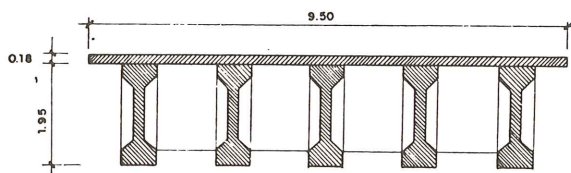
Dos vigas riostras extremas y dos intermedias.



— Viaducto Moro (1968).  
Tramo apoyado: luz, 45,00 m.

$$\frac{h}{L} = \frac{1}{15}$$

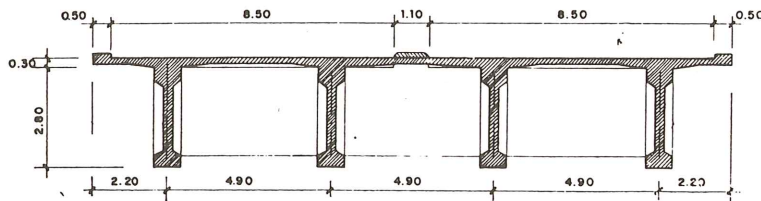
Dos vigas riostras extremas y dos intermedias.



— Viaducto sobre Fiumara di Modica (1967).  
Tramos apoyados: luz, 36,00 m.

$$\frac{h}{L} = \frac{1}{16,9}$$

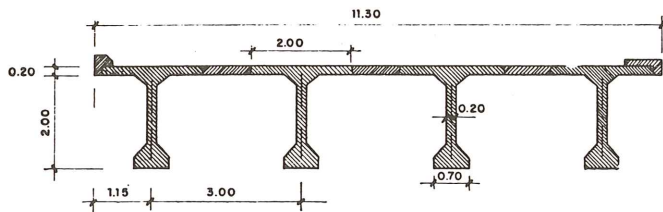
Dos vigas riostras extremas y dos intermedias.



— Viaducto Coscile (1969).  
Tramos apoyados: luz, 42,00 m.

$$\frac{h}{L} = \frac{1}{13,5}$$

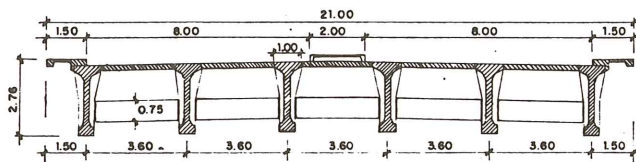
Dos vigas riostras extremas y dos intermedias.



— Puente sobre el Po, en S. Niccolò (1970).  
Tramos apoyados: luz, 36,00 m.

$$\frac{h}{L} = \frac{1}{18}$$

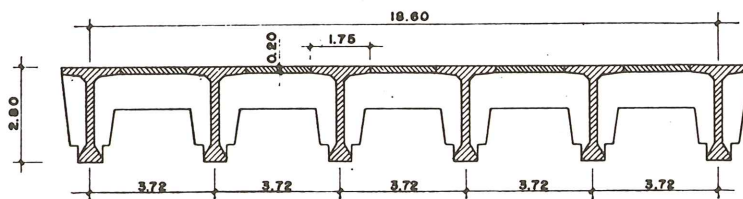
Dos vigas riostras extremas y dos intermedias.



— Puente de Amposta.  
Tramos apoyados: luz, 48,50 m.

$$\frac{h}{L} = \frac{1}{17,8}$$

Dos vigas riostras extremas y cinco intermedias.



— Viaducto de acceso al puente de Burdeos.  
Tramos apoyados: luz, 47,70 m.

$$\frac{h}{L} = \frac{1}{17}$$

Dos vigas riostras extremas y tres intermedias.

Fig. 2.16.

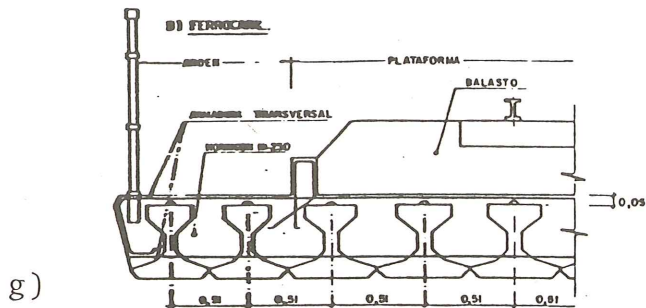
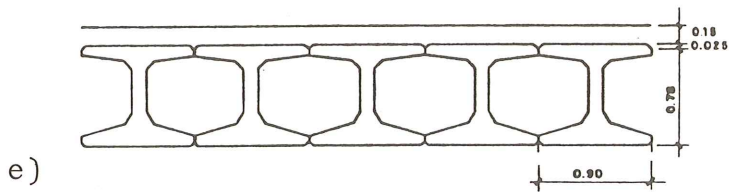
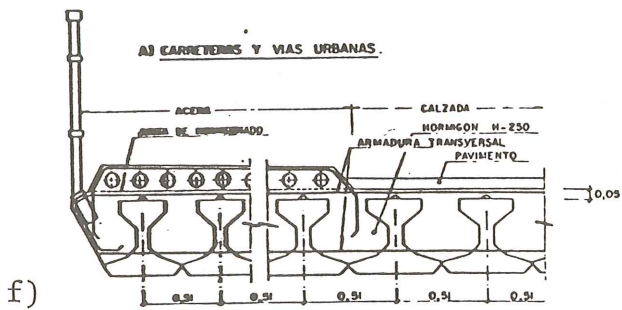
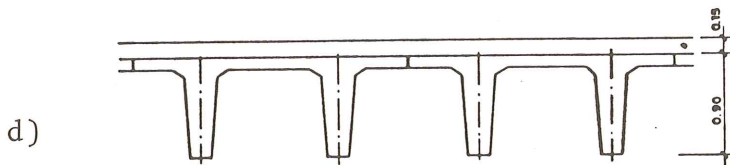
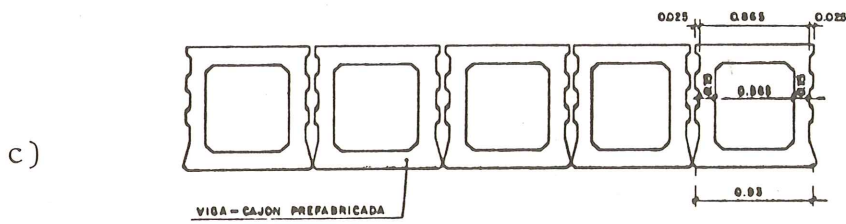
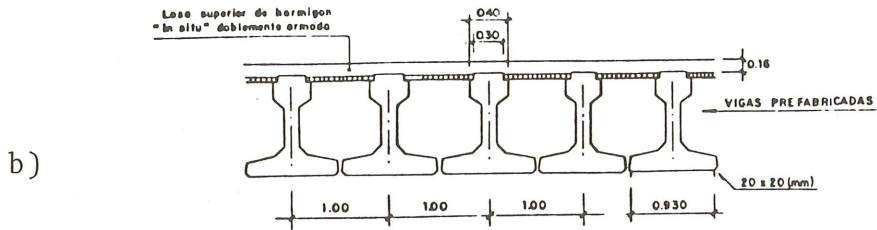
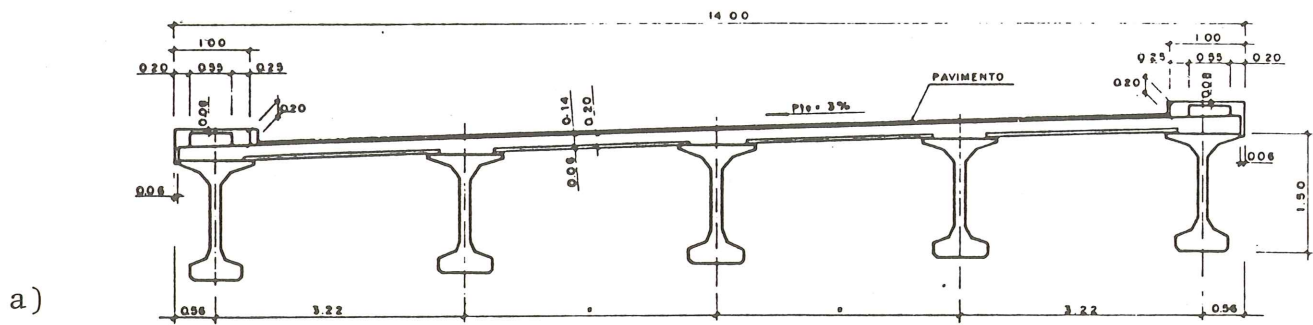


Fig. 2.17.

### 2.3.10 Tableros de vigas, hormigonados in situ

La forma estricta de las vigas de los tableros prefabricados, desaparece casi completamente en los puentes de vigas hormigonados in situ. La complicación en el encofrado que representa una distribución de masas tan estrictas como las correspondientes a las vigas prefabricadas, encarece considerablemente unos moldes con muy pocas utilidades.

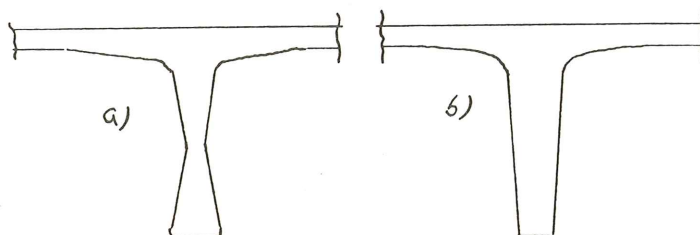


Fig. 2.18.

La forma idónea apenas se insinúa, como en la representada en la figura 2.18.a, o toma una disposición clara para facilitar el desencofrado, como la representada en la figura 2.18.b.

Consecuencia de la misma tendencia a simplificar el encofrado, es la concentración máxima de la rigidez a flexión longitudinal, en pocas vigas, bastante separadas entre sí. Si las separaciones no pasan de 3,5 m, en el caso de puentes hormigonados in situ pasan todas de 5 m, alcanzando los 16,25 en el caso del puente Obereisesheim. (Figura 2.19).

Como consecuencia de este hecho, la esbeltez de este tipo de puentes es pequeña, ya que oscila entre  $\frac{L}{18} \leq h \leq \frac{L}{10}$

De la misma manera, el dimensionamiento de las almas no viene determinado por ninguna razón resistente sino por la necesidad de simplificar el encofrado y el desencofrado.

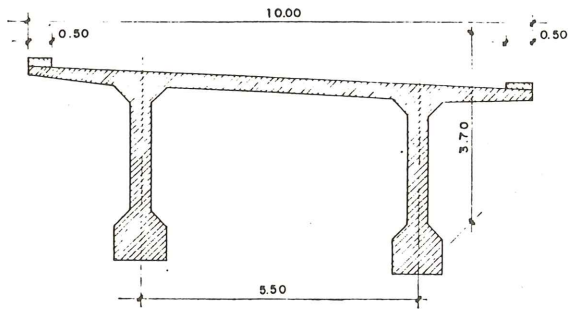
Este tipo de tableros tiene una ventaja clara respecto a los prefabricados. Así como en éstos la continuidad estructural entre tramos es poco frecuente y la mayoría de las veces incompleta, en los hormigonados in situ y debido al procedimiento constructivo utilizado, el tablero casi siempre es continuo, incluso para el peso propio; lo que establece una mucho más equilibrada distribución de los momentos flectores longitudinales, que aumenta la posibilidad de alcanzar una esbeltez mayor de la que tendría si fuese un tablero apoyado.

A este tipo de estructuras le hacen la competencia los tableros losa con aligeramientos interiores circulares o cuadrados, los cuales tienen: una mucha mejor distribución del material para resistir momentos flectores positivos en el centro del vano y momentos flectores negativos en apoyos; mayor radio de giro, y menor peso.

Su utilización preferente se ha realizado en Alemania, donde se han desarrollado extraordinariamente las cimbras móviles o fijas, apoyadas en el suelo o autoportantes, las cuales facilitan su ejecución.

Por tanto, los problemas relacionados con la longitud del tramo a encofrar, la situación de los encofrados en el puente, y los problemas que se derivan del desencofrado, los estudiaremos cuando examinemos los tableros losa hormigonados in situ, que participan del mismo problema general.

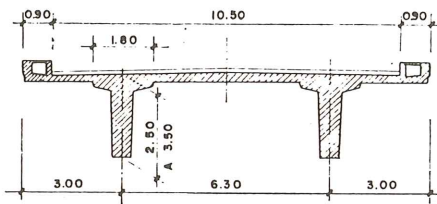




— Viaducto sobre el Po (1970).  
 Tramos apoyados: luz, 70,00 m.  

$$\frac{h}{L} = \frac{1}{18,9}$$

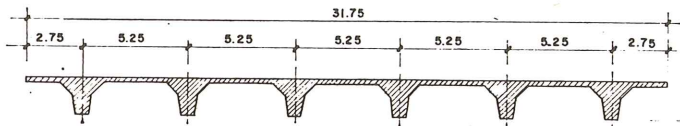
Dos vigas riostras extremas y cinco intermedias.



— Viaducto sobre el río Stura (1970).  
 Pórticos longitudinales: luz, 45 m.

$$\frac{h}{L} \text{ entre } \frac{1}{12,8} \text{ y } \frac{1}{18}$$

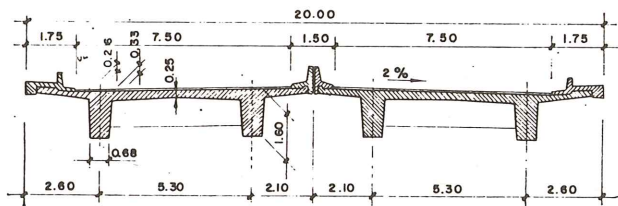
No hay vigas riostras.



— Puente sobre el valle del Lenne (1967).  
 Pórticos longitudinales continuos: luz, 45,00 m.

$$\frac{h}{L} = \frac{1}{24}$$

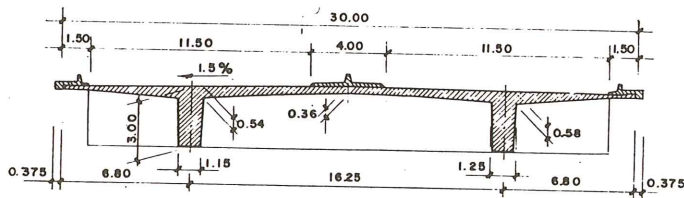
Una viga riostra sobre pilas y una a 1/5 de la luz.



— Carretera de circunvalación de Sinzig (1967).  
 Vigas continuas: luz, 27,00 m.

$$\frac{h}{L} = \frac{1}{16,8}$$

Una viga riostra sobre pilas y otra intermedia.



— Puente en los alrededores de Obereisesheim (1967).  
 Vigas continuas: luz, 39,00 m.

$$\frac{h}{L} = \frac{1}{13}$$

No hay vigas riostras.

Fig. 2.19.

### 3. CALCULO DE TABLERO - PROCESO

Los pasos a seguir en la cuantificación de esfuerzos y en la comprobación de la seguridad de un tablero de vigas, dependen del diseño realizado, el cual establece, no sólo la tipología estructural y su dimensionamiento, sino también el proceso constructivo, que determina la guía que tiene que seguirse en la cuantificación de los esfuerzos de peso propio.

De esta manera quedan determinados dos itinerarios en el cálculo. El primero corresponde a la determinación de los esfuerzos de peso propio y el segundo a los debidos a la carga muerta y sobrecarga. Como se trata, en la mayoría de los casos, de estructuras pretensadas, y el pretensado es una acción cuyo valor va a depender de los esfuerzos totales, el cálculo del tablero será obligatoriamente reiterativo, estableciéndose una relación de dependencia entre los esfuerzos de peso propio y los de carga total.

#### 3.1 Esfuerzos de peso propio - 1ª Fase

Su obtención depende del proceso constructivo elegido, el cual determinará qué parte del tablero está trabajando en cada fase y cuál es la acción que la solicita.

Si, por ejemplo, suponemos que estamos proyectando un tablero de vigas prefabricadas, los pasos a seguir en esta 1ª fase son los siguientes:

- a) Se determinan los esfuerzos de peso propio de las vigas solas.
- b) Se determinan los esfuerzos que sobre las vigas produce el hormigonado del tablero y de las vigas riostras.

La estructura portante, en esta fase, son vigas independientes simplemente apoyadas.

Si tratamos con un tablero de vigas hormigonado in situ, se examinará cuál es el proceso de cimbrado, hormigonado y descimbrado que va poniendo en juego las acciones actuantes en las distintas fases de ejecución.

#### 3.2 Esfuerzos de carga muerta y sobrecarga

Las acciones de carga muerta y sobrecarga, actúan sobre la estructura completa. El modelo de cálculo a elegir depende de la tipología estructural. Si se trata de un tablero de vigas, con éstas muy repartidas a lo ancho del tablero, podrá utilizarse el método de la losa ortótropa, recurriendo a las tabulaciones realizadas al efecto por Cusens y Pama, o por Rowe, o las de Massonnet y Bares. Cualquiera de ellas es aplicable a tableros rectos y simplemente apoyados. Si se trata de tableros continuos será necesario obtener la respuesta como apoyado (sobre la estructura sin apoyos intermedios), y obtener las reacciones en las pilas intermedias y los esfuerzos que ellas producen en el tablero por medio de acciones puntuales unitarias. Se deberán seguir las reglas ya estudiadas de transformación de tablero de vigas a losa ortótropa.

El método del emparrillado es más expeditivo que el de la losa ortótropa por su mucha mayor generalidad. Es aplicable a tableros con pocas o muchas vigas y con cualquier configuración en planta. Se deberán utilizar las reglas de transformación ya estudiadas.

Si se desea obtener una respuesta más correcta que la proporcionada por los métodos anteriores, en la cual se tenga en cuenta el efecto membrana de la losa superior, es más recomendable utilizar el método de las láminas plegadas, o añadir al emparrillado plano la dimensión espacial que cuantifica dicho efecto.

Las acciones correspondientes al frenado, fuerza centrífuga, viento y sismo tienen, en general, poca influencia sobre el dimensionamiento del tablero, y éste actuará como transmisor de ese efecto a las pilas, las cuales sí quedarán afectadas fuertemente por ellas. Sin embargo, es necesario tener en cuenta los efectos de la temperatura, de su gradiente a lo largo del canto, en puentes continuos hiperestáticos.

### 3.3 Pretensado

Una vez obtenidos los esfuerzos de peso propio, carga muerta y sobrecarga, estamos en condiciones de predimensionar la armadura de pretensado y de fijar su proceso de puesta en carga.

En un puente de vigas prefabricadas es normal introducir toda la fuerza de pretensado en las vigas elementales mientras éstas están en el parque de prefabricación. Por tanto, el pretensado actuará sobre la estructura elemental de las vigas apoyadas, que deberán quedar sometidas a un estado tensional tal que sean capaces de resistir los esfuerzos que van a recibir del resto de las acciones que actúan sobre ella, tanto trabajando como estructura elemental (caso del hormigonado de la losa) como trabajando en combinación con ésta para resistir los esfuerzos de carga muerta y sobrecarga.

A veces, cuando las vigas son muy esbeltas y están dotadas de una pequeña cabeza inferior, no son capaces de aguantar, sin romperse, toda la carga de pretensado que necesitan para resistir los esfuerzos totales. En estos casos es necesario establecer un pretensado en segunda fase, que actuando sobre la estructura completa pueda introducirse sobre unas vigas descargadas de tensiones por el peso propio de la losa del tablero.

### 3.4 Interacción entre esfuerzos

Una vez predimensionado el pretensado, conocemos ya todas las acciones de la estructura y es necesario volver atrás, determinando los esfuerzos de peso propio más pretensado, así como la resultante de añadir a éstos la carga muerta y la sobrecarga.

Los esfuerzos y tensiones obtenidos de esta manera corresponden al tiempo  $t = 0$ . Sin embargo, debido a las deformaciones por fluencia y retracción del hormigón y a la relajación del acero, se produce una redistribución de esfuerzos y tensiones que debe considerarse.

### 3.5 La fluencia y la retracción

La fluencia y la retracción producen deformaciones temporales en el hormigón del tablero. A estas deformaciones se le oponen dos tipos de coacciones, unas internas y otras de contorno, que determinan una redistribución del estado tensional en el tiempo.

Las coacciones internas están constituidas por:

- La presencia de la armadura activa y pasiva dentro del hormigón.
- La posibilidad de que todo el hormigón que constituye el tablero no tenga las mismas características ni la misma edad de puesta en carga. Tal es el caso de los tableros de vigas prefabricadas, en las que el hormigón de las vigas se realiza en un determinado momento y el de la losa superior en otro. En este caso, las deformaciones por fluencia y retracción de cada uno de los hormigones se interferirán entre sí produciéndose un intercambio tensional entre ellos.

Las coacciones externas son la consecuencia del hiperestatismo general del tablero. Ya se trate de un tablero oblicuo, o continuo, etc., las vinculaciones entre las distintas vigas ó las de éstas con su contorno, no son isostáticas. Las deformaciones que en cada una de las vigas produce la fluencia y la retracción estarán coaccionadas y se producirá una redistribución de esfuerzos.

El planteamiento general del cálculo de los esfuerzos se realiza normalmente por el procedimiento "paso a paso", actuando sobre un modelo de cálculo que discretice el tablero (elementos finitos, emparrillado, etc.). El proceso es el siguiente:

- a) Se discretiza el tiempo en un conjunto de intervalos.
- b) En cada intervalo y en cada elemento discreto del tablero, se establece la compatibilidad de deformaciones entre los distintos hormigones y entre éstos y sus armaduras, obteniéndose los esfuerzos de intercambio y los giros y corrimientos de cada elemento discreto. (Compatibilización interna).
- c) Se anulan estos corrimientos de contorno de cada elemento, mediante la aplicación del vector de esfuerzos asociado a los grados de libertad del elemento, y se calcula el modelo completo del tablero con unas sollicitaciones iguales y contrarias a este vector de esfuerzos. La suma de los dos estados de esfuerzos nos determina el estado general de esfuerzos en la estructura al final de cada paso. (Compatibilidad externa).
- d) Se pasa a otro intervalo de tiempo, partiendo de los esfuerzos obtenidos, en cada zona en el intervalo anterior.

En el caso de tableros de vigas, rectos y bi-apoyados, con todas las vigas iguales y con la misma cantidad de losa asociada a cada una, el problema de las coacciones externas desaparece, ya que cada viga tenderá a tener la misma deformación y por tanto no se producirán intercambios de esfuerzos entre ellas.

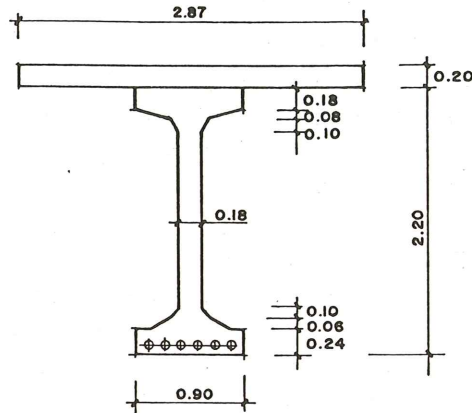
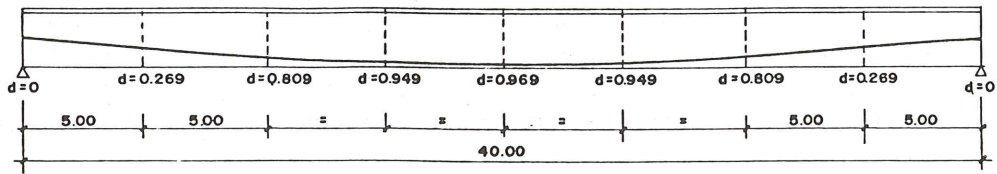
En este caso, el análisis de la respuesta producida por las deformaciones por fluencia y retracción del hormigón, puede reducirse al estudio de una viga, como la representada en la figura 3.1.

### 3.5.1 Efecto producido por la retracción en un tablero de vigas

Antes de proceder al estudio general, vamos a estudiar el efecto producido por la retracción diferencial de viga y losa. Para ello suponemos que la viga no está pretensada, aunque sí contiene la armadura correspondiente pero actuando como pasiva. Suponemos, además, que las diferencias de edades entre la viga y la losa son enormes, (por ejemplo, que la viga lleva 500 días hormigonada cuando se vierte la losa) y que ni la viga ni la losa pesan.

Con estas edades, las constantes de fluencia y retracción en la viga y la losa, para tiempo infinito, son las siguientes:

viga	(retracción (fluencia)	$\epsilon_r = -0,0000299$ $\varphi_\infty = 0,641$
losa	(retracción (fluencia)	$\epsilon_r = 0,000211$ $\varphi_\infty = 2,962$



$$\text{viga} \begin{cases} A = 0,77 \\ I = 0,5103 \\ V = 1,131 \\ V' = 1,069 \end{cases}$$

$$\text{Losa} \begin{cases} A = 0,574 \\ I = 0,0019 \\ V = V' = 0,1 \end{cases}$$

$$\text{Viga + Losa} \begin{cases} A = 1,344 \\ I = 1,0105 \\ V = 0,8052 \\ V' = 1,5948 \end{cases}$$

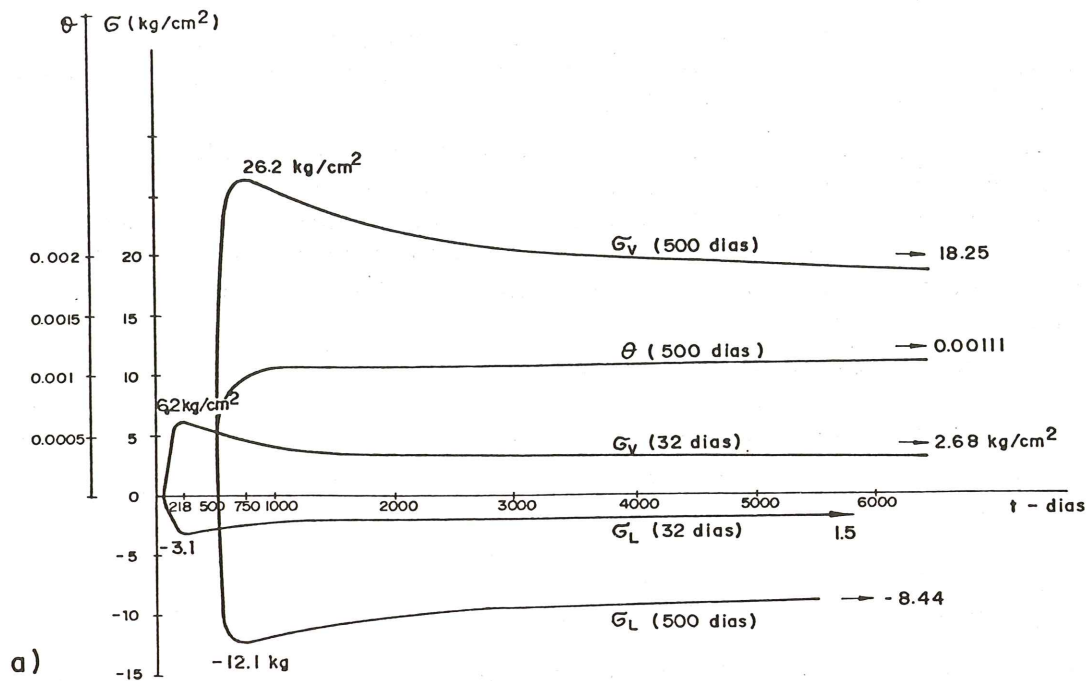
Fig. 3.1.

En el caso de que la viga y la losa estuviesen separadas, las deformaciones de la sección central serían las representadas, con línea de trazos, en la figura 3.2.c. La losa se acortaría, para tiempo infinito, una magnitud  $\epsilon = 0,000211$ ; y la viga  $\epsilon = 0,0000299$ . La presencia de la armadura ocasionaría un pequeño giro de la sección de la viga, que aquí despreciamos.

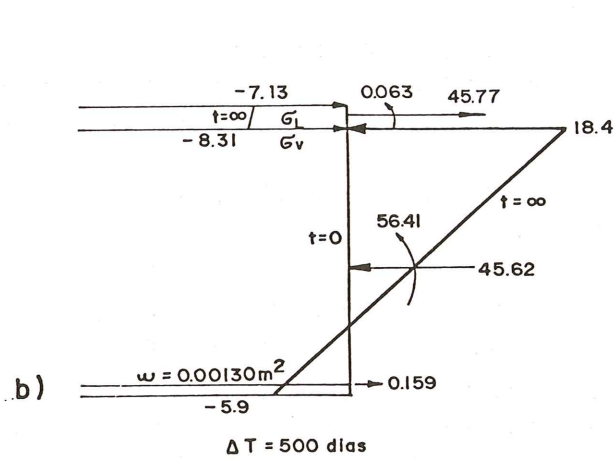
En el caso de estar unidas, con solidaridad total, la deformada real de la sección, teniendo en cuenta la presencia de la armadura, sería la representada en la misma figura 3.2.c, pero con trazo lleno.

El estado tensional de la viga y de la losa evoluciona con el tiempo. Su ley de variación se observa en la figura 3.2.a, donde se representa el estado tensional longitudinal en la viga y en la losa, en la fibra de contacto entre ellas.

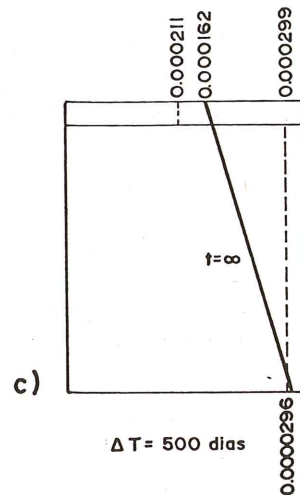
En los 250 primeros días a partir de la conexión, las tensiones de compresión en la cabeza superior de la viga crecen, al mismo tiempo que la losa va traccionándose. Durante esta fase, el acortamiento por retracción de la losa supera a la suma de los acortamientos que experimenta la viga por retracción y a consecuencia de las deformaciones elásticas y de fluencia a que dá lugar la compresión que va recibiendo. A partir de esta fecha el proceso se invierte, y el acortamiento de la losa por retracción, reducido en el alargamiento originado por las tensiones de tracción que recibe, es menor que el acortamiento de la cabeza superior de la viga.



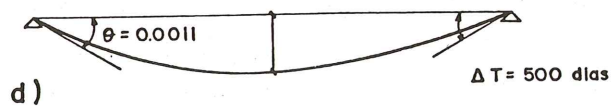
a)



b)



c)



d)

Fig. 3.2. *Retracción de la losa*. Evolución en el tiempo de  $\sigma_v$ ,  $\sigma_1$  (tensiones en la fibra de contacto entre la viga y la losa), y  $\theta$ , (giro de la viga en el apoyo); b) tensiones, para  $t = \infty$ , en el centro de la luz; c) Deformaciones en la sección central de la luz; d) Giros y corrimientos de la viga, para  $t = \infty$ .

El proceso se estabiliza hasta alcanzar la sección central el estado tensional de la figura 3.2.b.

Cada sección de la viga habrá experimentado sus correspondientes giros, que integrados a lo largo de la misma produce unos giros en sus apoyos (Fig. 3.2.d), cuya evolución en el tiempo se ve en la figura 3.2.a., antes citada.

Este proceso está muy exagerado, dado que hemos supuesto unas fechas muy diferentes para el hormigón de la viga y el de la losa. En el caso de condiciones más normales, (un desfase de 32 días), el estado tensional de intercambio de tensiones es menos importante. En la figura 3.2.a, se representa, para este caso, la evolución en el tiempo de las tensiones longitudinales que se producen en la viga y en la losa, en la fibra de contacto entre ambos elementos.

Las constantes elegidas en este caso son:

Las constantes elegidas en este caso son:

viga	(retracción	$\epsilon_r = 0,0001427$
	(fluencia	$\varphi_\infty = 2,374$
losa	(retracción	$\epsilon_r = 0,0002112$
	(fluencia	$\varphi_\infty = 2,965$

### Fluencia y retracción en un tablero de vigas, bi-apoyado

Examinemos ahora el mismo tablero de vigas, pero refiriéndonos al comportamiento completo. Se supone que la viga se hormigona y pretensa el día 28, que seguidamente se hormigona la losa y que el día 60 se introduce la carga muerta. La historia tensional de la viga es la siguiente.

1. Desde el día 28 hasta el 60, la viga está solicitada por el propio peso y el pretensado. En tan corto espacio de tiempo, el intercambio de tensiones entre los cables de pretensado y el hormigón de la viga es casi nulo.

2. En el día 60, la viga queda solicitada por la carga muerta actuando sobre la estructura completa, (viga más losa); con lo que el estado tensional cambia bruscamente.

3. A partir de este instante se pone en juego la redistribución de tensiones entre losa y viga, así como entre armadura y viga. El resultado de este intercambio en el tiempo, lo representamos en la figura 3.3.a, refiriéndolo al estado tensional en la fibra de contacto entre viga y losa.

En la figura 3.3.b, se representa la evolución en el tiempo de la carga de pretensado. En su situación final, el estado tensional entre ambos hormigones se ha igualado bastante.

4. De la misma manera, durante el proceso de intercambio tensional, cada sección de la viga experimentará un determinado giro. La integración a lo largo de la luz de estos giros producirá un giro en el apoyo cuyo valor, a lo largo del tiempo, se representa en la figura 3.3.b.

### Fluencia y retracción en tableros continuos de vigas

Conviene distinguir dos casos:

El primero corresponde a aquellos tableros de vigas en los que la continuidad está presente desde el principio, desde antes que se introduzcan las acciones de peso propio de la estructura. Es el caso de puentes de vigas realizadas in situ sobre cimbra.

En este caso, las deformaciones por fluencia y retracción no producen esfuerzos complementarios. Cada sección se relaja proporcionalmente a la actuación de los momentos que la solicitan, y la deformación crece.

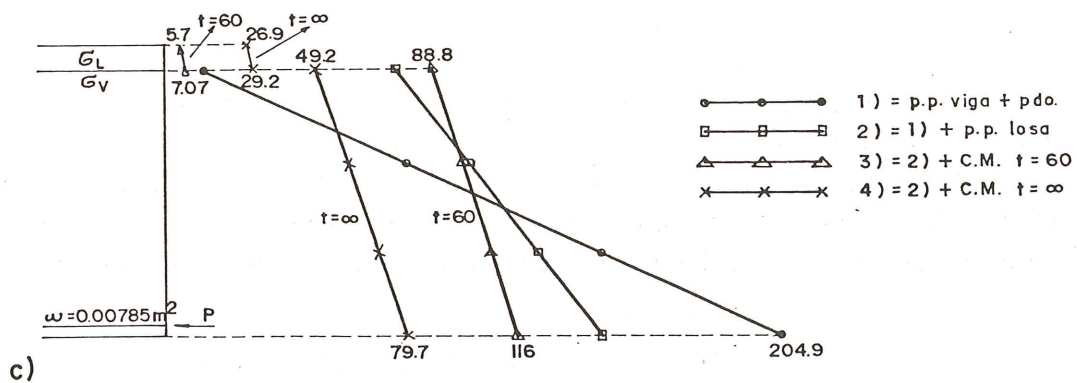
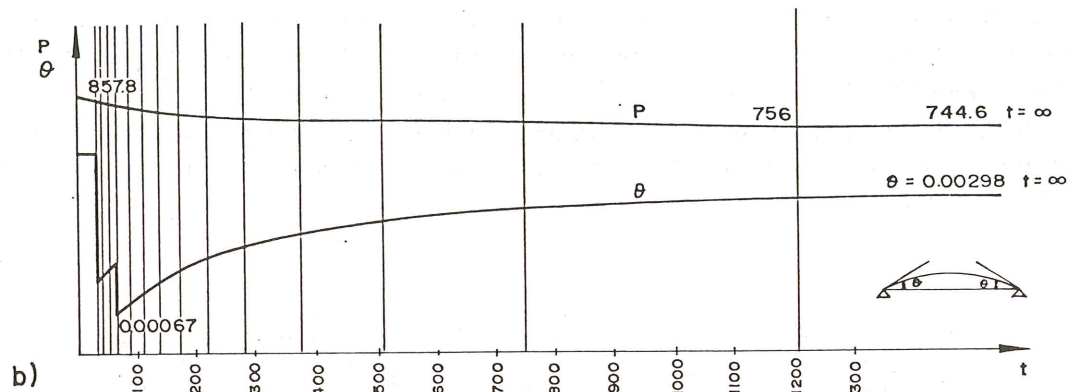
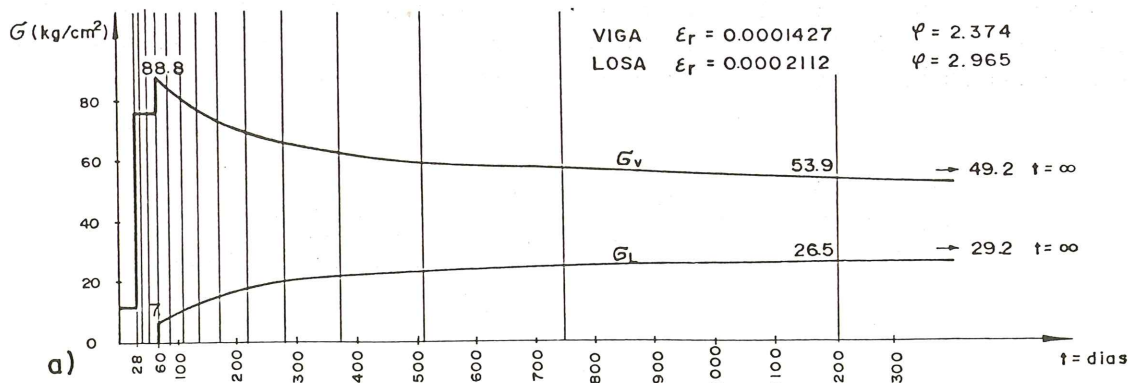


Fig. 3.3. Fluencia y retracción total. a) Variación en el tiempo de las tensiones de la viga y de la losa en la fibra de contacto; b) Variación en el tiempo de la carga de pretensado, P, y del giro de la viga en los apoyos,  $\theta$ . c) Distribución de tensiones en la sección central de la viga.

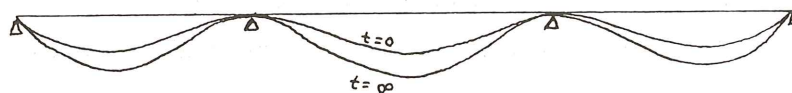


Fig. 3.4.



No existe, por tanto ninguna redistribución de esfuerzos por este hecho. (Fig. 3.4).

El segundo caso, que es el más frecuente, corresponde a aquellos tableros de vigas en los que la continuidad se les proporciona después de que el peso propio ha actuado y deformado la estructura. Es el caso que se presenta en los tableros de vigas prefabricadas, a las cuales se les dá la continuidad una vez que se han montado en su sitio.

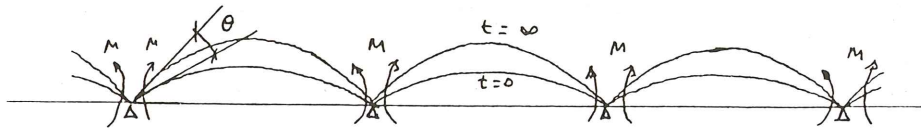


Fig. 3.5

Como sabemos por el apartado anterior, las deformaciones por fluencia y retracción determinan la progresión del ángulo  $\theta$  de giro de las vigas en su apoyo. Las deformadas de los tramos, supuestos separados, para  $t = 0$  y  $t = \infty$ , aparecen en la figura 3.5.

Sin embargo, la continuidad longitudinal impide que se produzca el ángulo  $\theta$ , lo que determina la aparición de un momento flector,  $M$ , que cambiará la distribución de los momentos flectores en la viga.

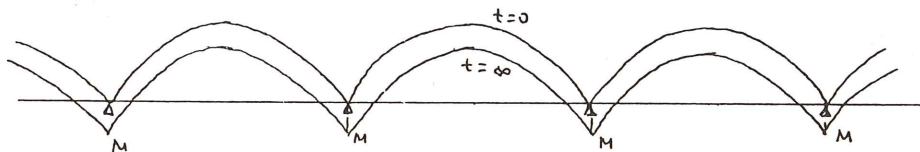


Fig. 3.6

Las leyes de momentos flectores de peso propio más pretensado, para  $t = 0$  y  $t = \infty$ , se representan en la figura 3.6.

La determinación del valor de  $M$  se realiza aplicando el método general que hemos enunciado en 3.5. para el caso de hiperestatismo interno y externo.

Sin embargo, se puede aproximar con bastante precisión este valor, por medio de la fórmula:

$$M = M_0 \left( 1 - \frac{1}{1.4} e^{-\frac{\varphi - 0,4}{1.4}} \right)$$

Donde  $M$  es el momento flector de empotramiento buscado.

$M_0$  es el momento flector de empotramiento que se obtendría elásticamente si a la estructura se le introdujese un giro  $\theta$ , en apoyo, igual al que se produce por fluencia y retracción en la estructura isostática.

$\varphi$  Es el coeficiente de fluencia del hormigón para  $t = \infty$ .

La aplicación de esta fórmula al caso que hemos considerado anteriormente es:

$$\theta = 0,00298$$

y en un vano cualquiera de la estructura continua:

$$\theta = \frac{M_0 L}{2 EI} \rightarrow M_0 = \frac{2 EI}{L}$$

$$M_0 = \frac{2 \cdot 3,5 \cdot 10^6 \cdot 1,0105}{40} \cdot 0,00298 = 526,97 \text{ m Tn.}$$

$$M = 526,97 \left( 1 - \frac{1}{1.4} e^{-\frac{2,965-0,4}{1.4}} \right) = 0,885 \cdot 526,97 = 466,718 \text{ m Tn.}$$

Este es un momento flector que produce tracciones en la parte inferior de la viga.

La continuidad estructural ha reducido, en este caso, la eficacia del pretensado. En efecto; el peso propio de la viga producía tracciones en la parte inferior de la misma. El pretensado, en cambio, traccionaba la parte superior y comprimía la inferior; pero el hiperestatismo exterior vuelve a producir tracciones en la parte inferior.

Esto ha ocurrido porque como la cantidad de pretensado que se ha dispuesto en la viga, corresponde a un tablero dimensionado para funcionar como apoyado, el estado tensional permanente, como se ve en la figura 3.3.c., tiene compresiones predominantes en la parte inferior y, por tanto, tiende a levantar la viga.

Si el tablero se hubiese dimensionado para un funcionamiento como puente continuo bajo la sobrecarga, los momentos flectores positivos para los que habría que haber dimensionado el pretensado serían más pequeños y, por tanto, también la magnitud de la fuerza de pretensado. La tendencia al levantamiento de la viga se habría reducido, así como el momento de empotramiento a tiempo infinito.

En general, el signo del momento  $M$  de empotramiento producido por la fluencia y la retracción, depende del estado tensional en las vigas.

Si se disponen pocas vigas en el tablero, y muy esbeltas, el estado tensional permanente será como el representado en la figura 3.3.c.; y, por tanto, los momentos flectores de empotramiento, positivos.

Si, por el contrario, el tablero se ha dimensionado con muchas vigas poco esbeltas, el estado tensional permanente será con compresiones mayores en la cara superior que en la inferior; la viga flexará en el tiempo tendiendo a descender y los momentos de empotramiento  $M$  serán negativos. Es más común el primer caso.

### 3.6 Organigrama del cálculo general de un tablero de vigas

Una vez obtenidos los esfuerzos producidos por la fluencia y retracción del hormigón, se pueden determinar los esfuerzos a tiempo infinito en el tablero. En la fig. 3.7. representamos el organigrama de cálculo de este tipo de tableros.

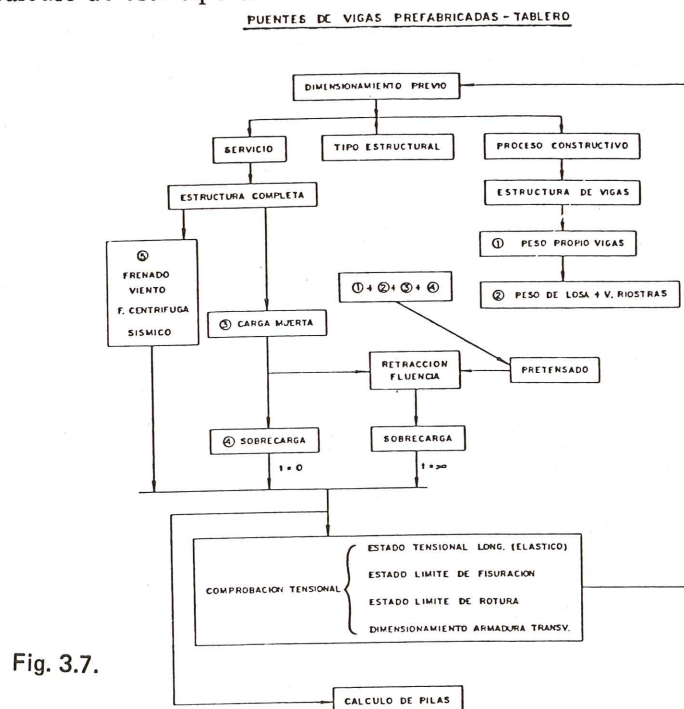


Fig. 3.7.

### 3.7 Redistribución de esfuerzos debidos a la fisuración. Rotura de tableros

Todo el cálculo de esfuerzos que hemos estudiado, tanto en lo que se refiere al método de la losa ortótropa, como al del emparillado de vigas, o al de las láminas plegadas, es un cálculo elástico y por consiguiente deja de ser válido cuando la proporcionalidad inicial entre esfuerzos y deformaciones desaparece.

Las leyes que determinan el comportamiento a la flexión de los distintos elementos del tablero son las leyes de momentos-curvatura; y las que corresponden a la torsión son las leyes de momentos-giros torsionales.

Si examinamos las primeras, vemos que existe una diferencia entre la respuesta de las vigas de hormigón armado y las de hormigón pretensado. Las primeras experimentan un quiebro "A" en su ley de momentos-curvatura, a partir de la fisuración del hormigón. Desde

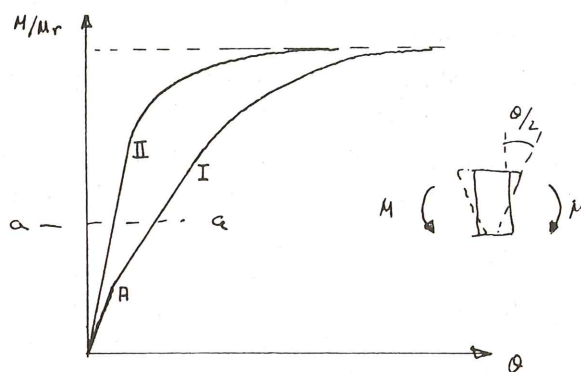


Fig. 3.8.

ahí en adelante siguen una respuesta proporcional, correspondiente al trabajo de la armadura de tracción en fase elástica; y a partir del momento de la pérdida de la fase elástica de la armadura, la ley de momentos-curvatura deja de ser proporcional, hasta alcanzar la rotura del hormigón. Este esquema de funcionamiento puede variar con la cuantía de armadura en la viga; pero para los efectos de lo que buscamos, nos sirve. (Curva I, figura 3.8).

Una viga de hormigón pretensado puede tener una fase de elasticidad proporcional mucho más larga, (curva II), ya que la armadura ha transferido su carga al hormigón por el pretensado y la primera fase de carga únicamente descomprime éste. Sin embargo, a partir de la fisuración del hormigón, una viga de hormigón pretensado es menos dúctil y se precipita rápidamente hacia la rotura. Este esquema, como el anterior, puede tener sus variaciones en función de la magnitud del pretensado.

Lo que nos interesa considerar ahora es que un tablero de puente puede estar, en servicio, en una situación como la "a - a", con respuesta proporcional en sus dos partes constitutivas: la de hormigón armado y la de hormigón pretensado.

Sin embargo, puede ocurrir que si adoptamos para las dos partes del tablero las rigideces correspondientes a zona no fisurada, estemos sobrevalorando la capacidad de reparto del puente; ya que, por ejemplo, en la fase que estamos considerando, puede ya encontrarse la losa fisurada longitudinalmente en determinadas zonas, aún cuando las vigas pretensadas, que aún no se han fisurado, mantengan su rigidez inicial. Es decir, que los distintos materiales del tablero pueden evolucionar de diferente manera a lo largo del proceso de carga; lo que modificará la redistribución de esfuerzos prevista.

Una simplificación para salir al paso de este hecho, consiste en adoptar la rigidez fisurada para las zonas de hormigón armado, aún a sabiendas de que existirán zonas de losa que, por encontrarse poco solicitadas, no estarán aún fisuradas.

Hasta ahora hemos visto lo que ocurre a causa del diferente comportamiento a flexión de las distintas zonas. Si pasamos a considerar la rigidez a torsión, nos encontramos con que su efecto redistributivo es aún mucho mayor.

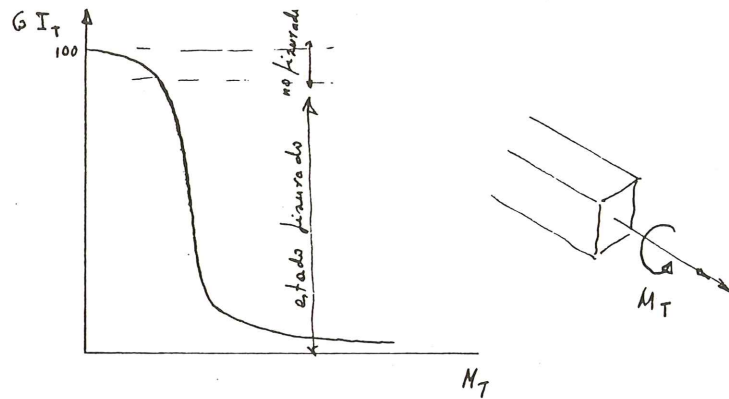


Fig. 3.9.

Los ensayos realizados en vigas de hormigón armado solicitadas a torsión, demuestran que su rigidez,  $GI_T$ , se reduce muy rápidamente a partir de la fisuración del hormigón. En vigas de hormigón pretensado, se prolonga algo más la respuesta proporcional; pero también cae rápidamente y, además, esta caída es mucho más rápida que la de flexión. (Figura 3.9).

Por tanto, si nosotros adoptamos una rigidez a torsión correspondiente a etapas no fisuradas, estaremos sobre-valorando la capacidad de reparto. Un caso especialmente claro de esto lo constituye la viga riostra sobre pilas, que suele estar claramente solicitada a torsión a causa de los diferentes giros de las vigas longitudinales sobre apoyos. Esto ha conducido a considerar para esta viga, una rigidez a torsión mitad de la inicial, para afrontar el estudio del reparto.

Sin embargo, los comportamientos de las piezas elementales los hemos estudiado bajo solicitaciones simples, ya sean de flexión o de torsión. Pero, realmente, las piezas están sometidas a esfuerzos combinados de flexión y torsión y desconocemos, hasta ahora, cual es la influencia de la fisuración de una pieza por torsión, sobre su rigidez a flexión y viceversa. Aunque se están realizando estudios de este tipo sobre piezas elementales, aún estamos lejos de poder valorar esta influencia mutua en secciones tales como las que se utilizan en tableros de puentes.

Las simplificaciones que anteriormente hemos considerado, (la de suponer que, en flexión, debemos tomar la inercia fisurada de las piezas de hormigón armado, y la de reducir a la mitad la rigidez a torsión de las vigas riostras sobre pilas, en los tableros de vigas prefabricadas, que son los elementos más fuertemente torsionados) no dejan de ser eso, una simplificación. El procedimiento más adecuado de cálculo sería obtener el comportamiento no lineal de la respuesta, haciendo que intervengan las leyes constitutivas, a flexión y torsión, de las distintas secciones del puente.

Para establecer un cálculo no lineal, cuando éste depende de la no linealidad del material, debemos abandonar los métodos armónicos de cálculo, como son el método de la losa ortótropa y el de las láminas plegadas. Debemos utilizar modelos formados por elementos

discretos, como en el método del emparrillado o en el de elementos finitos, en los cuales podemos introducir las leyes no proporcionales de variación, variando el valor de la matriz de rigidez  $[K]$  y poniéndola en función de los esfuerzos:

$$\{F\} = [K (M_{F1} \ M_{T1} \ \dots)] \{\delta\}$$

Para hacer operativo este procedimiento, se emplea el método incremental, el iterativo, o un método mixto entre el iterativo y el incremental.

Si conociésemos perfectamente bien las leyes de comportamiento individualizado, bajo los efectos de acciones combinadas, de cada una de las vigas que se pueden destacar del tablero, podríamos, por el procedimiento analítico que acabamos de examinar, determinar la evolución de los mecanismos de resistencia de cualquier tablero de puente, desde la aplicación de la carga hasta su rotura.

La determinación de esta evolución está muy poco avanzada hoy en día, aunque se está trabajando bastante en el tema. Por este procedimiento, se podría determinar con precisión el coeficiente de seguridad real que presenta el tablero, en lugar de tener que recurrir, como se hace ahora, a determinar la distancia que existe entre los esfuerzos elásticos bajo carga máxima y los momentos de rotura de las secciones individualizadas. Esta distancia no es representativa de la que existe hasta la rotura real del tablero.

### 3.7.1 Comportamiento hasta la rotura

En el año 1965 se llevó a cabo en el Instituto Eduardo Torroja el ensayo (\*) del tablero que representamos en la fig. 3.10. Una de las finalidades de este ensayo era determinar la evolución de su mecanismo de resistencia bajo la acción de las dos cargas puntuales, representadas en la Fig. 3.11., que aumentan del valor hasta alcanzar la rotura del tablero.

Una de las consecuencias que se obtuvo es que el mecanismo de reparto se mantuvo proporcional a las cargas hasta que se presentó, bajo la viga 1, una fisuración apreciable.

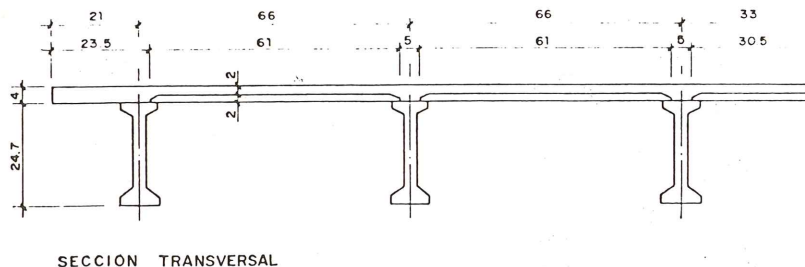


Fig. 3.10

Esta fisuración, debida no sólo al momento flector, sino también al esfuerzo cortante, dio lugar a dos fenómenos que causan el cambio de las leyes de momentos rotaciones y la distribución transversal de cargas.

(\*) Este ensayo fue realizado por los Ingenieros José A. Torroja, Julio Martínez Calzón, José Luis Villegas (Uruguay) y Javier Manterola.

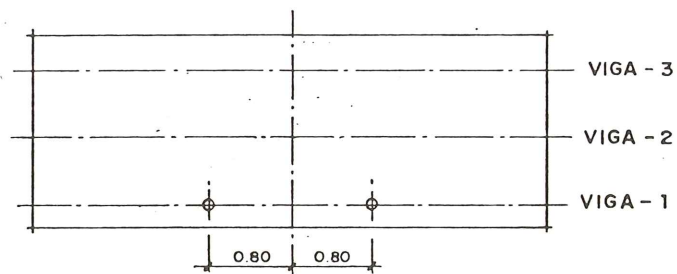


Fig. 3.11 Situación de las cargas para rotura.

En la figura 3.1.2 se representa la distribución longitudinal de flechas y en la 3.13. la de rotaciones, de las vigas del puente a lo largo del proceso de carga. Como se puede apreciar, las rotaciones se concentran bajo las cargas en la viga 1. Estas rotaciones localizadas, que son muy importantes en estados muy avanzados de carga, provocaron un alargamiento complementario de los alambres de pretensado que, al no estar éstos inyectados, produjo una compensación general de momentos en toda la viga, que se concretó en una fisuración más débil en el centro de la viga.

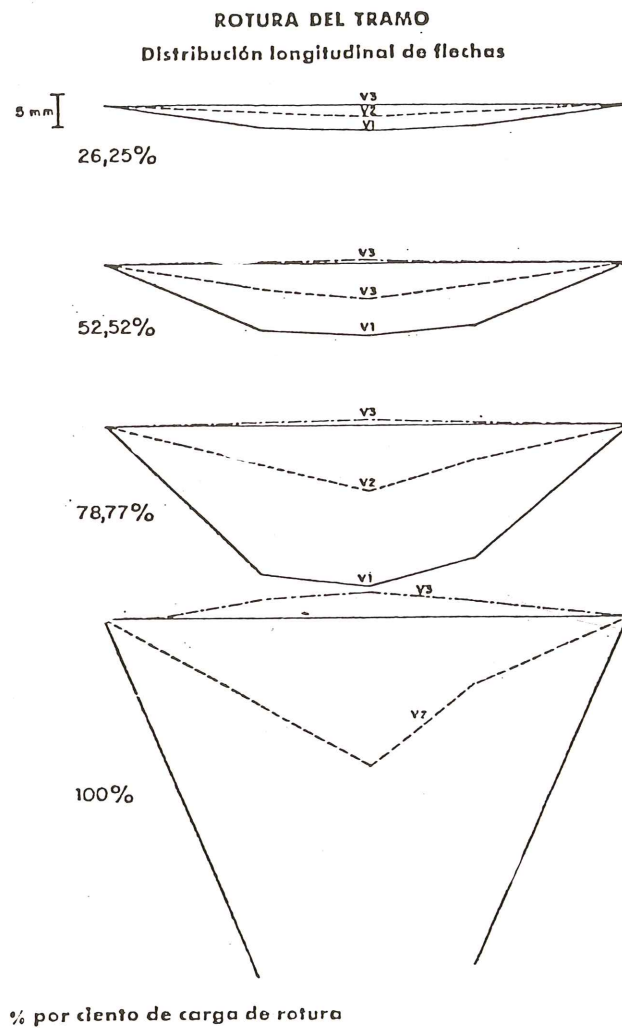


Fig. 3.12.

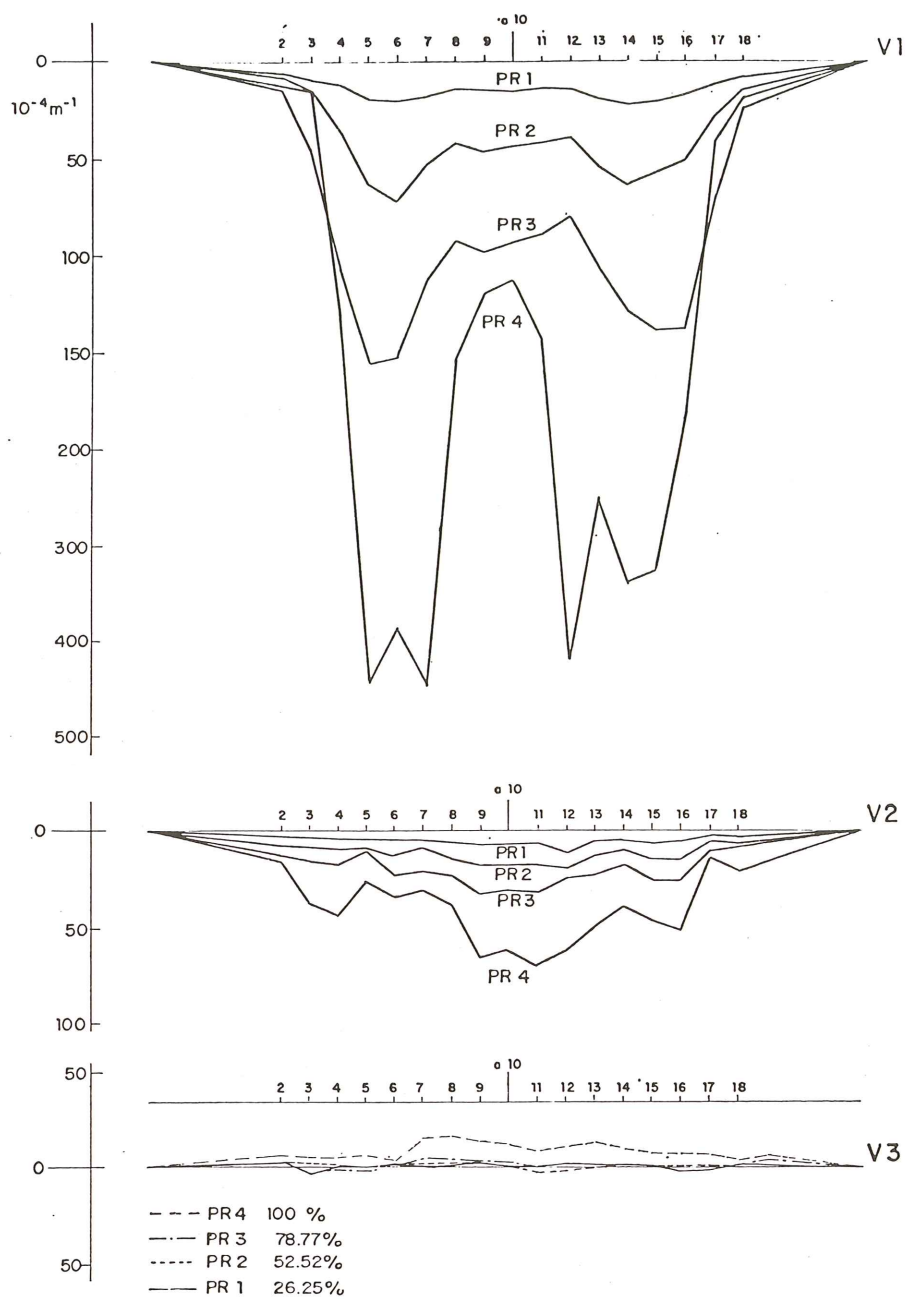


Fig. 3.13. Rotura del puente. Distribución de las rotaciones.

Las rótulas formadas por la fisuración bajo carga, dieron lugar a un segundo fenómeno, que repercute sobre la distribución transversal de las cargas. Estas rótulas, al hacer flexible a la viga 1, hicieron aumentar la relación entre la rigidez transversal del tablero y la de la viga; por lo que la transmisión transversal de cargas y la sollicitación a flexión del tablero aumentaron.

Por otra parte, la distorsión angular concentrada en que se traduce una rótula, se reproduce sobre el tablero, convirtiéndose en una torsión concentrada en este punto. Esta torsión, combinada con la flexión, cambia la dirección de los momentos principales del tablero, dando lugar a la inclinación de las fisuras que se puede apreciar en la figura 3.14.

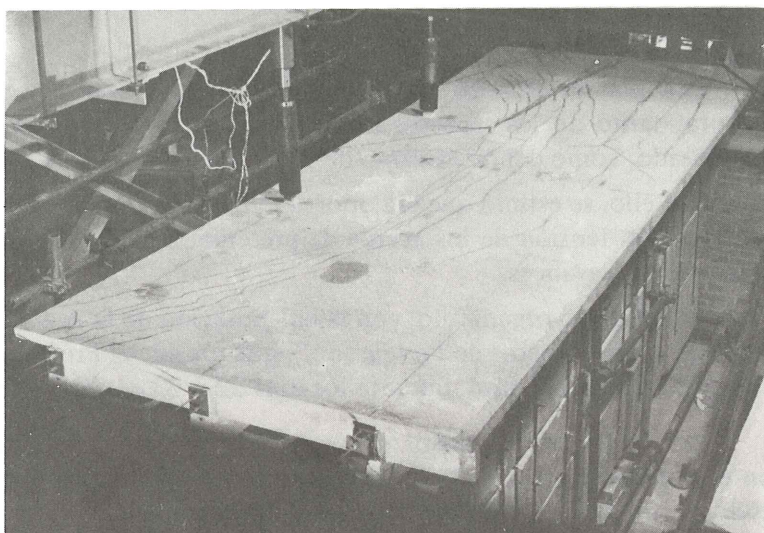


Fig. 3.14. Fisuración del tablero en las proximidades de la rotura.

### **Hormigón Pretensado, Realizaciones Españolas. Tomo III**

Con motivo del VIII Congreso Internacional de la F.I.P. últimamente celebrado en Londres, la Asociación Técnica Española del Pretensado ha publicado un libro titulado: "Hormigón Pretensado, Realizaciones Españolas", tomo III, en el que se describen las principales obras pretensadas construidas en nuestro país durante los últimos cuatro años.

Consta de más de 300 páginas, con numerosas fotografías, planos y láminas y está editado en papel couché, encuadernado en tela y con sobrecubierta plastificada en color. Su precio es de 2.000 pesetas cada ejemplar (para el extranjero, 30 dólares).

Para su descripción, las distintas obras aparecen agrupadas en los siguientes apartados: Puentes, Edificación, Obras Hidráulicas y Marítimas, Obras especiales.

Los interesados en adquirir este libro, que es continuación de los tomos I y II publicados con ocasión de los anteriores Congresos de la F.I.P., celebrados en Praga, en 1970, y en Nueva York, en 1974, respectivamente, pueden cursar sus pedidos a la Secretaria de la A.T.E.P. o al Instituto Eduardo Torroja, aptdo. 19002, Madrid-33.



## **Tercer Simposio Internacional de la F.I.P. sobre "Corrosión bajo tensión de los aceros de pretensado"**

Durante los últimos años, se ha conseguido avanzar considerablemente en el conocimiento, tanto de los aspectos fundamentales de la corrosión bajo tensión de los aceros de pretensado, como del mecanismo de su fisuración.

Por ello, se estimó que era oportuno celebrar un tercer Simposio sobre el tema de la corrosión bajo tensión de los aceros de pretensado, con el objeto de dar a conocer y comentar estos últimos avances.

El Simposio organizado, con la colaboración de la A.T.E.P., por la Comisión Técnica de la F.I.P. sobre "Aceros de Pretensado", que preside el Profesor A.S.G. Bruggeling, se celebrará en El Escorial, Madrid, durante los días 22 y 23 de septiembre de 1981.

Los temas seleccionados para este Simposio son los siguientes: "Roturas por corrosión, en el hormigón pretensado"; "Mecanismo de la fisuración por corrosión bajo tensión"; "Métodos de ensayo", y "Procedimientos de protección".

Los Ponentes Generales de cada una de las Sesiones Técnicas serán:

- 1ª Sesión: Tema "Roturas por corrosión, en el hormigón pretensado"  
Ponente General: Dr. Ing. U. Nurnberger (Stuttgart University F.R.G.).
- 2ª Sesión: Tema "Mecanismo de la fisuración por corrosión bajo tensión"  
Ponente General: Prof. I.M. Bernstein (Carnegie-Mellon University, USA).
- 3ª Sesión: Tema "Métodos de ensayo"  
Ponente General: Dr. Ing. M. Brachet (Lab. Central des Ponts et Chaussées, France).
- 4ª Sesión: Tema "Procedimientos de protección"  
Ponente General: Prof. R.N. Parkins (Newcastle Upon Tyne University, U.K.).

Los interesados en presentar Comunicaciones sobre los temas citados, deberán enviar un resumen en inglés de las mismas, con una extensión de 200 a 500 palabras, antes de 1 de abril de 1981, al Profesor M. Elices, Conference Department, Escuela de Ingenieros de Caminos, Ciudad Universitaria, Madrid-3. Spain.

Las Comunicaciones seleccionadas serán expuestas por sus autores en la Sesión correspondiente. Para ello se les concederán de 10 a 15 minutos.

Todos los trabajos admitidos se publicarán en los "Proceedings" del Simposio, siempre que los originales correspondientes se reciban antes del 1 de septiembre de 1981.

Dadas las limitaciones impuestas por la capacidad de los locales en los que habrán de desarrollarse las Sesiones, y con objeto de que la participación de especialistas que presenten Comunicaciones sea la mayor posible, forzosamente sólo podrá admitirse un número muy reducido de inscripciones de expertos en el tema que deseen asistir al Simposio simplemente como observadores.

## X Asamblea Técnica Nacional de la A.T.E.P.

Esta Asociación Técnica Española del Pretensado (A.T.E.P.), viene celebrando, cada tres años, una Asamblea Técnica Nacional en la que, con la participación y entusiasta colaboración de una mayoría de sus Miembros y de todas aquellas personas y entidades interesadas en los problemas que afectan a esta modalidad constructiva, se discuten y estudian unos cuantos temas, previamente seleccionados, y se pasa revista a las principales realizaciones y últimos avances logrados por la técnica del pretensado en nuestro país.

Después de las nueve Asambleas anteriormente celebradas (la última en La Coruña, en octubre de 1978) corresponde ahora organizar, para el presente año, la décima.

Se tiene especial interés en ir eligiendo, como sede para estos actos, cada vez una provincia distinta con el objeto de llevar a ellas directamente nuestras inquietudes y nuestras aspiraciones, hacer que durante unos días vivan el ambiente de nuestra Asociación, y procurar así ir creando nuevos adeptos a la técnica del pretensado y aumentar su difusión; lo que constituye el fin primordial de la A.T.E.P.

Compulsadas diversas opiniones, estudiadas diferentes posibilidades y una vez realizadas las gestiones iniciales precisas, se ha decidido que esta X Asamblea se celebre en la penúltima semana de noviembre del presente año, en Murcia, para lo cual contamos ya con el imprescindible y eficaz apoyo de las Autoridades, Colegios profesionales y Organismos locales.

Los temas básicos seleccionados en principio para la Asamblea de Murcia son:

- 1º "Materiales componentes del hormigón pretensado".
- 2º "Forjados pretensados".
- 3º "Tuberías de hormigón pretensado".
- 4º "Normativa sobre la técnica del pretensado", y
- 5º "Realizaciones".

Como siempre, se tiene previsto que, además de las Sesiones de Trabajo haya una exposición, proyección de películas, visitas técnico-turísticas y diversos actos sociales. Confiamos poder preparar un programa realmente atractivo en todos los aspectos.

Los interesados en recibir más información sobre esta Asamblea, deberán dirigirse a:

SECRETARIA DE LA A.T.E.P.  
Serrano Galvache s/n  
Apartado 19.002  
Madrid-33  
Télf.: 202.04.40

## IX Congreso Internacional de la F.I.P.

Estocolmo, 6 a 10 de Junio de 1982

La Federación Internacional del Pretensado (F.I.P.) viene organizando cada cuatro años un Congreso Internacional. El IX de estos Congresos tendrá lugar, en Estocolmo, el próximo año 1982, durante los días 6 a 10 de junio ambos inclusive.

En las Sesiones Técnicas que con este motivo se celebren, intervendrán las más eminentes figuras mundiales, especialistas de la técnica del pretensado; por lo que, sin duda, el Congreso constituirá una fecunda base para el futuro desarrollo de dicha técnica.

El programa se iniciará con unas "Conferencias Magistrales" el domingo 6 de junio, durante la Sesión de Apertura. A continuación, y durante los días 7 al 10 se celebrarán las Sesiones Técnicas en jornada de mañana y tarde. En estas Sesiones se desarrollarán, simultáneamente, tres tipos de actividades:

- de 9 h a 12 h.— Seminarios.
- de 14 h a 17 h.— Informes de las Comisiones Técnicas de la F.I.P. (con traducción simultánea).
- de 9 h a 17 h.— Coloquios abiertos sobre las actividades de las ocho Comisiones de la F.I.P.
- de 9 h a 17 h.— Comunicaciones técnicas que se presentarán en salas independientes para cada uno de los idiomas oficiales del Congreso (inglés, francés, alemán y ruso).

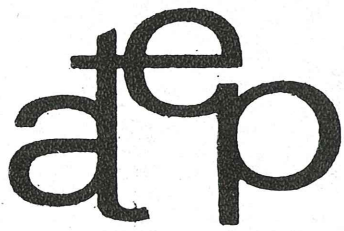
Como temas principales para los Seminarios y las Comunicaciones Técnicas, se han seleccionado los siguientes:

- Proyecto y construcción de puentes.
- Proyecto y construcción de edificios.
- Proyecto y construcción de otros tipos de estructuras.
- Trabajos de investigación.

Los interesados en presentar alguna Comunicación Técnica, deberán enviar un resumen de no más de 200 palabras a la Secretaría de la F.I.P., antes del día 1 de setiembre de 1981.

Está previsto un programa especial para acompañantes así como diversos actos sociales para todos los participantes en el Congreso. También se han organizado diversos viajes post-Congreso a distintas zonas de especial interés turístico, durante los cuales podrán visitarse, así mismo, importantes obras.

Todos aquellos que estén interesados, en principio, en participar en este Congreso deberán dirigirse a la *Secretaría de la A.T.E.P., Apartado 19.002, Madrid-33*, solicitando el envío del programa preliminar y la ficha provisional de inscripción. Dado el escaso número de ejemplares disponible, las peticiones serán atendidas por riguroso orden de recepción, mientras sea posible.



**asociación técnica  
española del pretensado**