

Disponible en [www.hormigonyacero.com](http://www.hormigonyacero.com)  
Hormigón y Acero, 2026  
<https://doi.org/10.33586/hya.2026.4176>

## ARTÍCULO EN AVANCE ON LINE

### ***Análisis multicriterio del coste, las emisiones de CO<sub>2</sub> y la energía incorporada en puentes losa postesados mediante el método CRITIC***

Lorena Yepes-Bellver, Julián Alcalá, Víctor Yepes\*

DOI: <https://doi.org/10.33586/hya.2026.4176>

Para ser publicado en: *Hormigón y Acero*

Por favor, el presente artículo debe ser citado así:

Yepes-Bellver, L., Alcalá, J., & Yepes, V. (2026) Análisis multicriterio del coste, las emisiones de CO<sub>2</sub> y la energía incorporada en puentes losa postesados mediante el método CRITIC, *Hormigón y acero*, <https://doi.org/10.33586/hya.2026.4176>

Este es un archivo PDF de un artículo que ha sido objeto de mejoras propuestas por dos revisores después de la aceptación, como la adición de esta página de portada y metadatos, y el formato para su legibilidad, pero todavía no es la versión definitiva del artículo. Esta versión será sometida a un trabajo editorial adicional, y una revisión más antes de ser publicado en su formato final, pero presentamos esta versión para adelantar su disponibilidad.

En el proceso editorial y de producción posterior pueden producirse pequeñas modificaciones en su contenido.

© 2026 Publicado por CINTER Divulgación Técnica para la Asociación Española de Ingeniería Estructural, ACHE

# Análisis multicriterio del coste, las emisiones de CO<sub>2</sub> y la energía incorporada en puentes losa postesados mediante el método CRITIC

## *Multicriteria Analysis of Cost, CO<sub>2</sub> Emissions, and Embodied Energy for Post-tensioned Slab Bridges Using the CRITIC Method*

Lorena Yepes-Bellver<sup>a</sup>, Julián Alcalá<sup>b</sup>, Víctor Yepes<sup>c\*</sup>

ICITECH, Universitat Politècnica de València, Camino de Vera, s/n, Valencia, España

<sup>a</sup> Dr. Ingeniera de Caminos, Canales y Puertos. Profesora Asociada. <https://orcid.org/0009-0002-8820-2979>

<sup>b</sup> Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. Profesor Titular de Universidad. <https://orcid.org/0000-0003-1376-8441>

<sup>c</sup> Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. Catedrático de Universidad. <https://orcid.org/0000-0001-5488-6001>

\*Persona de contacto (Corresponding author):

[vyepesp@cst.upv.es](mailto:vyepesp@cst.upv.es) (Víctor Yepes)

### Resumen

El objetivo de este trabajo es optimizar el diseño de puentes losa de hormigón postesado mediante un análisis multicriterio que equilibre el coste económico, las emisiones de dióxido de carbono y la energía incorporada. Para asignar pesos objetivos a estos criterios y evitar la subjetividad en la toma de decisiones, se utiliza el método CRITIC. Partiendo de una muestra de 37 diseños generados mediante un muestreo por hipercubo latino, se construyeron y compararon metamodelos *kriging* y de redes neuronales artificiales para predecir el índice de sostenibilidad. Los metamodelos alcanzan una gran precisión; en particular, *kriging 1* presenta un error porcentual medio absoluto (MAPE) de solo 0.09 %. Se concluye que las soluciones más eficientes son las losas de elevada esbeltez (cercasas a 1/30) construidas con hormigón H-40. Esta metodología proporciona al proyectista una herramienta rápida y fiable para identificar diseños que reducen significativamente el impacto ambiental sin incrementar de manera significativa el coste económico.

**Palabras clave:** sostenibilidad, redes neuronales, kriging, huella de carbono, puentes postesados, CRITIC

### Abstract

This study aims to optimize the design of post-tensioned concrete slab bridges through a multicriteria analysis that balances economic cost, carbon dioxide emissions, and embodied energy. To assign objective weights to these criteria and avoid subjectivity in decision-making, the CRITIC method is employed. Based on a sample of 37 solutions generated using a Latin hypercube design, artificial neural network and kriging surrogate models are developed and compared to predict each design's sustainability index efficiently. The metamodels achieve high accuracy; in particular, *kriging 1* shows a mean absolute percentage error (MAPE) of only 0.09%. The results indicate that the most efficient solutions correspond to slender slabs (approximately 1/30) made

with concrete grade C40. This methodology provides designers with a fast and reliable tool for identifying designs that significantly reduce environmental impact without substantially increasing economic costs.

**Keywords:** sustainability, neural networks, Kriging, carbon footprint, post-tensioned bridges, CRITIC

## 1 Introducción

Los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS) de la Agenda 2030 promueven un desarrollo equilibrado en sus dimensiones económica, ambiental y social. En este marco, el ODS 9 destaca la necesidad de infraestructuras sostenibles y resilientes, situando al sector de la construcción como un ámbito prioritario debido a su elevada huella ambiental y económica [1.2].

La construcción consume cerca del 50 % de los recursos extraídos a nivel mundial, el 15 % del agua dulce utilizada y es responsable de aproximadamente el 37 % de las emisiones globales de CO<sub>2</sub> relacionadas con la energía [3]. En particular, la producción de hormigón estructural genera más del 5 % de las emisiones globales de carbono [4], mientras que la industria cementera representa alrededor del 5 % del consumo energético total del sector industrial [5]. Estas cifras ponen de manifiesto la urgencia de implementar prácticas sostenibles, priorizando este sector en las estrategias de mitigación del cambio climático y de producción más limpia [6.7].

En este contexto, la optimización del diseño estructural y la selección de materiales se han consolidado como estrategias eficaces para reducir el impacto ambiental de las infraestructuras. Estudios recientes han demostrado el potencial de la optimización heurística y multiobjetivo para reducir el coste y las emisiones de CO<sub>2</sub> en diferentes tipologías de puentes [8–10]. No obstante, la investigación se ha centrado principalmente en estructuras prefabricadas y postesadas, y aún se encuentra limitada en el caso de los puentes de losa de hormigón, lo que evidencia una laguna relevante en la literatura.

La elevada demanda computacional de la optimización estructural ha impulsado el uso de metamodelos, como el *kriging*, que permiten sustituir modelos de simulación complejos por interpolaciones eficientes basadas en datos [11]. Asimismo, las redes neuronales artificiales han demostrado una gran capacidad para aproximar funciones no lineales y predecir el comportamiento estructural, consolidándose como herramientas de apoyo para la optimización multiobjetivo en la ingeniería de puentes [12–17].

La evaluación de la sostenibilidad implica la consideración simultánea de múltiples criterios, a menudo conflictivos, lo que justifica el uso de métodos de toma de decisiones multicriterio [18]. Entre ellos, el método CRITIC (*CRiteria Importance Through Intercriteria Correlation*) permite determinar objetivamente la importancia de los criterios a partir de su variabilidad y de la información no redundante que aportan respecto del resto de los criterios [19]. A diferencia de métodos subjetivos, como el AHP, o puramente basados en la dispersión, como la entropía de Shannon, CRITIC combina ambos enfoques, lo que mejora la robustez y la fiabilidad del proceso de decisión.

Este trabajo propone un indicador sintético basado en CRITIC para integrar coste, emisiones de CO<sub>2</sub> y energía incorporada en puentes de losa pretensada con armaduras postesadas,

compara el desempeño de metamodelos *kriging* y redes neuronales en distintos diseños, y valida recomendaciones prácticas para el dimensionamiento preliminar, contribuyendo al desarrollo de infraestructuras sostenibles alineadas con el ODS 9.

## 2 Metodología

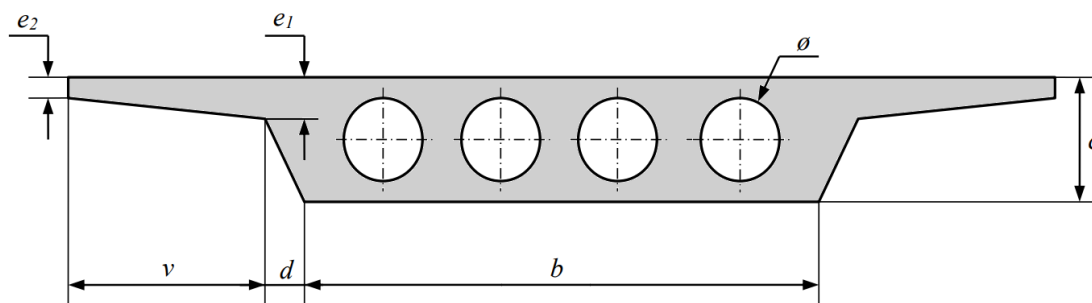
### 2.1 Descripción del tablero aligerado

El diseño de losas de hormigón pretensado en forma de vigas continuas hiperestáticas es una solución habitual para puentes con vanos entre 10 y 45 m, ya que destaca por su mayor rigidez frente a la flexión y la torsión, su durabilidad y su seguridad frente a la degradación estructural. Esta solución permite eliminar las juntas de la calzada, mejorar la colocación de los pilotes y adaptarse a geometrías complejas, lo que simplifica el encofrado y el hormigonado y ofrece un resultado estético atractivo. Para vanos mayores de 50 m, las vigas cajón resultan más competitivas y, en puentes de losa con tres o más vanos, se mantiene una relación luz/canto de 1/25 para optimizar el rendimiento. En conjunto, los tableros de losa combinan eficiencia estructural, ventajas constructivas y calidad visual, por lo que constituyen una solución fiable para puentes de vano medio.

El presente estudio se centra en encontrar una solución de compromiso para el diseño de tableros de losa pretensada y aligerada para pasos superiores de autopista de dos carriles por calzada, con luces de 24 m, 34 m y 28 m, alcanzando una longitud total de 86 m. El diseño considerado corresponde a una losa in situ de canto constante y perfil recto, con un ancho de tablero de 8.30 m. Esta configuración permite alojar dos carriles de 3.50 m de ancho cada uno, pretilos de 0.65 m de ancho a ambos lados y una base de hormigón (figura 1).



**Figura 1.** Vista de la losa de hormigón pretensado aligerada



**Figura 2.** Sección transversal del puente losa

Este paso superior se encuentra en el kilómetro 441 de la autovía A-7, en Cocentaina (Alicante). Dicha estructura presenta un ancho de base  $b = 4.00$  m, un canto  $c = 1.35$  m y un voladizo lateral  $v = 1.75$  m. Los aligeramientos son cuatro secciones circulares de 0.60 m de diámetro, lo que da lugar a un volumen de vacío de  $0.14 \text{ m}^3/\text{m}^2$ . En la figura 2 se muestran las variables geométricas que definen la sección del tablero. Son parámetros fijos la distancia entre el voladizo y el núcleo ( $d$ ), que es de 0.40 m., el diámetro de los aligeramientos ( $\emptyset$ ) es de 0.60 m, y las variables  $e_1$  (0.35 m) y  $e_2$  (0.25 m). El recubrimiento mínimo del aligeramiento es de 0.225 m. Las variables de diseño consideradas son el canto ( $c$ ), la base del tablero ( $b$ ) y la resistencia característica del hormigón ( $f_{ck}$ ). El vuelo ( $v$ ) es una variable dependiente de la base inferior del tablero ( $b$ ), dado que la anchura del tablero es de 8.30 m.

La armadura pasiva de tipo B-500S incluye refuerzos longitudinales y transversales. Las barras longitudinales conforman la base del tablero y aportan resistencia adicional frente a la flexión y la torsión en las zonas críticas. El refuerzo longitudinal se extiende por el 70 % del vano y por el 15 % sobre los apoyos.

El pretensado se mantiene constante mediante siete cordones de acero Y-1860 S7 (de 15.7 mm de diámetro) distribuidos uniformemente. Las secciones alveolares permiten enlazar los tendones con los nervios, equilibrando el peso propio con la fuerza necesaria, determinada por la tensión previa a las pérdidas y por la posición de las placas de anclaje. Los coeficientes de fricción consideran las pérdidas de tensión debidas a los cambios de ángulo y de longitud, mientras que la penetración de la cuña representa el deslizamiento del tendón tras su liberación. Los valores empleados se ajustan a las recomendaciones del sistema de postesado. Las armaduras de acero se calcularon en función de parámetros geométricos fijos y de la resistencia característica del hormigón.

La teoría de los estados límite verifica la resistencia estructural mediante coeficientes parciales de seguridad. Las condiciones estructurales garantizan el cumplimiento de los estados límite de servicio y último según el Eurocódigo 2, teniendo en cuenta las acciones del Eurocódigo 1, que incluyen cargas muertas de 44 kN/m y una exposición ambiental de clase XC4. Las verificaciones abarcan flexión, cortantes vertical y longitudinal, torsión, combinaciones de torsión con flexión y cortantes, compresión, tracción, vibraciones, fisuración, constructibilidad y geometría. En este estudio, se utilizó el programa CSiBridge v.21.0.0 para modelar, analizar y dimensionar el tablero y diversas alternativas. Estos cálculos se detallan en los trabajos de Yepes-Bellver et al. [14-16].

## 2.2 Caracterización de las funciones objetivo económicas y ambientales

La ejecución de cada tablero conlleva un coste económico, así como emisiones de CO<sub>2</sub> y un consumo energético asociados, que deben minimizarse. Entre los factores que influyen de manera decisiva en estas funciones se encuentran el tipo de hormigón empleado, la superficie de encofrado, la cantidad de acero y el volumen de los aligeramientos. La tabla 1 recoge las valoraciones de cada unidad de obra para cada una de las funciones objetivo consideradas hasta la terminación de la construcción de la estructura [14-16].

**Tabla 1.** Valoración económica, ambiental y energética de las unidades de obra.

Material	Ud.	Coste (€)	CO <sub>2</sub> (kg)	Energía incorporada (MW·h)
Hormigón H-30	m <sup>3</sup>	99.81	227.01	596.91
Hormigón H-35	m <sup>3</sup>	104.57	263.96	612.22
Hormigón H-40	m <sup>3</sup>	109.33	298.57	646.61
Hormigón H-45	m <sup>3</sup>	114.10	330.25	681.00
Hormigón H-50	m <sup>3</sup>	118.87	358.97	715.39
Acero B 500S	kg	1.16	3.03	10.44
Acero Y1860-S7	kg	3.40	5.64	12.99
Encofrado	m <sup>2</sup>	33.81	2.24	8.70

Entre los materiales considerados se encuentran el acero Y-1860-S7, empleado en armaduras activas por su elevada resistencia y durabilidad, y el acero B-500-S, utilizado en armaduras pasivas por su adecuada ductilidad y resistencia a la tracción. La resistencia característica de los hormigones analizados se sitúa entre H-30 y H-50. Además, la incorporación de aligeramientos reduce el peso propio del tablero, lo que mejora la eficiencia estructural y la rentabilidad de la solución. Por otro lado, el encofrado de las losas sirve para soportar y dar forma al hormigón fresco, lo que incide en la calidad del acabado superficial y en la velocidad de ejecución.

### 2.3 Evaluación multicriterio mediante CRITIC

Para evaluar de manera integrada el rendimiento de distintas soluciones en la construcción de tableros de puentes losa postesados, es necesario contar con un indicador que considere simultáneamente múltiples criterios. El método CRITIC (*CRiteria Importance Through Intercriteria Correlation*) [19] ofrece un enfoque de decisión multicriterio capaz de combinar funciones objetivo independientes, como el coste, las emisiones de CO<sub>2</sub> y la energía incorporada. Este método genera un indicador único que refleja la relevancia relativa y la correlación entre los criterios, de modo que un valor elevado indica una solución equilibrada que representa un compromiso óptimo entre los tres objetivos. Su aplicación permite comparar alternativas de manera objetiva y sistemática, lo que facilita la toma de decisiones en proyectos de ingeniería civil complejos.

CRITIC destaca por su objetividad al eliminar el sesgo humano presente en métodos como el AHP. Sus pesos se calculan exclusivamente a partir del análisis estadístico de los datos disponibles, teniendo en cuenta dos factores clave: la variabilidad de cada criterio, medida por la desviación típica, y la información diferenciada que aporta respecto de los demás criterios, evaluada mediante la correlación entre estos. De este modo, detecta redundancias y asigna un peso menor a los criterios altamente correlacionados, evitando así la sobrevaloración de la información duplicada.

El método evalúa sistemáticamente la relevancia de cada criterio, analiza su rango de valores y los normaliza para medir su intensidad de contraste y, además, incorpora la correlación entre los criterios para cuantificar su grado de conflicto o redundancia. Los vectores construidos incorporan parámetros estadísticos que cuantifican la variabilidad y la contribución de cada criterio al proceso de toma de decisiones, lo que refuerza la fiabilidad y la solidez de la ponderación. Al ser independiente de las opiniones de los expertos, la valoración es objetiva y el análisis del conflicto y del solapamiento entre los criterios permite identificar cuáles aportan información única y diversa para la decisión final.

En una primera etapa, se normaliza la matriz de decisión para hacer comparables los distintos criterios. Todos los criterios de coste se transforman en criterios de beneficio para garantizar un tratamiento homogéneo de todos los factores. En este estudio, los criterios considerados corresponden a costes económicos o ambientales, por lo que la normalización de la matriz se realiza de la siguiente forma:

$$r_{ij} = \frac{x_{max,j} - x_{ij}}{x_{max,j} - x_{min,j}}, \quad i = 1, \dots, m \quad (1)$$

$$x_{max,j} = \max_{i=1, \dots, m} \{x_{ij}\}, \quad j = 1, \dots, n \quad (2)$$

$$x_{min,j} = \min_{i=1, \dots, m} \{x_{ij}\}, \quad j = 1, \dots, n \quad (3)$$

A continuación, se determina la desviación típica de cada criterio, que cuantifica su variabilidad:

$$s_j = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \left[ r_{ij} - \left( \frac{\sum_{i=1}^m r_{ij}}{m} \right) \right]^2}{m - 1}}, \quad i = 1, \dots, m \quad (4)$$

El coeficiente de correlación de Pearson permite construir la matriz de correlaciones de las variables normalizadas, que representa las comparaciones por pares entre los distintos criterios.

$$R_{jk} = \frac{cov(j, k)}{s_j \cdot s_k}, \quad j, k = 1, \dots, n \quad (5)$$

A partir de esta información, se calcula el índice  $H_j$  de cada criterio:

$$H_j = s_j \sum_{k=1}^n (1 - R_{jk}), \quad j = 1, \dots, n \quad (6)$$

Finalmente, los pesos normalizados de cada criterio se obtienen como:

$$w_j = \frac{H_j}{\sum_{k=1}^n H_k}, \quad j = 1, \dots, n \quad (7)$$

De este modo, un criterio recibe un mayor peso cuando su varianza es alta y su correlación con los demás criterios es baja, lo que refleja su relevancia e independencia en el proceso de toma de decisiones. A partir de estos pesos, se construye un indicador agregado mediante la suma ponderada de los valores normalizados de cada criterio.

## 2.4 Muestreo y estrategia de optimización

Un estudio previo [14] propuso una metodología en dos fases para optimizar la superficie de respuesta, la cual se modeló mediante *kriging*. Este enfoque predice la función objetivo mediante la herramienta DACE de MATLAB para construir el metamodelo [20]. Se seleccionó un conjunto de 30 puentes mediante muestreo de hipercubo latino (LHS), que genera números aleatorios con distribución uniforme, para evaluar las alternativas. El LHS proporciona una varianza de la media menor que la del muestreo aleatorio [21]. Este método consiste en seleccionar una muestra aleatoria de cada intervalo de cada variable, lo que asegura la exploración de todo el rango de cada una, mientras se mantiene un patrón de muestreo estructurado y de baja discrepancia. El LHS mejora la comprensión del espacio de diseño, reduce los errores sistemáticos, garantiza un muestreo uniforme en todo el espacio y resulta especialmente adecuado para pruebas computacionales. Ofrece flexibilidad, eficiencia y una rápida generación de resultados.

En la primera fase de diversificación, se optimizó la superficie de respuesta mediante el recocido simulado (*simulated annealing*). La solución óptima identificada en esta fase corresponde al tablero #36. A continuación, se realizó un muestreo adicional de cinco tableros alrededor del óptimo previamente identificado y se optimizó la superficie nuevamente. Este proceso permitió descubrir un nuevo óptimo en la fase de intensificación, correspondiente al tablero # 37. En la tabla 2 se presenta una lista de todos los tableros considerados. La superficie de respuesta se optimizó con los primeros 30 puntos de datos en la fase de diversificación, mientras que en la de intensificación se emplearon los 5 puntos de datos posteriores [14]. Los óptimos locales de cada fase se muestran en los tableros #36 y #37, respectivamente.

Una muestra de 37 casos se considera suficiente para el empleo de metamodelos, como *kriging* o redes neuronales, dado que el problema únicamente contempla tres variables de diseño: el canto, la base y la resistencia característica del hormigón. En un estudio previo [22], centrado en la optimización de un puente de vigas cajón de hormigón mediante *kriging*, se observó que incrementar el tamaño muestral hasta 50 apenas mejoraba la precisión de los resultados. Asimismo, en un trabajo sobre la optimización de aerogeneradores [23], se demostró que los diseños obtenidos mediante *kriging* con tan solo 20 muestras eran comparables a los obtenidos con 1000 muestras. Finalmente, en la optimización del coste de un puente losa [16], se

comprobó que, con una muestra de 30 casos, los errores asociados a las redes neuronales y al *kriging* resultaban muy similares.

La tabla 2 muestra, para cada tablero, la evaluación de las tres funciones objetivo consideradas en el estudio (coste, emisiones de CO<sub>2</sub> y energía incorporada), así como el valor del indicador CRITIC, calculado para las soluciones analizadas. Este indicador combina las tres funciones objetivo, teniendo en cuenta su importancia relativa y la dispersión de los datos, y proporciona un criterio de compromiso entre los distintos objetivos. En este análisis, la ponderación asignada a cada función es del 41.48 % para el coste, del 28.73 % para las emisiones de CO<sub>2</sub> y del 29.79 % para la energía, lo que refleja la prioridad relativa de cada criterio en la selección de la solución óptima.

**Tabla 2.** Evaluación de las funciones objetivo y del indicador CRITIC para las 37 soluciones analizadas.

Tablero	Canto (m)	Base (m)	$f_{ck}$ (MPa)	Coste (€ x 10 <sup>3</sup> )	CO <sub>2</sub> (kg x 10 <sup>3</sup> )	Energía (MW·h)	CRITIC
1	1.45	4.35	35	192.06	439.42	1119.17	2.731
2	1.55	4.10	35	205.79	460.39	1162.92	1.293
3	1.45	4.75	35	197.49	455.72	1163.59	1.912
4	1.70	3.80	45	208.48	484.90	1182.89	0.716
5	1.20	3.85	40	184.08	407.99	1065.87	3.948
6	1.55	3.60	45	189.64	456.67	1140.79	2.576
7	1.20	4.85	50	196.81	472.40	1170.72	1.730
8	1.15	4.50	50	195.22	471.36	1199.59	1.680
9	1.35	3.95	30	187.15	406.65	1103.18	3.530
10	1.30	4.45	30	195.25	436.70	1180.31	2.180
11	1.35	4.25	45	194.44	455.37	1132.71	2.309
12	1.50	4.55	30	192.50	434.67	1138.00	2.642
13	1.60	4.20	40	199.85	503.80	1267.85	0.593
14	1.25	4.70	40	194.67	462.91	1191.65	1.859
15	1.50	4.05	45	193.29	482.66	1183.17	1.783
16	1.30	4.90	40	197.99	477.49	1215.82	1.324
17	1.65	3.65	35	190.97	444.71	1149.88	2.565
18	1.65	3.45	45	191.80	464.05	1145.07	2.320
19	1.25	3.50	45	181.27	420.51	1073.75	3.954

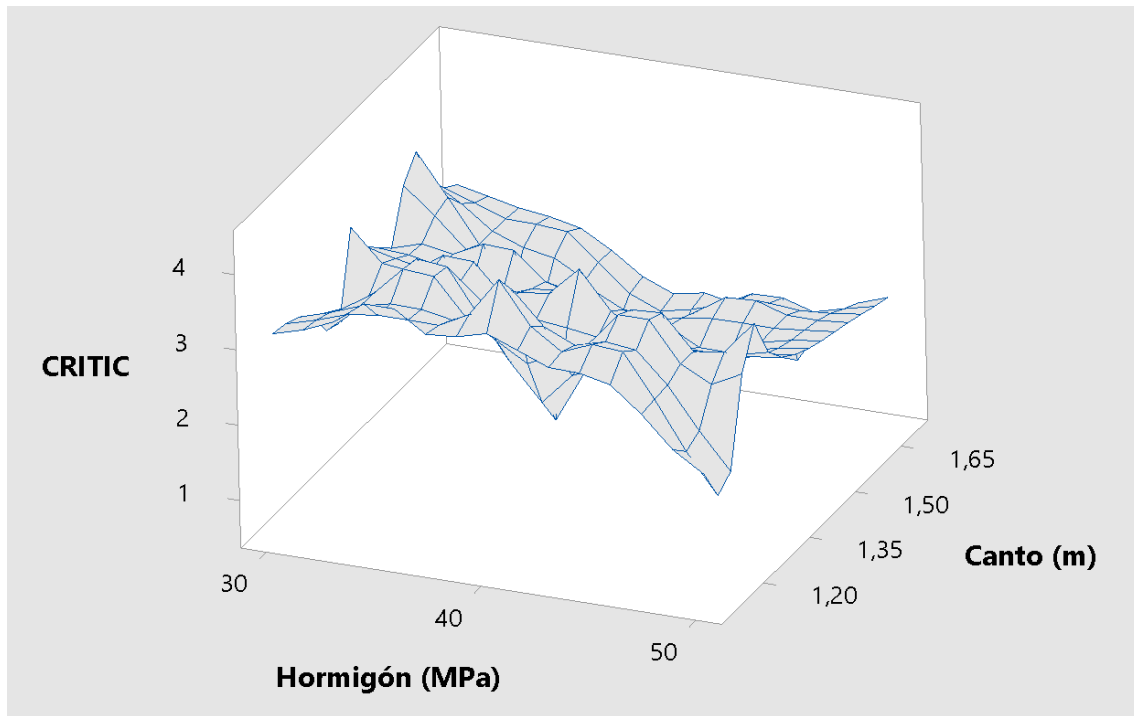
20	1.40	3.30	40	181.32	443.84	1152.33	3.223
21	1.45	3.90	45	194.74	464.54	1145.21	2.111
22	1.35	3.60	35	186.81	416.58	1094.86	3.492
23	1.50	3.35	45	190.54	455.44	1134.93	2.563
24	1.50	4.50	45	202.67	490.67	1189.53	1.011
25	1.55	3.20	30	182.40	403.97	1103.41	3.885
26	1.25	3.00	50	181.04	423.11	1101.04	3.778
27	1.40	3.45	45	186.14	470.01	1201.73	2.305
28	1.50	3.55	35	185.78	418.84	1105.44	3.474
29	1.70	3.85	40	198.55	468.90	1165.47	1.681
30	1.15	3.70	40	182.73	394.62	1038.28	4.353
31	1.15	3.40	35	189.65	411.08	1098.47	3.337
32	1.25	3.35	35	181.82	398.61	1096.52	4.026
33	1.15	3.65	45	187.49	422.93	1096.31	3.365
34	1.15	3.35	45	184.03	418.93	1074.77	3.776
35	1.15	3.25	40	180.89	397.15	1054.70	4.354
36	1.15	3.55	40	190.06	391.37	1058.43	3.767
37	1.10	3.40	35	181.53	386.51	1151.00	3.858

## 2.5 Modelos predictivos

Este trabajo utiliza dos tipos de modelos predictivos: *kriging* y redes neuronales. La elección de estas técnicas se basa en su capacidad comprobada para abordar problemas de optimización con superficies de respuesta complejas y no lineales, como las que presenta este caso. Estos modelos se aplican a los datos previamente utilizados para optimizar un puente losa [14] (tabla 2).

### 2.5.1 Metamodelo kriging

El modelo predictivo *kriging* [11] estima el valor de un atributo en un punto  $u$  a partir de un conjunto de  $n$  valores  $z$  (figura 3). En este caso, la variable de respuesta objetivo es el indicador CRITIC del tablero del puente. Este método permite predecir las respuestas sin necesidad de realizar un análisis estructural exhaustivo. Estas funciones deterministas ofrecen respuestas consistentes para datos idénticos, en ausencia de errores aleatorios.



**Figura 3.** Superficie de respuesta correspondiente a los 37 tableros (tabla 2).

La ecuación (8) muestra la formulación general de un metamodelo *kriging*:

$$y(x) = f(x) + Z(x) \quad (8)$$

donde  $Z(x)$  es un residuo estocástico de media nula y correlación espacial, modelado mediante una función de covarianza, mientras que  $f(x)$  es la función de aproximación, análoga a un modelo de regresión. Esta función consta de un componente determinista de tendencia, que suele modelarse como:

$$f(x) = \sum_{i=1}^n \beta_i f_i(x) \quad (9)$$

donde  $f_i(x)$  son funciones base conocidas (por ejemplo, constantes, lineales o cuadráticas), y  $\beta_i$  son coeficientes desconocidos que representan la tendencia o la media. Esta se representa habitualmente como un valor constante (*kriging* ordinario), como cero (*kriging* simple) o mediante un modelo polinómico, como el lineal o el cuadrático (*kriging* universal).

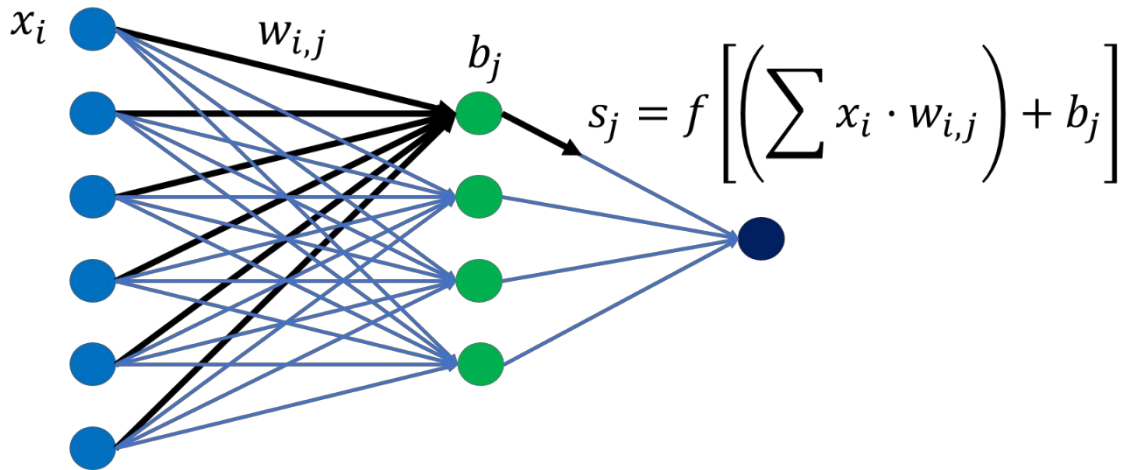
En este trabajo se usó *kriging* con tendencia de grado 0 (*kriging* 1), grado 1 (*kriging* 2) y grado 2 (*kriging* 3). Las predicciones son deterministas y proporcionan resultados consistentes para entradas idénticas, en ausencia de error aleatorio.

### 2.5.2 Redes neuronales artificiales

Una red neuronal artificial (RNA) se compone de una capa de entrada, una o varias capas ocultas y una capa de salida, lo que le permite detectar relaciones complejas entre variables. La capa de entrada recibe los datos, que posteriormente son procesados por la capa oculta. El modelo se entrena ajustando iterativamente los pesos y propagando los errores hacia atrás para mejorar

la precisión. LeCun et al. [24] revisan los fundamentos, avances y aplicaciones de las RNA, mientras que Zhang et al. [25] analizan sus aplicaciones y detallan su eficacia.

Una red multicapa de tipo *feed-forward* se organiza con una capa intermedia de neuronas sigmoideas y una capa final de neuronas lineales. Las neuronas de la capa oculta están interconectadas con las capas inicial y final (figura 4), y el número de neuronas de la capa oculta es proporcional al número de parámetros de entrada y de salida.



**Figura 4.** Ejemplo de red neuronal con capa oculta.

Las variables de entrada ( $x_i$ ) se ponderan con los pesos correspondientes ( $w_{i,j}$ ) y se combinan con un término de sesgo ( $b_j$ ). Cada neurona de la capa oculta calcula la siguiente expresión:

$$\sum x_i w_{i,j} + b_j \quad (10)$$

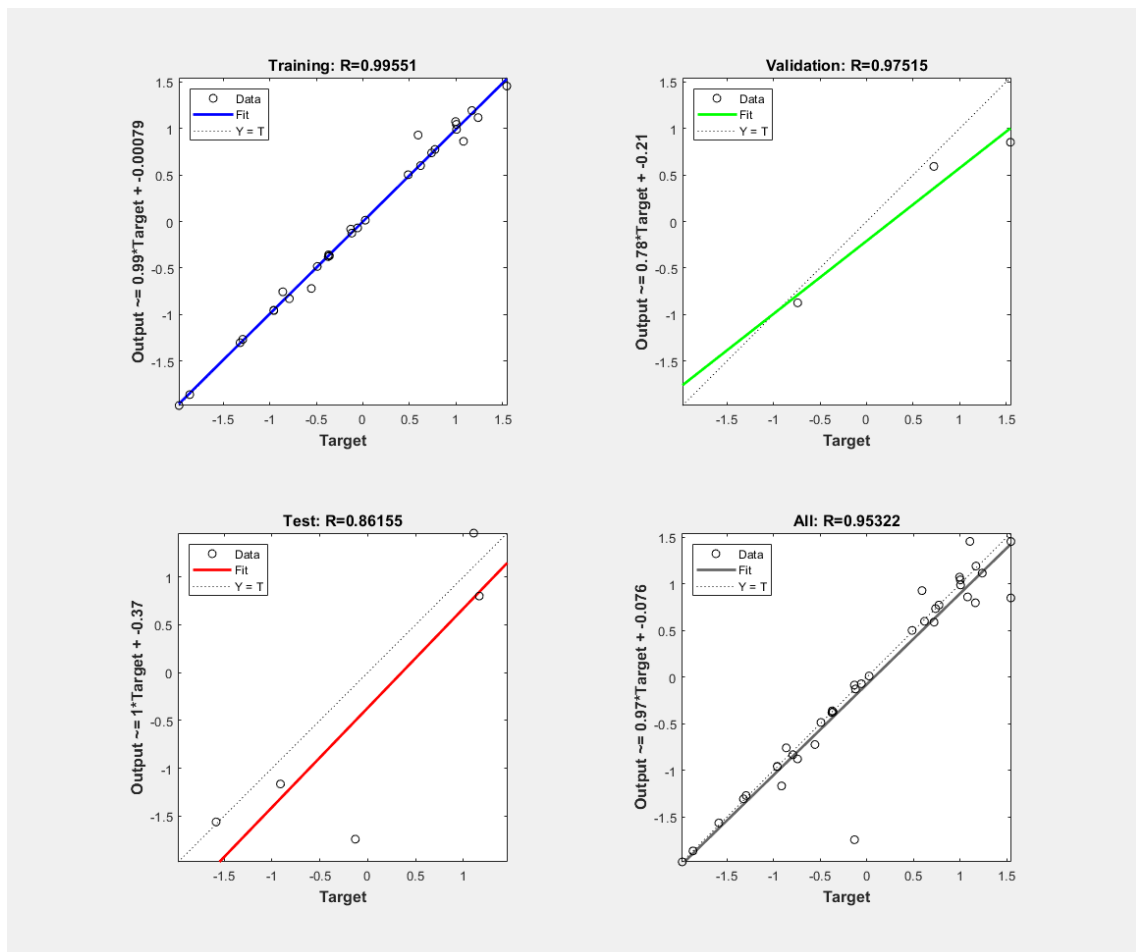
El valor de salida de cada neurona oculta se obtiene aplicando a dicha expresión una función sigmoide tangencial. Por el contrario, la capa final emplea una función lineal. Esta arquitectura, conocida como perceptrón multicapa (*multilayer perceptron*, MLP), se utiliza ampliamente para aproximar diversas funciones, incluso con una única capa oculta [24]. El algoritmo de retropropagación contribuye a su éxito en la modelización de relaciones complejas, ya que optimiza los pesos y los sesgos y corrige el error durante el entrenamiento [26-29].

En una red *feed-forward*, los datos fluyen desde la primera capa hasta la última y el aprendizaje se supervisa con datos que tienen respuestas previamente definidas. El conjunto de datos se divide en tres subconjuntos para evaluar el sobreajuste: un conjunto de entrenamiento para ajustar los parámetros, un conjunto de validación para detectarlo y un conjunto de prueba para evaluar el modelo. El método de *early stopping* evita el sobreajuste al dividir los datos en conjuntos de entrenamiento y de validación. Durante el proceso de optimización, se evalúan los errores de ambos conjuntos. Si el error de entrenamiento sigue disminuyendo mientras que el de validación aumenta, es posible que se esté produciendo un sobreajuste, por lo que se detiene el entrenamiento. En ese caso, se detiene el proceso de optimización para evitar el sobreaprendizaje y garantizar que el modelo pueda generalizar adecuadamente.

La red neuronal seleccionó aleatoriamente 30 datos (24 para entrenamiento, 3 para validación y 3 para prueba) y utilizó una capa oculta con 5 neuronas. La simulación evalúa el rendimiento utilizando datos de entrenamiento o datos nuevos para realizar predicciones y analizar los resultados. El proceso comienza con una validación cruzada, que compara la salida obtenida en

la fase de entrenamiento con los resultados de la simulación de la red neuronal. Este paso es esencial para evaluar la precisión del modelo e identificar el sobreajuste, que ocurre cuando el modelo se ajusta en exceso al conjunto de entrenamiento. La validación cruzada puede realizarse sobre distintos subconjuntos de datos (entrenamiento, validación y prueba) para evaluar exhaustivamente la posible presencia de sobreajuste. Sin embargo, esta partición puede no ser suficiente para garantizar una evaluación robusta del modelo. Por ello, se complementó el análisis con múltiples ejecuciones independientes de la red neuronal, lo que permite reducir la variabilidad de los resultados y obtener estimaciones más estables del rendimiento predictivo.

La figura 5 muestra el comportamiento de la red neuronal en el caso de estudio, considerando la validación cruzada de los conjuntos de entrenamiento, validación y prueba, así como del conjunto total. Cabe destacar que, al ejecutar la red, los datos de validación se seleccionan aleatoriamente, lo que puede influir en los ajustes obtenidos. Al analizar los gráficos de la figura 5, se observa que entrenar la red con un conjunto de datos aleatorio permite alcanzar una alta correlación en el conjunto de entrenamiento, la cual disminuye al aplicarla a nuevos datos de prueba. Este comportamiento también se observa al evaluar la red sobre el conjunto completo de datos: el coeficiente de correlación  $R$  sigue siendo elevado, aunque ligeramente inferior al observado durante la fase de entrenamiento.



**Figura 5.** Validación cruzada de los conjuntos de datos de entrenamiento, validación y prueba, y del conjunto de datos total.

## 2.6 Métricas de evaluación de los modelos predictivos

A continuación, se presentan diversas métricas utilizadas para evaluar el rendimiento de los modelos de predicción empleados, así como las discrepancias entre los valores conocidos de las nuevas soluciones y sus predicciones. Cada modelo se somete a un proceso de evaluación basado en métricas de rendimiento para determinar su fiabilidad y eficacia [30].

Entre las métricas consideradas se incluyen el error cuadrático medio (RMSE), la relación entre el RMSE y la desviación estándar de las observaciones (RSR), el error absoluto medio (MAE) y el error porcentual medio absoluto (MAPE). Estas mediciones permiten analizar la capacidad predictiva de cada modelo en distintas condiciones. La comparación de las estimaciones con los umbrales de error establecidos garantiza una evaluación rigurosa del rendimiento. Las fórmulas de cálculo de estas métricas se presentan en las expresiones (11-14).

$$RMSE = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(\hat{y}_i - y_i)^2}{n}} \quad (11)$$

$$RSR = \frac{RMSE}{SD} \quad (12)$$

$$MAE = \sum_{i=1}^n \frac{|\hat{y}_i - y_i|}{n} \quad (13)$$

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{\hat{y}_i - y_i}{y_i} \right| \quad (14)$$

donde  $\hat{y}_i$  son los valores esperados,  $y_i$  son los valores reales y  $n$  es el número de observaciones. La SD se refiere a la desviación típica de las observaciones.

## 3 Resultados

La evaluación del indicador agregado de sostenibilidad, mediante el método CRITIC, de las losas analizadas (tabla 2) puede representarse mediante una superficie de respuesta. Para ello, los datos observados se han proyectado sobre dicha superficie para analizar el comportamiento del indicador y la brusquedad de su variación. Este análisis se ha realizado con el programa estadístico Minitab v17, que permite visualizar en detalle la variabilidad del indicador en función de las variables consideradas.

La figura 3 muestra la superficie de respuesta del indicador CRITIC para las 37 losas analizadas. En ella se aprecia la presencia de múltiples óptimos locales, lo que evidencia la elevada complejidad y el carácter abrupto de la superficie. Esta circunstancia dificulta la identificación directa de soluciones óptimas mediante técnicas clásicas de regresión.

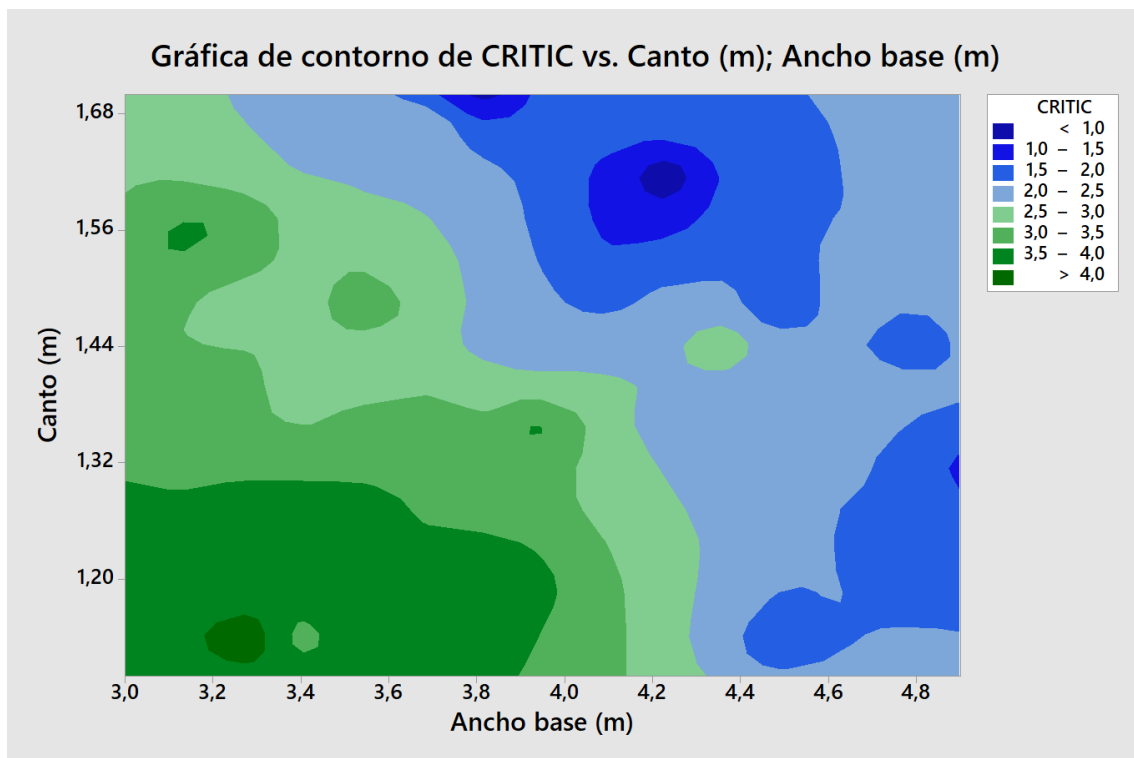
En este contexto, los modelos de regresión lineal son limitados y los no lineales tienden a suavizar en exceso la respuesta, lo que conlleva la pérdida de información relevante sobre los

cambios bruscos en la superficie. Esta situación resalta la necesidad de recurrir a modelos avanzados de predicción y optimización que permitan captar adecuadamente el comportamiento del sistema. No obstante, a modo comparativo, también se ha ajustado un modelo lineal que presenta un coeficiente de determinación ajustado  $R^2_{aj} = 80.69 \%$ , cuya ecuación de regresión se expresa a continuación:

$$CRITIC = 17.4265 - 4.2385 \cdot Canto (m) - 1.5065 \cdot Base(m) - 0.0738 f_{ck} (MPa) \quad (15)$$

La expresión (15) sugiere una aparente relación inversa entre el indicador CRITIC y las variables de diseño consideradas. Sin embargo, esta interpretación debe tomarse con cautela, ya que el modelo lineal constituye una aproximación simplificada a un problema claramente no lineal. De hecho, los resultados obtenidos mediante superficies de respuesta y metamodelos avanzados muestran la existencia de interacciones entre variables y óptimos locales que no pueden capturarse adecuadamente mediante un modelo lineal.

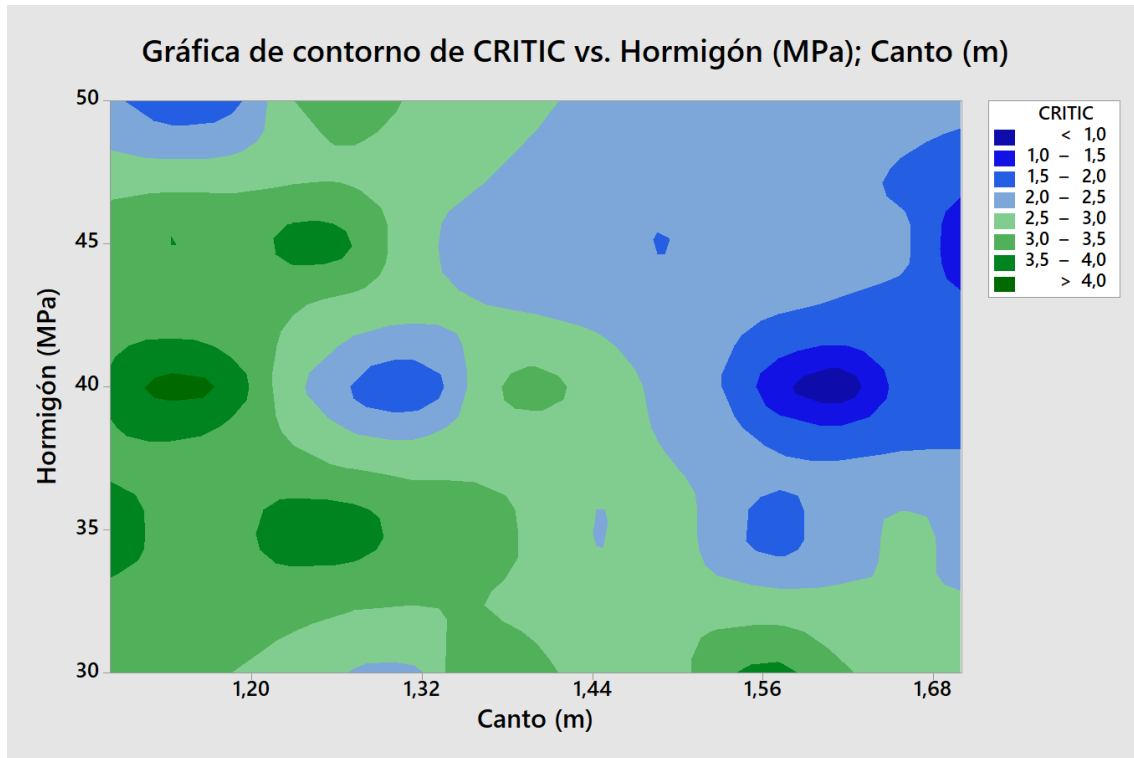
En el gráfico de contorno de la figura 6 se observa que los valores más favorables corresponden a los que maximizan el indicador CRITIC y se representan en tonos verdes. A partir de este análisis, se aprecia que tanto el canto como la anchura de la base de la losa deben reducirse para alcanzar dichos valores óptimos. En particular, los resultados indican que el canto debería situarse en torno a 1.15 m y que la anchura de la base se aproxima a un valor óptimo de 3.25 m.



**Figura 6.** Superficie de contorno de CRITIC en función del ancho de la base y del canto del tablero (tabla 2).

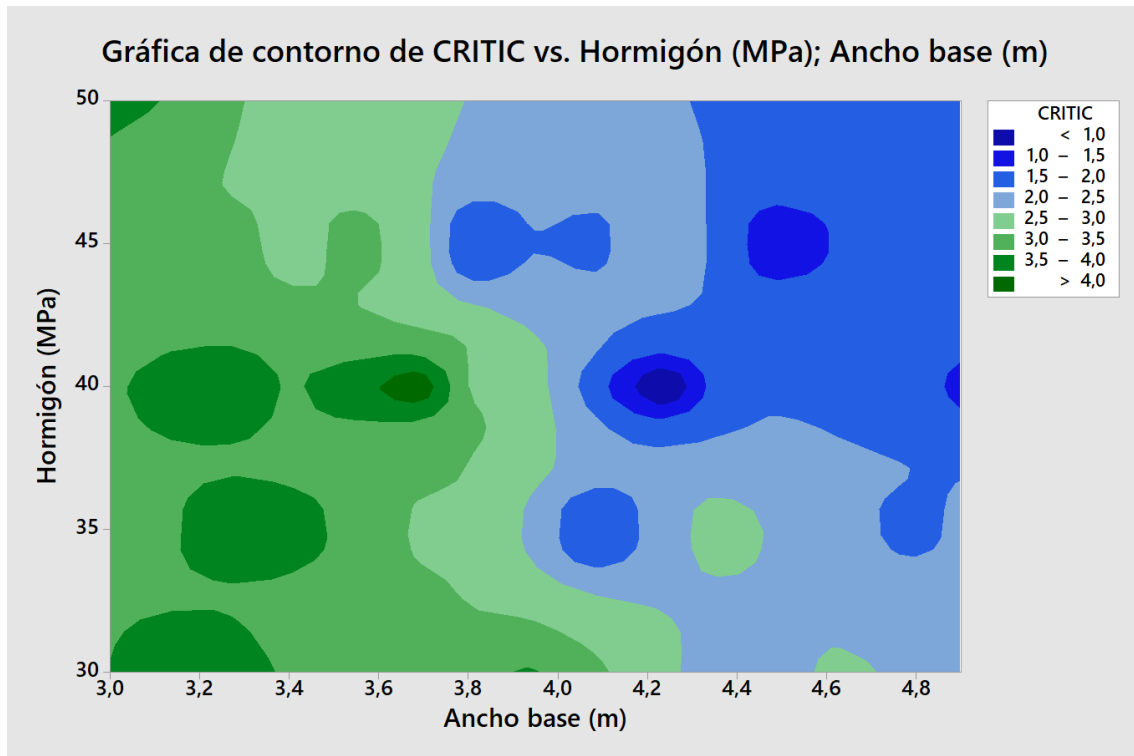
La figura 7 confirma que los valores óptimos del indicador CRITIC se alcanzan cuando el canto del tablero es inferior a 1.20 m y la resistencia característica del hormigón se sitúa en torno a 40 MPa. Sin embargo, este comportamiento cambia cuando el canto supera los 1.50 m, ya que en ese caso el uso de hormigón de 40 MPa produce los peores resultados. Este hecho pone de

manifiesto la relación crítica entre la resistencia característica del hormigón y la del canto del tablero.



**Figura 7.** Superficie de contorno de CRITIC en función del canto y de la resistencia característica del hormigón del tablero (tabla 2).

En la figura 8 se observa igualmente la relación crítica entre la anchura de la base del tablero y la resistencia característica del hormigón. Los resultados más favorables se obtienen con un hormigón de 40 MPa, siempre que la anchura de la base no supere los 3.80 m. Sin embargo, a partir de valores cercanos a 4.00 m, el uso de este tipo de hormigón resulta contraproducente, especialmente con una anchura del tablero de 4.20 m.



**Figura 8.** Superficie de contorno de CRITIC en función del ancho de la base y de la resistencia característica del hormigón del tablero (tabla 2).

El análisis conjunto de las figuras 6, 7 y 8 evidencia la elevada complejidad del comportamiento del indicador CRITIC y la presencia de interacciones significativas entre las variables geométricas y mecánicas del tablero. Los resultados evidencian que los valores óptimos no dependen de un único parámetro, sino de combinaciones específicas de canto, anchura de la base y resistencia característica del hormigón. En particular, se observa que determinadas configuraciones resultan favorables solo dentro de rangos específicos de las variables, mientras que fuera de ellos el efecto puede invertirse. Este comportamiento confirma la naturaleza no lineal de las superficies de respuesta y subraya la necesidad de analizar conjuntamente las variables para identificar soluciones óptimas fiables.

## 4 Discusión

### 4.1 Comparación con estudios previos

Los resultados obtenidos en este estudio se comparan con los publicados en investigaciones previas sobre tipologías de puentes similares, así como con las recomendaciones de otros autores. La tabla 3 recoge las principales magnitudes de los puentes optimizados considerando distintas funciones objetivo, como el coste [16], las emisiones de CO<sub>2</sub> [14] y la energía incorporada [15]. El presente trabajo incluye un indicador CRITIC que pondera los criterios anteriores, lo que permite adoptar un enfoque más completo para optimizar el diseño de puentes. La tabla también incluye el puente de referencia, que corresponde a la estructura construida en la realidad y descrita en la sección 2.1. Esta incorporación permite comparar

directamente los diseños optimizados con el puente de referencia y aporta un contexto fundamental para evaluar la relevancia práctica y la eficacia de las estrategias de optimización empleadas en este estudio.

**Tabla 3.** Magnitudes y cuantías del tablero de referencia y de las soluciones optimizadas.

<b>Función objetivo</b>	<b>Canto (m)</b>	<b>Luz/canto</b>	<b>Hormigón (m<sup>3</sup>/m<sup>2</sup>)</b>	<b>Armadura pasiva (kg/m<sup>2</sup>)</b>	<b>Armadura activa (kg/m<sup>2</sup>)</b>
Referencia	1.35	25.19	0.72	73.45	16.64
Coste	1.30	26.15	0.61	73.53	14.76
CO <sub>2</sub>	1.10	30.91	0.56	77.00	16.48
Energía incorporada	1.15	29.57	0.61	69.41	16.65
CRITIC	1.15	29.57	0.55	73.04	16.48

El canto del tablero se reduce significativamente, pasando de 1.35 m en el puente de referencia a 1.15 m en la solución de compromiso obtenida con el indicador CRITIC. Esta reducción conlleva un aumento de la relación luz/canto hasta 29.57, lo que se traduce en una estructura más esbelta y en un uso más eficiente de los materiales. Según Yepes-Bellver et al. [16], el coste de la solución de referencia es de 192.67 miles de euros, frente a 180.07 miles de euros de la solución óptima de menor coste. La solución de compromiso obtenida mediante el indicador CRITIC alcanza los 180.89 miles de euros, solo un 0.46 % por encima del tablero de mínimo coste, lo que demuestra la viabilidad de equilibrar criterios económicos y ambientales. Esta estrategia supone, además, un ahorro del 6.11 % respecto al puente de referencia.

Para los puentes de losa pretensada con voladizos, la bibliografía establece valores orientativos de esbeltez: la Dirección General de Carreteras de España [31] recomienda relaciones canto/luz de 1/22 a 1/30; SETRA [32] propone 1/28; y Manterola [33] sugiere 1/25. En este contexto, la esbeltez de la solución de compromiso se sitúa en el tramo alto de los valores recomendados, lo que confirma su carácter esbelto sin apartarse de los criterios habituales de diseño.

El puente optimizado en términos de coste presenta una esbeltez inferior a la de las soluciones optimizadas en emisiones de CO<sub>2</sub> y en energía incorporada, lo que indica que la rentabilidad económica se alcanza con relaciones luz/canto moderadas, superiores a 1/26. Por el contrario, los criterios de sostenibilidad conducen a relaciones más elevadas, cercanas a 1/30, como se observa en la solución de compromiso. De forma coherente con la reducción del canto, el volumen de hormigón disminuye hasta 0.55 m<sup>3</sup>/m<sup>2</sup> en la solución de compromiso, lo que contribuye a reducir tanto la huella de carbono como la energía incorporada del tablero.

Como se observa en la tabla 3, la solución de compromiso, que presenta una mayor esbeltez y una menor cantidad de hormigón, mantiene cuantías de armadura activa y pasiva muy similares a las del puente de referencia. Este resultado pone de manifiesto que la reducción del canto y del volumen de hormigón no implica necesariamente un incremento significativo del acero, lo que refuerza la viabilidad estructural de la solución adoptada y su equilibrio entre eficiencia material y prestaciones mecánicas.

## 4.2 Rendimiento de los modelos predictivos

La tabla 4 muestra los valores observados y los resultados de los tres modelos *kriging* utilizados, una regresión lineal y una red neuronal, para los óptimos locales de la diversificación (#36) y de la intensificación (#37). Mientras que los modelos *kriging* son deterministas, las redes neuronales introducen variabilidad, ya que los conjuntos de datos de entrenamiento y validación se seleccionan aleatoriamente. Para reducir esta incertidumbre, la red se ejecutó 25 veces, lo que redujo la desviación típica de la media en 5 veces y proporcionó resultados más estables y comparables.

En primer lugar, se analizó el error relativo al comparar las predicciones de las 30 losas empleadas en la fase de diversificación (tabla 2) con los resultados obtenidos con los distintos modelos predictivos. El modelo *kriging 1* mostró el menor error relativo frente al óptimo en la fase de intensificación, seguido muy de cerca por la red neuronal (tabla 4). Este comportamiento se mantiene al analizar las métricas de error correspondientes a la predicción de las losas #31 a #37 (tabla 5), donde, nuevamente, *kriging 1* presenta los menores errores, seguido por la red neuronal.

**Tabla 4.** Valor observado y predicción de los óptimos locales de diversificación (#36) e intensificación (#37), con sus errores relativos.

	Óptimos locales		Error relativo (%)	
	#36	#37	#36	#37
Observado	3.77	3.86	0.00	0.00
Kriging 1	4.42	3.95	0.17	0.02
Kriging 2	4.58	5.09	0.21	0.32
Kriging 3	4.53	4.25	0.20	0.23
Regresión lineal	4.25	5.06	0.13	0.31
RNA	4.14	4.11	0.10	0.07

**Tabla 5.** Errores de los modelos predictivos.

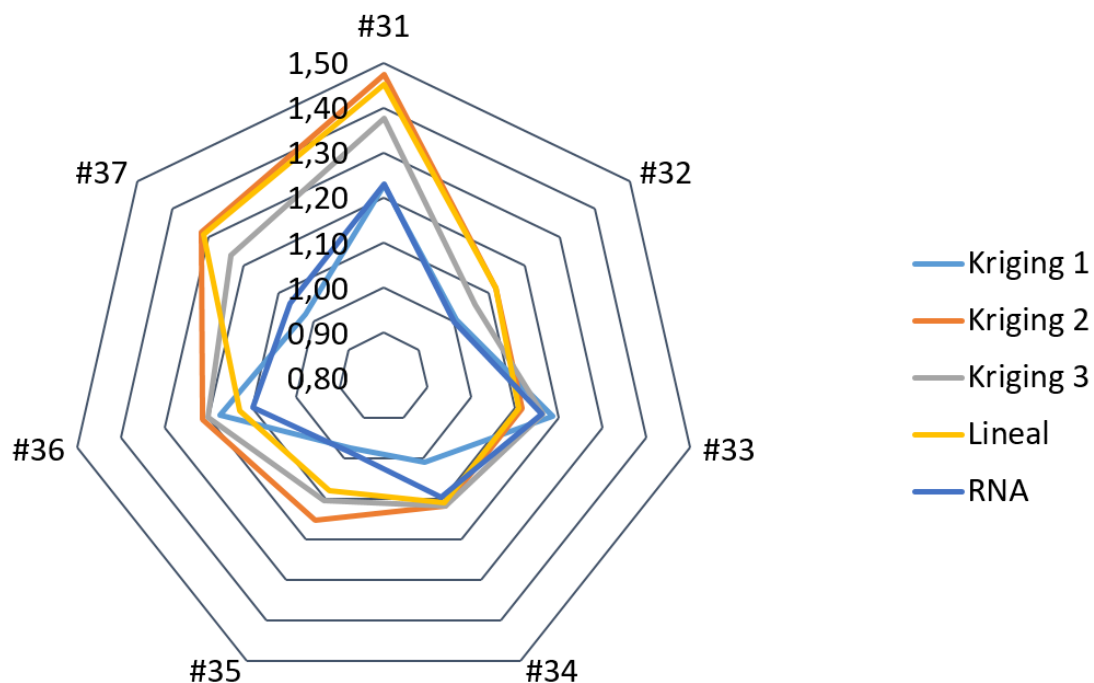
Modelo predictivo	RMSE	RSR	MAE	MAPE	Ranking (RMSE-RSR-MAE-MAPE)
Kriging 1	0.45	1.78	0.33	0.09	2-4-1-1
Kriging 2	0.90	1.03	0.80	0.22	5-2-5-5
Kriging 3	0.73	1.39	0.66	0.18	3-3-3-3

Regresión lineal	0.81	0.95	0.69	0.19	4-1-4-4
Media RNA	0.42	1.99	0.34	0.10	1-5-2-2

La Tabla 5 muestra el ranking de los modelos predictivos para cada métrica de error, ordenados de menor a mayor error. La comparación conjunta de RMSE, RSR, MAE y MAPE permite evaluar la consistencia global de cada modelo, ya que cada métrica refleja un aspecto distinto de su capacidad predictiva. Aunque la red neuronal presenta el mejor RMSE, el modelo *kriging 1* obtiene los mejores resultados en MAE y MAPE, además de un comportamiento competitivo en RSR. Por ello, *kriging 1* se considera el modelo más equilibrado y robusto a nivel global. En cambio, otros modelos presentan buenos resultados solo en métricas concretas, pero un comportamiento menos consistente en el conjunto de indicadores.

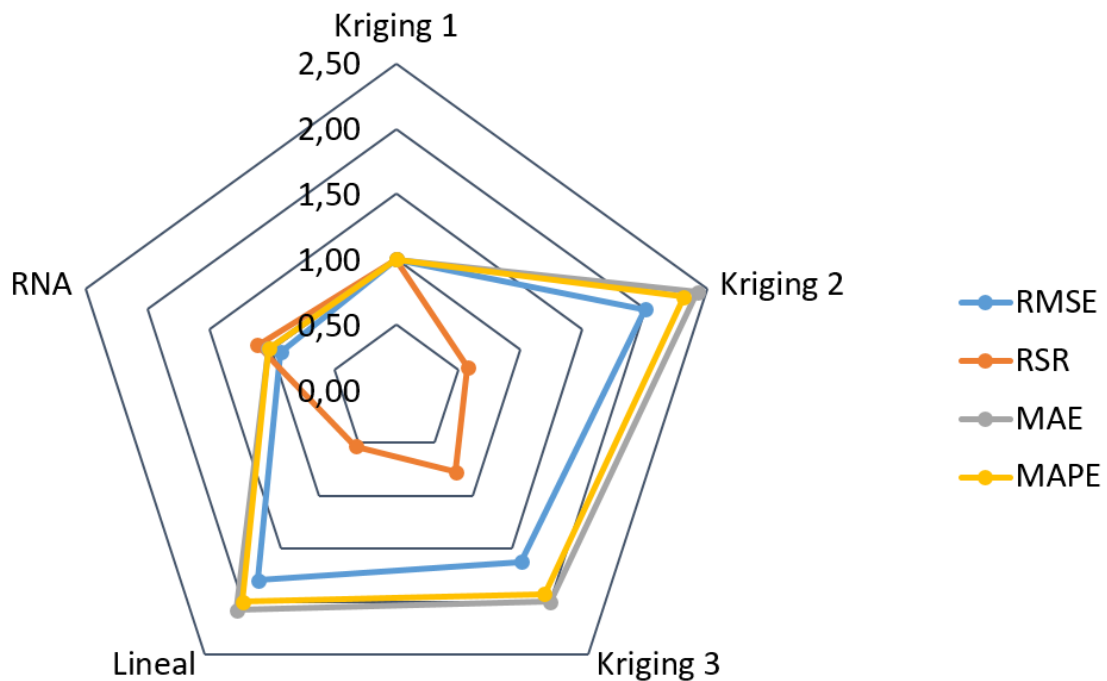
Cabe destacar que algunos valores del indicador RSR superan la unidad. Este resultado pone de manifiesto la sensibilidad del RSR a la dispersión de los datos y sugiere la conveniencia de interpretar conjuntamente todas las métricas de error, en lugar de basar la evaluación en un único indicador.

La figura 9 muestra la relación entre los valores predichos y los valores reales para las losas #31 a #37, considerando los distintos modelos analizados. Cuanto más próxima esté esta relación a la unidad, mejor será la calidad de la predicción. Se observa que, en la mayoría de los casos, los modelos tienden a sobreestimar los valores reales. Los modelos cuyas predicciones se sitúan más cerca de la unidad —y, por tanto, presentan un menor error relativo— son el *kriging 1* y las redes neuronales.



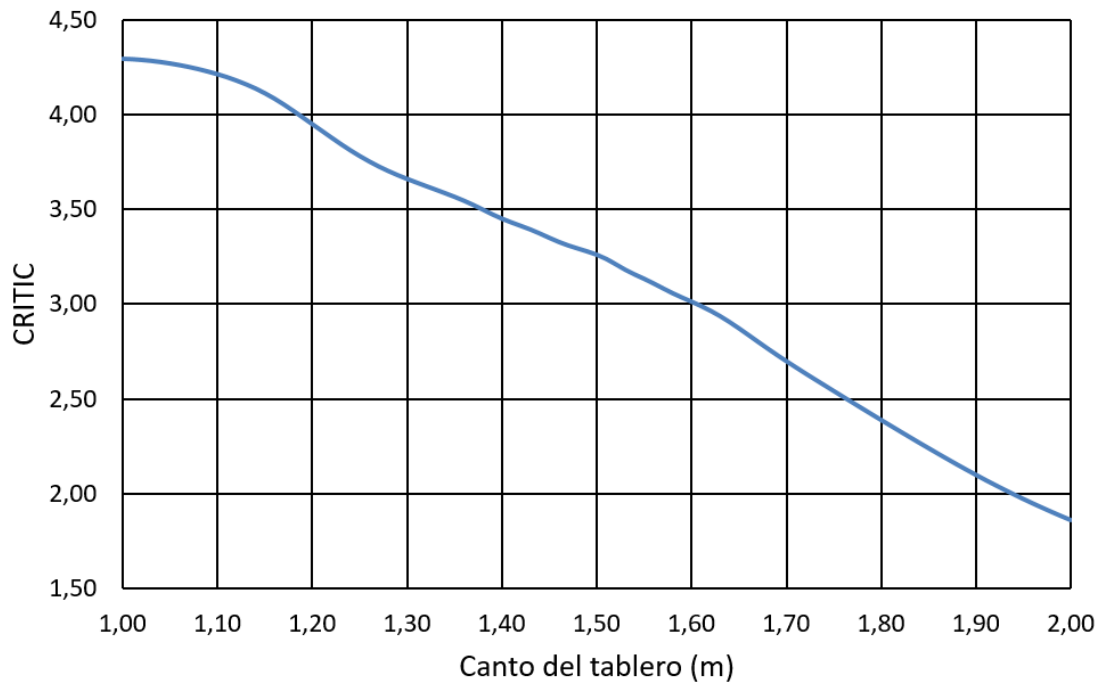
**Figura 9.** Relación entre las predicciones y los datos observados para los tableros #31 a #37. Ratios cercanos a 1 indican una mejor predicción.

La figura 10 muestra las métricas empleadas para evaluar la eficacia de los distintos modelos predictivos considerados en este estudio. Para facilitar su comparación, los valores se han normalizado con respecto a las métricas del modelo *kriging 1*, que presenta los menores errores relativos. Valores más bajos de las métricas indican una mayor fiabilidad predictiva. En este contexto, *kriging 1* y la red neuronal artificial vuelven a mostrar el mejor rendimiento.



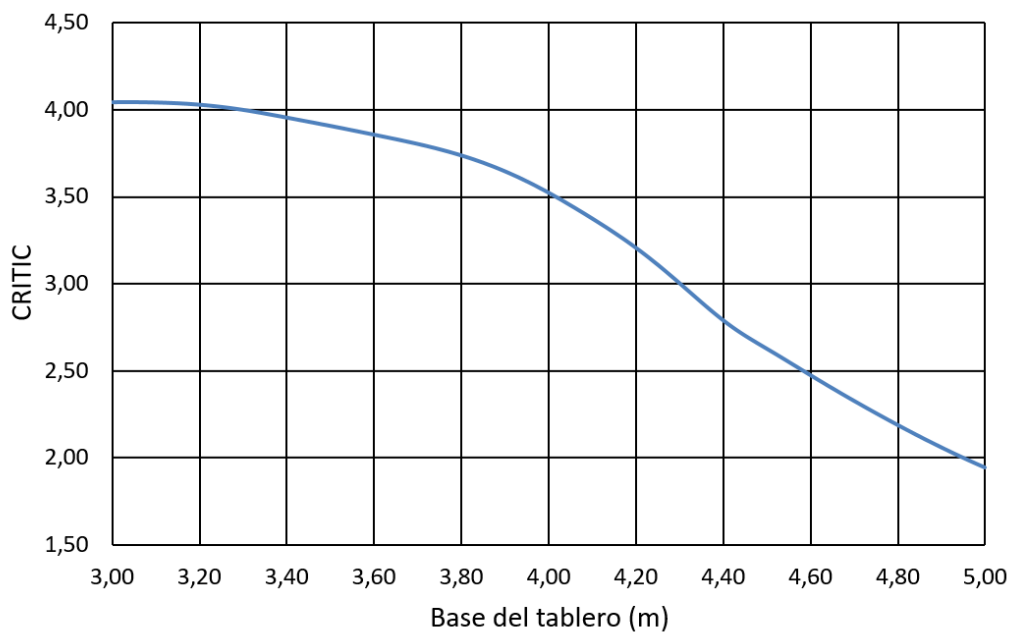
**Figura 10.** Métricas de error normalizadas respecto al modelo *kriging 1*. Los valores más bajos de la relación indican errores menores en los modelos predictivos.

Se evalúa la capacidad de la red neuronal para identificar valores óptimos mediante el análisis de los promedios obtenidos en 25 ejecuciones realizadas con los 37 valores observados. La figura 11 muestra la predicción del indicador CRITIC en función del canto mínimo del tablero para una base de 3.25 m y hormigón H-40. Los resultados de la red neuronal indican que los tableros de compromiso se caracterizan por presentar cantos esbeltos. Asimismo, en la figura 11 se observa que CRITIC desciende de forma casi lineal en el intervalo de cantos de la losa comprendido entre 1.00 y 2.00 m.



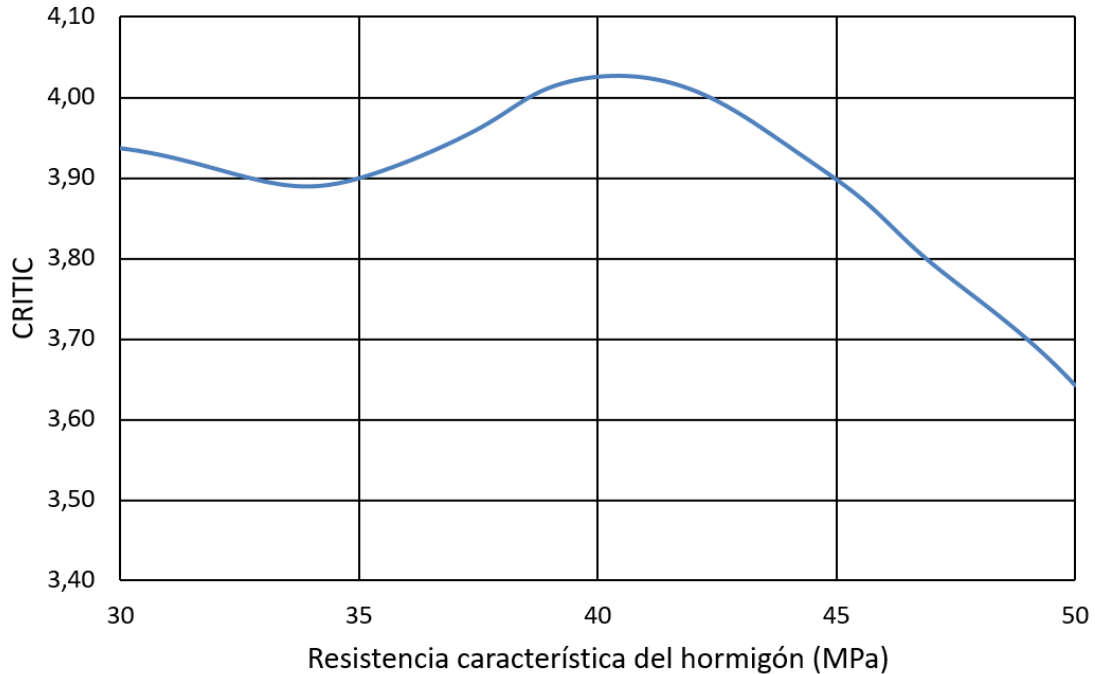
**Figura 11.** Indicador CRITIC en función del canto del tablero para una base de 3.25 m y hormigón H-40.

Para un canto de 1.15 m y hormigón H-40, la red neuronal muestra la evolución del indicador CRITIC en función del ancho del tablero. Como se observa en la figura 12, en el intervalo de bases entre 3.00 y 3.40 m, el valor del indicador se mantiene prácticamente constante. A partir de ese rango, disminuye gradualmente y, a partir de 4.00 m, el descenso se acentúa. Este comportamiento es coherente con el valor mínimo de la base obtenido al optimizar la superficie de respuesta mediante *kriging*, que fue de 3.25 m.



**Figura 12.** Indicador CRITIC en función del ancho del tablero para un canto de 1.15 m y hormigón H-40.

Manteniendo el canto en 1.15 m y la base en 3.25 m, la red neuronal muestra la evolución del indicador CRITIC en función de la resistencia característica del hormigón (figura 13). Se identifica claramente un máximo del indicador para hormigones H-40, así como un descenso acusado en el intervalo de 45 a 50 MPa. Este comportamiento es coherente con el valor de 40 MPa obtenido en la optimización de la superficie de respuesta generada mediante *kriging*.



**Figura 13.** Indicador CRITIC en función de la resistencia característica del hormigón, para un tablero con base de 3.25 m y canto de 1.15 m.

Dado el comportamiento no lineal observado en los análisis previos, las redes neuronales resultan especialmente útiles, ya que permiten estimar el comportamiento del indicador CRITIC en función de las variables de diseño. Esto proporciona al proyectista una herramienta muy valiosa para orientar y centrar el prediseño con mayor precisión. Además, al comparar las tendencias obtenidas mediante las predicciones de la red neuronal con las superficies de contorno de las figuras 6, 7 y 8, se observa una buena coherencia, lo que respalda la fiabilidad del enfoque.

### 4.3 Recomendaciones prácticas de proyecto

La Dirección General de Carreteras (DGC) [31] propone relaciones de esbeltez comprendidas entre 1/22 y 1/30, mientras que SETRA [32] recomienda un valor de 1/28 para tableros de losa de tres vanos con voladizos anchos. En este contexto, los resultados obtenidos mediante la red neuronal permiten formular recomendaciones prácticas orientadas a alcanzar una solución de compromiso entre los criterios económicos y medioambientales para puentes de losa pretensada de tres vanos, con una luz principal de 34 m.

En particular, se recomienda adoptar una esbeltez elevada, próxima a 1/30, junto con una cuantía de hormigón en el tablero inferior a 0.60 m<sup>3</sup>/m<sup>2</sup>. Asimismo, la cuantía de armadura

pasiva debería situarse en torno a  $75 \text{ kg/m}^2$  de tablero, manteniendo la armadura activa por debajo de  $17 \text{ kg/m}^2$ . Finalmente, se aconseja emplear un hormigón con una resistencia característica de 40 MPa, compatible con los requisitos estructurales y los objetivos de sostenibilidad considerados.

Así, la red neuronal permite analizar la tendencia de variación de las principales variables de diseño del tablero del puente e identificar un óptimo local, próximo al obtenido mediante la optimización de la superficie de respuesta del metamodelo *kriging*. No obstante, para que el *kriging* o las redes neuronales alcancen una mayor precisión predictiva, es necesario aplicar un proceso de optimización heurística.

Por tanto, aunque los modelos subrogados ofrecen una aproximación de la superficie de respuesta, es imprescindible optimizarla para localizar un mínimo local fiable. Aun así, estos modelos permiten obtener soluciones contrastadas para el proyecto y contribuyen a acotar los rangos óptimos de diseño de las variables más influyentes. El enfoque propuesto constituye, por tanto, una herramienta muy útil para los profesionales de la ingeniería estructural que no utilizan habitualmente algoritmos heurísticos de optimización y, por ello, pueden estar desaprovechando oportunidades significativas de reducción de costes económicos y de impacto medioambiental.

## 5 Conclusiones

El presente estudio ha permitido analizar la optimización multicriterio de puentes losa postesados mediante la integración del coste económico, las emisiones de  $\text{CO}_2$  y la energía incorporada en un único indicador de sostenibilidad basado en el método CRITIC. Los resultados obtenidos ponen de manifiesto la complejidad del problema, caracterizado por una superficie de respuesta fuertemente no lineal y la presencia de múltiples óptimos locales.

Desde el punto de vista metodológico, se ha comprobado que los metamodelos permiten aproximar de forma eficiente el comportamiento del sistema, reduciendo significativamente la necesidad de evaluaciones estructurales completas. Entre los modelos analizados, el *kriging 1* presenta el mejor equilibrio global entre precisión y robustez, mientras que las redes neuronales destacan por su capacidad para capturar relaciones no lineales, aunque son más sensibles al tamaño del conjunto de datos.

Desde el punto de vista estructural, las soluciones óptimas se asociaron con tableros esbeltos, con relaciones luz/canto próximas a 1/30, cantos cercanos a 1.15 m y bases de alrededor de 3.25 m. Además, el hormigón H-40 resultó ser la alternativa más eficiente para alcanzar un equilibrio entre coste, emisiones de  $\text{CO}_2$  y energía incorporada. No obstante, estos valores deben interpretarse en el contexto específico de la tipología analizada, por lo que su generalización a otros casos requiere un análisis adicional que considere diferentes condiciones geométricas, de carga y de entorno.

La solución de compromiso obtenida mediante el indicador CRITIC permitió reducir significativamente el impacto ambiental manteniendo un incremento económico prácticamente despreciable respecto a la solución de mínimo coste, lo que demuestra la viabilidad técnica de integrar criterios de sostenibilidad en el prediseño estructural.

Como aportación principal, el trabajo propone una metodología objetiva que combina el método multicriterio CRITIC con metamodelos *kriging* y redes neuronales para asistir en el diseño sostenible de puentes de hormigón postesado. Este enfoque proporciona al proyectista una herramienta rápida y fiable para identificar configuraciones estructurales eficientes sin recurrir a procesos iterativos complejos.

Como líneas futuras de investigación, se propone ampliar el número de alternativas analizadas e incorporar un mayor número de variables de diseño. Asimismo, la integración de esta metodología en enfoques de análisis del ciclo de vida completo y su implementación en entornos BIM podrían potenciar su aplicabilidad práctica en el diseño sostenible de infraestructuras.

### Agradecimientos

Ayuda PID2023-150003OB-I00 financiada por MICIU/AEI/10.13039/501100011033 y por “FEDER/UE”.

### Referencias

- [1] Schmidt, J.S., Osebold, R. (2017) Environmental management systems as a driver for sustainability: state of implementation, benefits and barriers in German construction companies, *J. Civ. Eng. Manag.* 23(1): 150–162.  
<https://doi.org/10.3846/13923730.2014.946441>
- [2] Huang, G., Hoekstra, A.Y., Krol, M.S., Galindo, A., Jägermeyr, J., Yu, C., Wang, R. (2020) Water-saving agriculture can deliver deep water cuts for China, *Resour. Conserv. Recycl.* 154: 104578. <https://doi.org/10.1016/j.resconrec.2019.104578>
- [3] World Green Building Council. (2023). *How we are building the transition to support the Sustainable Development Goals*. <https://worldgbc.org/wp-content/uploads/2023/09/Buildings-SDG-graphic-1.pdf> (consultada el 10.04.25).
- [4] Gursel, A. P., Masanet, E., Horvath, A., & Stadel, A. (2014). Life-cycle inventory analysis of concrete production: A critical review. *Cem. Concr. Compos.* 51: 38–48.  
<https://doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2014.03.005>
- [5] Yeo, D., Gabbai, R.D. (2011) Sustainable design of reinforced concrete structures through embodied energy optimization, *Energy Build.* 43: 2028–2033.  
<https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2011.05.015>
- [6] Wu, P., Xia, B., Zhao, X. (2014) The importance of use and end-of-life phases to the life cycle greenhouse gas (GHG) emissions of concrete: a review, *Renew. Sustain. Energy Rev.* 37: 360–369. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2014.04.052>
- [7] Geng, S., Wang, Y., Zuo, J., Zhou, Z., Du, H., Mao, G. (2017) Building life cycle assessment research: a review by bibliometric analysis, *Renew. Sustain. Energy Rev.* 76: 176–184.  
<https://doi.org/10.1016/j.rser.2017.03.097>
- [8] Yepes, V., Martí, J.V., García-Segura, T. (2015) Cost and CO<sub>2</sub> emission optimization of precast-prestressed concrete U-beam road bridges by a hybrid glowworm swarm algorithm, *Autom. Constr.* 49: 123–134. <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2014.10.013>

- [9] García-Segura, T., Yepes, V. (2016) Multiobjective optimization of post-tensioned concrete box-girder road bridges considering cost, CO<sub>2</sub> emissions, and safety, *Eng. Struct.* 125: 325–336. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.07.012>
- [10] Penadés-Plà, V., García-Segura, T., Martí, J.V., Yepes, V. (2018) An optimization-LCA of a prestressed concrete precast bridge, *Sustainability* 10(3): 685. <https://doi.org/10.3390/su10030685>
- [11] Cressie, N. (1990) The origins of Kriging, *Math. Geol.* 22: 239–252. <https://doi.org/10.1007/BF00889887>
- [12] YiFei, L., MaoSen, C., Hoa, T.N., Khatir, S., Minh, H.L., SangTo, T., Cuong-Le, T., Wahab, M.A. (2023) Metamodel-assisted hybrid optimization strategy for model updating using vibration response data, *Adv. Eng. Softw.* 185: 103515. <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2023.103515>
- [13] Sánchez-Zabala, V.F., Gómez-Acebo, T. (2024) Building energy performance metamodels for district energy management optimisation platforms, *Energy Convers. Manag.*: X 21: 100512. <https://doi.org/10.1016/j.ecmx.2023.100512>
- [14] Yepes-Bellver, L., Brun-Izquierdo, A., Alcalá, J., Yepes, V. (2022) CO<sub>2</sub>-optimization of post-tensioned concrete slab-bridge decks using surrogate modeling, *Materials* 15(14): 4776. <https://doi.org/10.3390/ma15144776>
- [15] Yepes-Bellver, L., Brun-Izquierdo, A., Alcalá, J., Yepes, V. (2023) Embodied energy optimization of prestressed concrete road flyovers by a two-phase Kriging surrogate model, *Materials* 16(20): 6767. <https://doi.org/10.3390/ma16206767>
- [16] Yepes-Bellver, L., Brun-Izquierdo, A., Alcalá, J., Yepes, V. (2025) Surrogate-assisted cost optimization for post-tensioned concrete slab bridges, *Infrastructures* 10(2): 43. <https://doi.org/10.3390/infrastructures10020043>
- [17] Hong, W.K., Nguyen, M.C., Pham, T.D. (2023) Pre-tensioned concrete beams optimized with a unified function of objective (UFO) using ANN-based Hong-Lagrange method, *J. Asian Archit. Build. Eng.* 23(5): 1573–1595. <https://doi.org/10.1080/13467581.2023.2270028>
- [18] Navarro, I.J., Penadés-Plà, V., Martínez-Muñoz, D., Rempling, R., Yepes, V. (2020) Life cycle sustainability assessment for multi-criteria decision making in bridge design: a review, *J. Civ. Eng. Manag.* 26(7): 690–704. <https://doi.org/10.3846/jcem.2020.13599>
- [19] Diakoulaki, D., Mavrotas, G., Papayannakis, L. (1995) Determining objective weights in multiple criteria problems: the CRITIC method, *Comput. Oper. Res.* 22(7): 763–770. [https://doi.org/10.1016/0305-0548\(94\)00059-H](https://doi.org/10.1016/0305-0548(94)00059-H)
- [20] Lophaven, S.N., Nielsen, H.B., Søndergaard, J. (2002) *DACE—A MATLAB Kriging Toolbox (IMM-TR-2002-12)*, Lyngby, Dinamarca, Technical University of Denmark, pp. 1–28.
- [21] McKay, M.D., Beckman, R.J., Conover, W.J. (1979) A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code, *Technometrics* 21(2): 239–245. <https://doi.org/10.1080/00401706.1979.10489755>
- [22] Penadés-Plà, V., García-Segura, T.; Yepes, V. (2019) Accelerated optimization method for low-embodied energy concrete box-girder bridge design, *Eng. Struct.* 179: 556-565. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.11.015>

- [23] Mathern, A., Penadés-Plà, V., Armesto Barros, J., Yepes, V. (2022) Practical metamodel-assisted multi-objective design optimization for improved sustainability and buildability of wind turbine foundations, *Struct. Multidisc. Optim.* 65: 46. <https://doi.org/10.1007/s00158-021-03154-0>
- [24] LeCun, Y., Bengio, Y., Hinton, G. (2015) Deep learning, *Nature* 521(7553): 436–444. <https://doi.org/10.1038/nature14539>
- [25] Zhang, G., Patuwo, B.E., Hu, M.Y. (1998) Forecasting with artificial neural networks: the state of the art, *Int. J. Forecast.* 14(1): 35–62. [https://doi.org/10.1016/S0169-2070\(97\)00044-7](https://doi.org/10.1016/S0169-2070(97)00044-7)
- [26] Hornik, K., Stinchcombe, M., White, H. (1989) Multilayer feedforward networks are universal approximators, *Neural Netw.* 2(4): 359–366. [https://doi.org/10.1016/0893-6080\(89\)90020-8](https://doi.org/10.1016/0893-6080(89)90020-8)
- [27] Rumelhart, D.E., McClelland, J.L., PDP Research Group (1986) *Parallel Distributed Processing: Explorations in the Microstructure of Cognition*, Vol. 1: Foundations, Cambridge, MA, MIT Press.
- [28] Rumelhart, D.E., Hinton, G.E., Williams, R.J. (1986) Learning representations by back-propagating errors, *Nature* 323(6088): 533–536. <https://doi.org/10.1038/323533a0>
- [29] Martí-Vargas, J.R., Ferri, F.J., Yepes, V. (2013) Prediction of the transfer length of prestressing strands with neural networks, *Comput. Concr.* 12(2): 187–209. <https://doi.org/10.12989/cac.2013.12.2.187>
- [30] Kianifar, M.R., Campean, F. (2020) Performance evaluation of metamodeling methods for engineering problems: towards a practitioner guide, *Struct. Multidiscip. Optim.* 61: 159–186. <https://doi.org/10.1007/s00158-019-02352-9>
- [31] Dirección General de Carreteras (2000) *Obras de paso de nueva construcción: Conceptos generales*. Ministerio de Fomento, Centro de Publicaciones.
- [32] SETRA (1989) *Ponts-Dalles. Guide de conception*. Ministère de l'Équipement, du Logement des Transports et de la Mer.
- [33] Manterola, J. (2006) *Puentes. Apuntes para su diseño, cálculo y construcción*. Madrid: Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.