

Crítica de la CSCT para los artículos del Código Modelo sobre la resistencia a cortante y su efecto de escala en vigas de hormigón armado

Critique of Critical Shear Crack Theory for fib Model Code Articles on Shear Strength and Size Effect of Reinforced Concrete Beams

Abdullah Dönmez^{a,b} & Zdeněk P. Bažant^{b,*}

^a Istanbul Technical University, Department of Civil Engineering, Istanbul, Turkey

^b Northwestern University, Department of Civil & Environmental Engineering, Evanston, Illinois

Recibido el 7 de diciembre de 2023; aceptado el 29 de enero de 2024

RESUMEN

El efecto de escala de la "Teoría de la Fisura Crítica de Cortante" ("Critical Shear Crack Theory", CSCT por sus siglas en inglés) de Muttoni y colaboradores se aproxima bastante (con diferencias de hasta el 15%) y es asintóticamente idéntica a la ley del efecto de escala energético ("Size Effect Law", SEL), que ha sido ampliamente verificada tanto experimentalmente como teóricamente (y ha sido adoptada por el Código ACI 318 de 2019, para cortante y punzonamiento). No obstante, la deducción y el procedimiento de cálculo de la CSCT ofuscan la mecánica del fallo. En este artículo se demuestra que la CSCT se sustenta en seis hipótesis científicamente insostenibles, que tendrían que ser enseñadas a los estudiantes como si fueran dogmas de fe. Dichas hipótesis hacen que la CSCT no sea fiable para tamaños fuera del rango habitual de ensayos; tanto para vigas con secciones transversales en T, I y cajón, o para vigas continuas. Estas conclusiones están respaldadas por simulaciones de elementos finitos, calibradas experimentalmente, del itinerario de la fisura y de su apertura, de las distribuciones y concentraciones de tensiones durante el fallo, y de la liberación de energía de deformación. Las simulaciones también demuestran que la CSCT es incompatible con el modelo de bielas y tirantes, que está actualizado (en el Código ACI 318 de 2019) para incluir el efecto de escala en la biela de compresión. Por último, se indican deficiencias adicionales de la "Teoría Modificada del Campo de Compresiones" ("Modified Compression Field Theory", MCFT), actualmente integrada en el Código Modelo.

PALABRAS CLAVE: Fragilidad, fractura de hormigón, códigos de diseño, criterios energéticos, simulaciones por elementos finitos, mecánica de fractura, mecánica del hormigón, efecto de escala, fallo a cortante, resistencia estructural.

©2024 Hormigón y Acero, la revista de la Asociación Española de Ingeniería Estructural (ACHE). Publicado por Cinter Divulgación Técnica S.L. Este es un artículo de acceso abierto distribuido bajo los términos de la licencia de uso Creative Commons (CC BY-NC-ND 4.0)

Traducido por Gonzalo Ruiz del artículo original publicado por Wiley en la revista *Structural Concrete*: A. Dönmez & Z. P. Bažant. Critique of critical shear crack theory for fib Model Code articles on shear strength and size effect of reinforced concrete beams. *Structural Concrete* (2019) 1–13.

<https://doi.org/10.1002/suco.201800315>

ABSTRACT

The size effect of Muttoni *et al.*'s critical shear crack theory (CSCT) is shown to be quite close (with differences up to 15%) and asymptotically identical to the energetic size effect law (SEL), which has been extensively verified experimentally and theoretically (and is adopted for the 2019 ACI Code, Standard 318, for both beam shear and punching). However, the CSCT derivation and calculation procedure obfuscates the mechanics of failure. It is shown to rest on six scientifically untenable hypotheses, which would have to be taught to students as an article of faith. They make CSCT untrustworthy outside the testing range; ditto for beams with T, I and box cross section, or for continuous beams. The present conclusions are supported by experimentally calibrated finite element simulations of crack path and width, of stress distributions and localizations during failure, and of strain energy release. The simulations also show the CSCT to be incompatible with the "strut-and-tie" model, which is (for 2019 ACI Code) modernized to include the size effect in the compression strut. Finally, further deficiencies are pointed out for the Modified Compression Field Theory (MCFT), currently embedded in the Model Code.

KEYWORDS: Brittleness, concrete fracture, design codes, energy criteria, finite elements simulations, fracture mechanics, mechanics of concrete, scaling, shear failure, structural strength.

©2024 Hormigón y Acero, the journal of the Spanish Association of Structural Engineering (ACHE). Published by Cinter Divulgación Técnica S.L. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons (CC BY-NC-ND 4.0) License

Translated by Gonzalo Ruiz from the original article published in the *Journal Structural Concrete*, published by Wiley. A. Dönmez & Z. P. Bažant Critique of critical shear crack theory for fib Model Code articles on shear strength and size effect of reinforced concrete beams. *Structural Concrete* (2019) 1–13.

<https://doi.org/10.1002/suco.201800315>

* Persona de contacto / Corresponding author:

Correo-e / e-mail: z-bazant@northwestern.edu (Zdeněk P. Bažant)

1. NATURALEZA Y EVOLUCIÓN DE LAS FÓRMULAS DE EFECTO DE ESCALA EN LOS CÓDIGOS DE DISEÑO

Hace medio siglo, ensayos en Stuttgart [1-3], Toronto [4,5] y Tokio [6] demostraron la existencia de un fuerte efecto de escala en el fallo por cortante de vigas de hormigón armado (HA). La ley potencial estadística de efecto de escala de Weibull [7] ya era bien conocida en esa época, pero también se sabía que solo se adecuaba a estructuras en las que la formación de una pequeña fisura (o elemento de volumen representativo de material fisurado) en cualquier punto de la estructura generaba una propagación dinámica de la fisura y causaba un fallo inmediato. Evidentemente, este no es el caso del fallo por cortante en vigas de HA, las cuales soportan una extensa fisuración y un prolongado crecimiento estable de la fisura antes de alcanzar la carga última.

Adaptando la aproximación energética de la fractura elástica lineal a los materiales cuasifrágiles, se formuló una nueva ley del efecto de escala energético ("Size Effect Law", SEL por sus siglas en inglés) en 1984 [8], destinada a los fallos que se producen tras el crecimiento estable de una fisura larga, como es habitual en el fallo por cortante de vigas de hormigón armado (HA). Inmediatamente después [9], la SEL fue propuesta al ACI para el diseño a cortante de vigas de HA, incluyendo las vigas pretensadas [10]. Más adelante, se comprobó su aplicabilidad a diversos tipos de fallo en materiales cuasifrágiles [11, 12], que no se ajustan a la mecánica de fractura elástica lineal. Esta ley no es sólo aplicable al hormigón, sino también a materiales como cerámicas resistentes, compuestos con fibras, rocas, suelos compactos, hielo marino, madera, espumas rígidas, hueso, etc. La SEL refleja la transición de un comportamiento cuasi dúctil en estructuras de hormigón pequeñas a uno cuasi frágil en estructuras grandes. Esta transición de dúctil a frágil en la respuesta estructural se debe a la heterogeneidad del material, la cual provoca que la zona de proceso de fractura ("Fracture Process Zone", FPZ) sea extensa (aproximadamente 0.5 m en hormigón frente a micras en metales), y significativamente larga en relación al tamaño de la sección transversal.

La teoría del efecto de escala basada en la mecánica de fractura cuasifrágil tuvo que esperar tres décadas para ganar amplia aceptación en la comunidad ingenieril. Esta larga espera fue causada principalmente por diversas controversias generadas por explicaciones alternativas al efecto de escala, por ejemplo, la naturaleza fractal de las superficies de las fisuras o de la microestructura del hormigón, el papel de la capa límite, y los efectos del espaciado inicial de las fisuras, de su apertura, o de los diversos tipos de aleatoriedad en el material.

En la década de los 1980, ninguna teoría sobre los fallos cuasifrágiles era aceptada en general. La Sociedad Japonesa de Ingenieros Civiles ("Japan Society of Civil Engineers", JSCE) y el Comité Europeo del Hormigón ("Comité Européen du Béton", CEB), pensando probablemente que "mejor algo que nada", introdujeron en sus especificaciones de diseño ecuaciones puramente empíricas para el efecto de escala en el cortante último [13] y en el cortante de fisuración [14]. Mientras tanto, los comités del ACI, conscientes de la tendencia al enquistamiento en los códigos de las especificaciones adoptadas por votación democrática en grandes comités, y pensando con cautela que "mejor nada que algo controvertido", pasaron tres décadas

en vibrantes polémicas hasta que finalmente decidieron adoptar la SEL para las especificaciones de cortante en vigas, punzonamiento en losas, y bielas y tirantes (que se han adoptado en la versión 2019 del código ACI 318).

Mientras tanto, la *fib* ("fédération internationale du béton"), sucesora del CEB, realizó un cambio en su Código Modelo del 2010 [15]. Adoptó las ecuaciones del efecto de escala basadas en la llamada "Teoría Modificada del Campo de Compresiones" ("Modified Compression Field Theory", MCFT) para el cortante en vigas y la "Teoría de la Fisura Crítica de Cortante" ("Critical Shear Crack Theory", CSCT) para el cortante por punzonamiento [15-19]. La MCFT utiliza argumentos elementales y supuestamente lógicos, en los cuales se imagina que la apertura crítica de la fisura, w , y una cierta deformación, ϵ , estimados a partir de la teoría clásica elástica de la flexión de vigas, son los indicadores de fallo. El Código Modelo de 2010 [15] especifica en sus Ecuaciones (7.3-19) y (7.3-21) dos aproximaciones para la resistencia a cortante en vigas sin estribos: Nivel I y Nivel II. Este artículo se centra en la aproximación del Nivel II. El Nivel I, que se trata (según la Ecuación 7.3-21 en la Ref. [15]) como una aproximación al Nivel II, solo será examinado brevemente en el Apéndice.

Actualmente, la llamada CSCT [18-20], extendiendo un concepto de 1991 [21], se propone como una mejora del Código Modelo de 2010 para el cortante en vigas (o de una dirección). El Código Suizo [22] ya ha adoptado la CSCT tanto para el cortante en vigas como para el punzonamiento (cortante en dos direcciones), mientras que el Código Modelo de 2010 lo ha hecho para este último. El objetivo de este artículo es llamar la atención sobre los errores en la CSCT.

2. HIPÓTESIS SUBYACENTES A LA CSCT

Un examen detallado muestra que hay seis hipótesis implícitas en la CSCT. La resistencia (tensión última) a cortante promedio (o nominal) en la sección transversal se denota como $v_u = V_R/bd$, donde V_R es el esfuerzo cortante resistido por el hormigón; d =canto útil (profundidad de la sección transversal desde la cara comprimida hasta el centro de gravedad del refuerzo); b =anchura.

Hipótesis 1.

Se asume que el esfuerzo cortante, V_R , soportado por el hormigón en carga máxima está (tanto en la CSCT como en la MCF T) controlado por una apertura característica de fisura w de la fisura dominante que conduce al fallo.

Hipótesis 2.

Para expresar el efecto de escala, se asume que (Ecuación 1 en la Ref. [19]):

$$\frac{v_u}{\sqrt{f_c}} = \frac{\alpha_1}{1 + \alpha_2 (w/d_{dg})}, \alpha_1 = 1/3 \text{ (en MPa, mm)} \quad (1)$$

donde α_2 es una constante de calibración empírica; f_c es la resistencia a compresión media del hormigón (tanto f_c como $\sqrt{f_c}$ se consideran en MPa); y d_{dg} se denomina rugosidad superficial equivalente, y se calcula como $d_{dg} = \min(d_g + 16, 40 \text{ mm})$, siendo d_g el tamaño máximo del árido.

Hipótesis 3.

Se asume que la apertura de la fisura diagonal dominante es proporcional a una cierta deformación de referencia, ϵ ,

$$w = \alpha_3 \epsilon d, \quad \alpha_3 = 120/\alpha_2 \quad (2)$$

donde α_3 es un coeficiente empírico que depende de α_2 , y ϵ se define como la deformación normal en la dirección longitudinal, x , en una ubicación característica determinada, atravesando la fisura dominante (ver la ecuación en línea sobre la Ecuación 1 en la Ref. [19]).

Cabe señalar que las Hipótesis (1–3) podrían fusionarse desde el punto de vista de la aplicación práctica. Pero aquí se mantienen separadas para clarificar cuáles son todas las hipótesis implicadas en la derivación de la CSCT, y permitir su discusión específica en el resto del artículo.

Hipótesis 4.

Se asume que la deformación de referencia, ϵ , es la deformación longitudinal a una distancia $d/2$ desde la carga concentrada $P=V_R$ hacia el apoyo, y a una profundidad de $0.6d$ desde la cara superior de la viga (Ecuación 2 en la Ref. [19]).

Hipótesis 5.

La deformación de referencia, ϵ , propuesta para controlar la apertura de la fisura, se calcula de acuerdo con la teoría de vigas elásticas lineales basada en la hipótesis de Bernoulli-Navier de secciones transversales planas que permanecen planas (Ecuaciones (2) y (3) en la Ref. [19]), es decir,

$$\epsilon = \frac{M}{bd\rho E_s(d-c/3)} \frac{a_4 d-c}{d-c}, \quad M=V_R(\alpha-\alpha_5 d), \quad \alpha_4=0.6, \quad \alpha_5=1/2 \quad (3)$$

y, de acuerdo con la hipótesis de resistencia a tracción nula en el hormigón en vigas con armadura longitudinal (Ref. [19], Ecuación 4),

$$c = \alpha_6 d, \quad \alpha_6 = \frac{\rho E_s}{E_c} \left(\sqrt{1 + \frac{2E_c}{\rho E_s}} - 1 \right) \quad (4)$$

donde E_c , E_s = módulos elásticos del hormigón y del acero, ρ = cuantía de acero, c = distancia de la fibra neutra a la cara superior de la viga (longitud del perfil triangular de compresión elástica), a = luz de cortante = distancia entre la carga concentrada y el apoyo más cercano.

Hipótesis 6.

Se asume que las ecuaciones anteriores, basadas en la teoría de flexión de vigas elásticas lineales, son aplicables en carga máxima (o última) de la viga, es decir, en el fallo incipiente por cortante en control de carga.

Las notaciones anteriores podrían simplificarse reemplazando $\alpha_1 \dots \alpha_5$ por valores numéricos. Sin embargo, aquí se prefieren las notaciones generales para dichos coeficientes porque sus valores pueden cambiar si la CSCT se recalibra con una base de datos más amplia (por ejemplo, la base de datos de ACI-445).

3.

RESISTENCIA A CORTANTE EN VIGAS DE ACUERDO CON LA CSCT A PARTIR DE LAS HIPÓTESIS, Y COMPARACIÓN CON ACI-446

La deformación de referencia ϵ de la Ecuación 2 (Hipótesis 3, 5, 6) se puede escribir en forma adimensional:

$$\epsilon = \gamma v_u, \quad \gamma = \frac{\alpha-\alpha_5 d}{\rho E_s(d-c/3)} \frac{a_4 d-c}{d-c} \quad (5)$$

Sustituyendo ϵ de la Ecuación 2 en la Ecuación 1 (Hipótesis 1, 2), se obtiene una ecuación cuadrática para v_u . Resolviéndola se obtiene:

$$\frac{v_u}{\sqrt{f_c}} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4\alpha_1 C_1 d}}{2C_1 d}, \quad C_1 = \frac{\alpha_2 \alpha_3 \gamma \sqrt{f_c}}{d_{dg}} \quad (6)$$

que coincide con la Ecuación 5 de la Ref. [19]. Multiplicando tanto el numerador como el denominador del lado derecho de esta ecuación por $1 + \sqrt{1 + 4\alpha_1 C_1 d}$, se obtiene una expresión más instructiva de esta ecuación:

$$\frac{v_u}{\sqrt{f_c}} = \frac{2\alpha_1}{1 + \sqrt{1 + d/d_0^M}}, \quad d_0^M = \frac{1}{4\alpha_1 C_1} \quad (7)$$

Esta ecuación se puede comparar fácilmente con el factor de efecto de escala λ propuesto por el Comité 445 del ACI sobre Mecánica de Fractura. Este factor ha sido adoptado por la edición de 2019 del código ACI 318, y es:

$$v_u = v_0 \lambda, \quad \lambda = \frac{1}{\sqrt{1 + d/d_0}} \quad (8)$$

donde d_0 es una constante llamada tamaño de transición (en ACI 318 vale 254 mm = 10 pulgadas).

Es necesario señalar que ACI también incluye un límite horizontal en $v_u = 2\sqrt{f_c}$ (introducido por ACI 318E), que no se considera aquí porque se justifica por razones estadísticas y no mecánicas, en concreto, por un ancho creciente de la banda de dispersión de la base de datos al acercarse a valores pequeños de d , lo que causa que el límite inferior de dicha banda para tamaños pequeños sea estadísticamente casi independiente de d .

Una característica importante es el comportamiento asintótico, que ha sido sólidamente establecido por la mecánica de fractura cuasifrágil y es el siguiente:

$$\begin{aligned} \text{para } d/d_0 \rightarrow 0: v_u &= \text{constante;} \\ \text{para } d/d_0 \rightarrow \infty: v_u &\rightarrow (d/d_0)^{-1/2} \end{aligned} \quad (9)$$

Estas propiedades asintóticas son satisfechas por ambas formulaciones. Sin embargo, para el mismo tamaño de transición, es decir, para $d_0^M = d_0$, las curvas del efecto de escala de $\log(v_u)$ frente a $\log(d/d_0)$ difieren significativamente y las asíntotas para tamaños grandes no coinciden; véase la figura 1a.

Variar la relación $k = d_0^M/d_0$ estira la curva del efecto de escala horizontalmente pero no cambia la pendiente asintótica de $-1/2$ en la gráfica logarítmica. ¿Pueden hacerse coincidir las asíntotas para tamaños grandes variando k ? Para responder esta cuestión, llamemos $q = d/d_0$, consideremos que las asíntotas para tamaños pequeños están emparejadas, lo cual ocurre

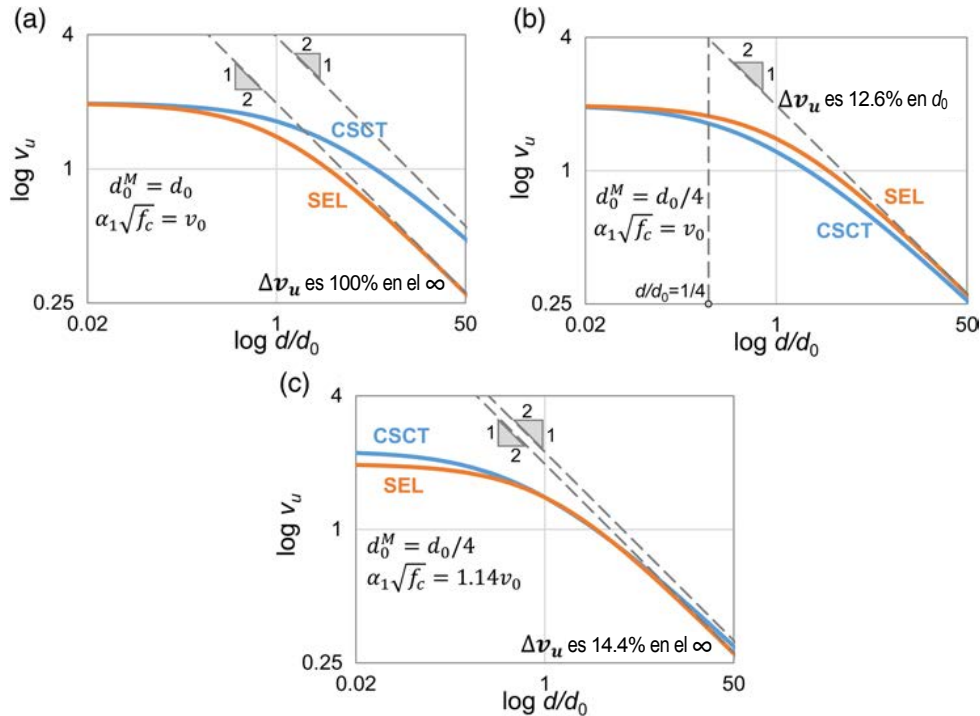


Figura 1. Comparación del efecto de escala dado por SEL y CSCT para cortante.

para $\alpha_1\sqrt{f_c} = v_0$, y busquemos el valor de k para el cual el límite para tamaños grandes de la relación de las expresiones del efecto de escala en las Ecuaciones 7 y 8 es igual a 1, es decir,

$$\lim_{d \rightarrow \infty} \frac{v_u^M}{v_u} = \lim_{d \rightarrow \infty} \frac{2\sqrt{1+q}}{1+\sqrt{1+q/k}} = 1 \quad (10)$$

El límite es $2\sqrt{k}$ e, igualándolo a 1, se encuentra que tanto el valor asintótico para tamaños pequeños, $\alpha_1\sqrt{f_c} = v_0$, como la condición asintótica para tamaños grandes en la Ecuación 10 coincide si (figura 1b):

$$k = 1/4 \quad \text{o} \quad d_0^M = d_0/4 \quad (11)$$

La figura 1b muestra que la diferencia, Δv_u , entre las dos curvas asintóticamente emparejadas es del 12.6% en $d=d_0$, que no es demasiado grande, aunque tampoco insignificante para el diseño.

La figura 1c muestra además que si las curvas coinciden en $d_0=d$, entonces la diferencia, Δv_u , entre las dos curvas es del 14.4% tanto en las asíntotas para tamaños pequeños como en las de tamaños grandes. Una vez más, la diferencia no es muy grande, aunque no insignificante para el diseño.

También se puede observar que las Ecuaciones 1 y 2 se usaron previamente en la MCFT [16, 23] sin que w dependiera de ϵ , y se adoptaron así en el Código Modelo de 2010 para la aproximación de Nivel I. En ese caso, la curva de efecto de escala terminaba con una pendiente asintótica de -1 en lugar de -1/2, lo cual es termodinámicamente imposible. El cambio a la pendiente -1/2 se logró mediante la modificación artificial de Muttoni y Fernández Ruiz [18] que incorporó la dependencia ficticia de ϵ y así hizo que w fuera proporcional a v_u . Esto condujo a la fórmula cuadrática para v_u , Ecuación

5, y así se cambió la pendiente asintótica de -1 (termodinámicamente imposible) al valor de -1/2 dictado por la mecánica de fractura.

4. DEFICIENCIAS DE LA CSCT SEÑALADAS POR SIMULACIONES POR ELEMENTOS FINITOS DE FALLO A CORTANTE

Ciertos aspectos fundamentales del proceso de fallo, como determinar el origen de la energía necesaria para la fractura y el lugar donde esta se disipa, son extremadamente difíciles de observar directamente en ensayos experimentales. No obstante, es posible obtener una visión más clara de estos fenómenos al complementar los resultados de los ensayos con un modelo numérico detallado y realista. Un ejemplo es el modelo constitutivo Microplane M7 [24, 25], diseñado para simular el daño por ablandamiento en el hormigón, implementado en un análisis por elementos finitos (EF) utilizando el modelo de fisuración en banda [26, 27]. Este enfoque ha demostrado su validez en numerosos estudios anteriores (véanse, por ejemplo, las Refs. [28-30]) y también se confirma en el Apéndice 2, que proporciona información adicional sobre el análisis de EF. En esta sección, adoptamos este método para examinar no solo el flujo de energía sino también otras características vitales para entender la resistencia al cortante, como la distribución de tensiones en las zonas dañadas y a lo largo de las grietas cohesivas, las redistribuciones de tensiones ocasionadas por la fractura y la respuesta global de estructuras de distintos tamaños y configuraciones.

Para que el análisis del efecto de escala en cortante sea coherente, es esencial que los modos de fallo y, en especial,

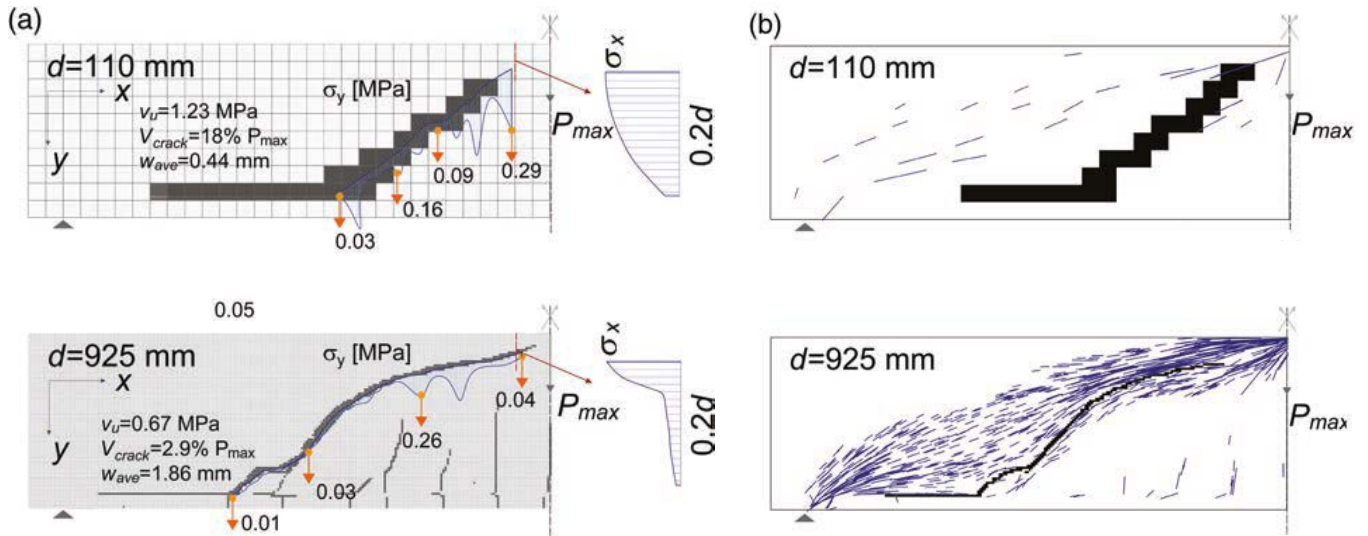


Figura 2. (a) Variación de tensiones longitudinales a través del ligamento por encima de la punta de la fisura principal (a la derecha de la viga) y variación de la componente vertical de las tracciones a lo largo de la fisura diagonal, (b) vectores de compresiones principales mínimas (máximas en valor absoluto) calculados para las vigas de Toronto [23].

la morfología de las fisuras dominantes, sean semejantes en vigas de diferentes tamaños pero geoméricamente similares. Este requisito se ha corroborado ampliamente en ensayos experimentales, en especial los realizados por Syroka-Korol y Tejchman [31], como se muestra en la figura 7 de la Ref. [32].

Se han llevado a cabo simulaciones de ensayos de cortante en vigas armadas de diferentes escalas, sin estribos y geoméricamente semejantes, utilizando el software ABAQUS. Para ello, se implementó el modelo de daño constitutivo Microplane M7 en la subrutina de usuario VUMAT. La calibración del código se efectuó tomando como referencia los ensayos de cortante minuciosamente realizados en el laboratorio de M. Collins en la Universidad de Toronto [23], como se detalla en el Apéndice 2.

La figura 2a muestra las mallas de EF para vigas casi homotéticas de dos tamaños, específicamente con $d=110$ mm y 924 mm, manteniendo una proporción de 8.41:1. Para evitar la influencia de la sensibilidad al tamaño de la malla, se optó por utilizar un tamaño uniforme de EF en ambas vigas. En la figura, los elementos oscurecidos indican las localizaciones de las máximas deformaciones longitudinales bajo la carga máxima P_{max} . Es importante destacar que la banda de elementos oscurecidos corre precisamente a lo largo del borde superior de la fisura principal; nótese que el ancho de esta banda corresponde al tamaño del elemento finito y no está relacionado con la apertura de la fisura.

4.1. Localización de las tensiones longitudinales

La figura 2a muestra, a la derecha de las vigas, los perfiles de tensiones normales longitudinales σ_x a lo largo de la altura del ligamento (entendido como la zona entre la punta de la fisura diagonal dominante de cortante en P_{max} y la cara superior). Estos perfiles (que son similares a los de la Ref. [33] y los de la figura 11 de la Ref. [32]) demuestran cómo los esfuerzos se localizan cerca de la cara superior a medida que el tamaño d aumenta. Es evidente que, en la viga más pequeña, la resistencia del material a través del ligamento se utiliza casi por

completo (para un comportamiento plástico, estaría completamente movilizada). En la viga más grande, por contra, la resistencia del material está, en P_{max} , localizada solo en una pequeña parte del ligamento. Esta localización ofrece una explicación intuitiva del efecto de escala (véanse también las Refs. [33–35]). ¿Qué tienen en común estos perfiles con la apertura de la fisura a una profundidad de $0.6d$, y en general con las Hipótesis 3 y 5? Nada.

4.2. Transmisión de tensiones a través de la fisura

La figura 2a desvela un aspecto crucial de las vigas de dos tamaños distintos, que no se puede medir directamente: la distribución de la componente vertical de la tracción transmitida en P_{max} a través de la fisura. Los porcentajes mostrados en las flechas verticales indican la componente vertical de la tracción transmitida en P_{max} , expresada como un porcentaje de la resistencia a la tracción del hormigón, y que resulta del engranaje de los áridos o del ablandamiento cohesivo. Es clave señalar que los porcentajes, exceptuando la zona próxima a la punta de la fisura, son relativamente bajos y disminuyen significativamente a medida que aumenta el tamaño de la viga.

En particular, obsérvense en la figura 2a los esfuerzos verticales V_{crack} indicados como porcentajes del esfuerzo cortante total, $V_c=P_{max}$. Los V_{crack} se calculan integrando las componentes verticales de la tracción a lo largo de la fisura. Para vigas pequeñas y grandes, estos representan tan solo el 18% y el 2.9% del esfuerzo cortante total V_c , respectivamente. Si el esfuerzo vertical transmitido en P_{max} a través de la fisura es tan pequeño, ¿cómo podría tener la anchura de la fisura, w , una influencia significativa en la resistencia a cortante? De hecho, no la tiene. Por lo tanto, las Hipótesis 2–5 carecen de fundamento, no son realistas.

La figura 2b muestra los vectores de las compresiones principales mínimas (máximas en valor absoluto). Confirman que la carga, justo antes del fallo (es decir, en P_{max}), se transfiere principalmente a través de una banda de hormigón

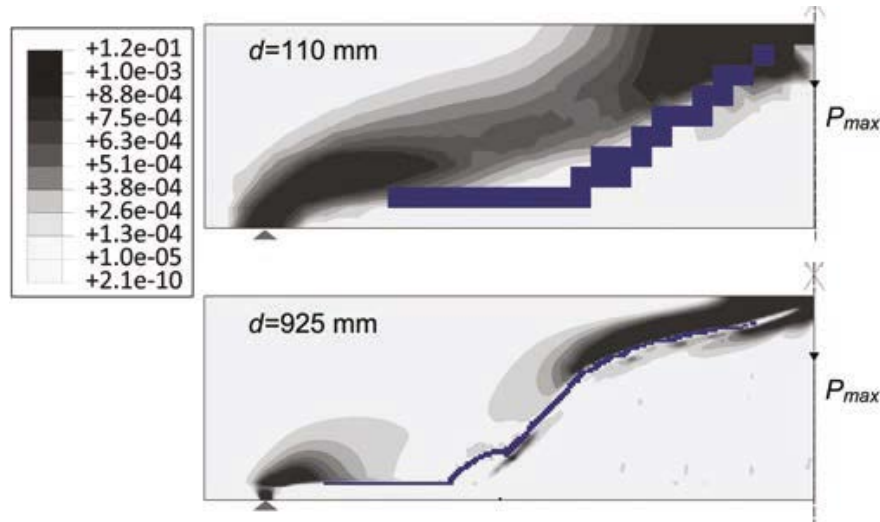


Figura 3. Zonas de liberación de energía en coordenadas relativas, calculadas para las vigas de Toronto [23].

situada en el lado superior de la fisura. Dentro del marco del modelo de bielas y tirantes, esta banda actúa como la "biela de compresión". El hecho de que estos vectores generalmente no atraviesen la fisura indica que la fuerza transmitida a través de la fisura en P_{max} es prácticamente despreciable. Esto, una vez más, contradice las [Hipótesis 2-5](#).

4.3. Escenario de liberación y disipación de energía

Lo más relevante para el estudio de la fractura es el balance energético, mostrado en la [figura 3](#). La fractura disipa energía, y esa energía debe provenir de algún sitio. En control de desplazamiento, debe provenir únicamente de la liberación de energía potencial mecánica (es decir, energía de deformación) de la estructura. Tal y como propuso Griffith en 1921 [11], esta liberación es un principio central de la mecánica de fractura de todos los tipos, incluyendo la fractura cuasifrágil. Así que calculamos, para todos los puntos de integración de todos los elementos, la densidad de energía de deformación liberada al descargar:

$$\Pi = \frac{1}{2} \sigma^T C \sigma$$

que es una cantidad relevante que no puede medirse directamente; C es la matriz 6x6 de flexibilidad elástica en la descarga (es decir, la inversa de la matriz de módulos elásticos), y σ es la matriz columna 6x1 de tensiones, afectadas por la fisuración distribuida (para simplificar, la rigidez de descarga se considera la misma que la rigidez elástica inicial). Luego, considerando todos los puntos de integración, calculamos el cambio de densidad de energía en cada punto de integración entre estos dos estados; en este caso

$$\Delta \Pi = \Pi_{99} - \Pi_0$$

que es el cambio desde el valor Π_{99} para el estado previo al pico de carga, $P=0.99P_{max}$, hasta el valor Π_0 para el estado posterior al pico en el que la carga se ha reducido a 0 (podrían considerarse otros estados con carga residual; pero incluso para estados de carga cercanos entre sí habría una alta dispersión numérica).

La diferencia $\Delta \Pi$ representa los valores de densidad de energía liberada en cada punto de integración de los elementos finitos. A partir de todos estos valores, se pueden calcular las curvas de contorno de las zonas de liberación de densidad de energía. Estas zonas se representan en coordenadas relativas en la [figura 3](#), donde la zona de máxima densidad se muestra muy oscura. Cabe destacar que, en coordenadas reales, la banda oscura para la viga más grande sería mucho más ancha que para la más pequeña.

La banda oscura de la liberación de energía puede imaginarse que representa la "biela de compresión" del modelo de bielas y tirantes. La biela está situada completamente por encima de la fisura principal. En la parte superior de la biela, la liberación de energía proviene del hormigón dañado, y en el resto de la biela, de la descarga del hormigón sin dañar. La fisura diagonal de cortante principal no contribuye a los cambios de energía dominantes, en particular en vigas grandes. Entonces, ¿cómo puede jugar un papel significativo en el control de la carga de fallo? Nuevamente, esto contradice las [Hipótesis \(3\) y \(5\)](#).

La esencia de la SEL radica en que la energía total liberada de la estructura se compone de dos partes: $\bar{\Pi} = \bar{\Pi}_1 + \bar{\Pi}_2$. Aquí, $\bar{\Pi}_2$ representa la energía de deformación total liberada al descargar la parte intacta de la estructura, cuyo volumen se incrementa de manera *cuadrática* con el tamaño de la estructura (representado por d), mientras que $\bar{\Pi}_1$ corresponde a la energía de deformación total liberada por la descarga de la parte dañada, la cual está atravesada por la FPZ y cuyo volumen se incrementa *linealmente* con el tamaño de la estructura. Por otro lado, W , la energía que se disipa y que ha de ser equivalente a $\bar{\Pi}$, siempre aumenta de manera lineal con el tamaño de la estructura. Esta diferencia entre los incrementos cuadrático y lineal señala claramente que, para tamaños suficientemente pequeños, la componente cuadrática, $\bar{\Pi}_2$, resulta ser *despreciable* en comparación con la componente lineal, $\bar{\Pi}_1$, pero para tamaños suficientemente grandes, la componente cuadrática se convierte en la predominante.

En nuestro caso particular, un análisis más detallado de los resultados de Elementos Finitos (EF) podría revelar que la disipación total de energía debida al daño por fractura crece de forma aproximadamente *lineal* con la longitud de la fisura

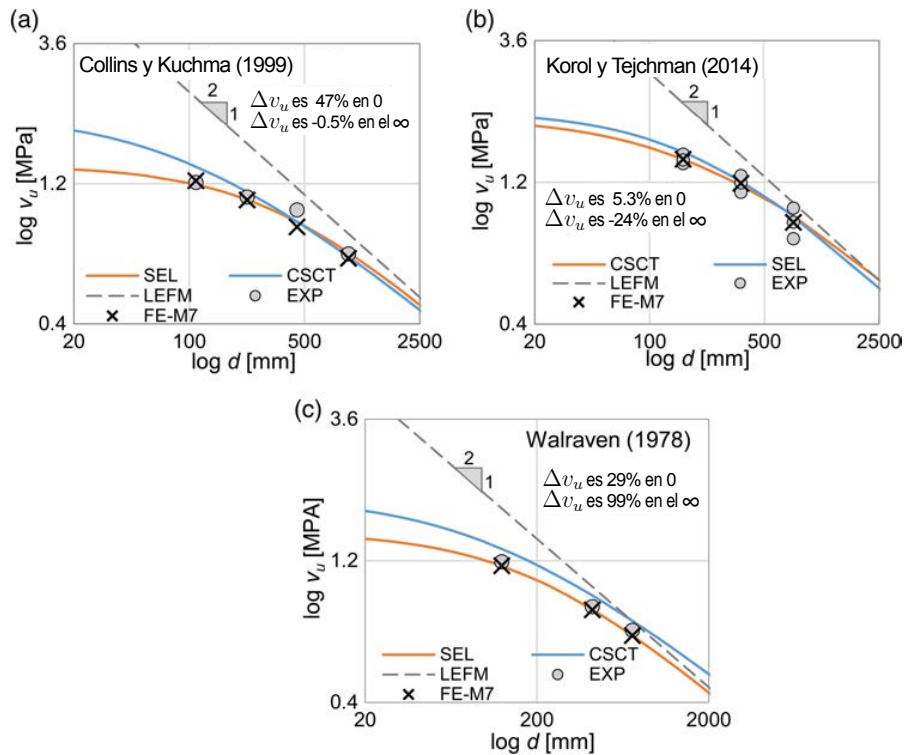


Figura 4. Comparación de datos de ensayos: (a) de la Ref. [23], (b) de la Ref. [31], y (c) de la Ref. [43] con resultados de elementos finitos (EF) y las curvas de efecto de escala de la SEL (Ecuación 8) y la teoría de la fisura crítica de cortante (CSCT) (Ecuación 1) (Δv_u son los errores porcentuales de la CSCT en comparación con los ajustes de la SEL).

de cortante, que es proporcional al tamaño d de la viga. En contraste, la energía liberada de la parte intacta de la biela de compresión, ubicada al lado de la fisura principal, se incrementa aproximadamente de manera *cuadrática* con d , ya que tanto la longitud como el ancho de esta biela, mostrados en la figura 3, aumentan casi proporcionalmente a d . Por ende, esta incongruencia entre los aumentos lineal y cuadrático constituye la causa subyacente de la transición observada en la curva de efecto de escala para el fallo por cortante en vigas.

La mencionada formulación energética de la SEL es, en realidad, mucho más simple que la del CSCT (véase el Apéndice 3, así como el estudio original de 1984 [8] donde se formuló la SEL por primera vez). La conservación de energía y el análisis dimensional son la base de una deducción fundamental, aunque sencilla, de la SEL tal como se presenta en las Ecuaciones 5–7 de la Ref. [32] y que se resume en el Apéndice 3.

4.4. Compatibilidad con el modelo de bielas y tirantes actualizado

El modelo de bielas y tirantes, originalmente conocido como la analogía de la celosía de Mörsch, de 1903, es ampliamente reconocido por proporcionar estimaciones fiables de las cargas límite en estructuras de hormigón. Sin embargo, en su forma clásica, este modelo no tiene en cuenta el efecto de escala. En la Ref. [36], se demuestra cómo actualizar el modelo de bielas y tirantes calculando el equilibrio entre la energía disipada por aplastamiento compresión-cortante en la parte superior de la biela de compresión y la energía liberada de las secciones intactas y dañadas de dicha biela.

Recientemente se ha reconocido la necesidad de actualizar el modelo de bielas y tirantes para incluir el efecto de escala en las bielas de compresión. Este avance ya se ha implementado en la versión 2019 de la normativa ACI 318. A la luz de los hallazgos recientes sobre cómo se liberan y disipan la energía en la parte superior de las bielas, esta actualización resulta ser intuitiva y lógica, consistiendo simplemente en la incorporación del efecto de escala en el diseño de las bielas de compresión.

El concepto de una “biela de compresión” actualizada que refleja el efecto de escala está en armonía con la SEL y concuerda con el presente análisis (figura 4) y con las conclusiones de las Refs. [33] y [36]. ¿No invalida este consenso las hipótesis de la CSCT? Indiscutiblemente sí. Se debe concluir que el enfoque de la CSCT es incompatible con el modelo de bielas y tirantes modernizado, mientras que la SEL sí que es compatible.

5. ASPECTOS INFUNDADOS Y CIENTÍFICAMENTE DUDOSOS DE LAS HIPÓTESIS

Sobre la Hipótesis 1.

Según las simulaciones por elementos finitos (EF), la apertura de la fisura w es muy variable a lo largo de su longitud. ¿Qué apertura w , en qué ubicación y en qué tamaño de viga, produciría la tracción cohesiva que importa para el cortante último v_u ? No hay respuesta.

Sobre la Hipótesis 2.

El concepto básico del modelo cohesivo, que contempla la cohesión derivada del engranaje de los áridos, establece que la tensión cohesiva σ_c disminuye a medida que se incrementa la apertura de la fisura w . Esta característica se ha investigado exhaustivamente en el hormigón desde 1980 [37]. Ya en 1990 quedó claro que la Ecuación 1, con la variable w incluida de forma lineal en el denominador, no refleja adecuadamente las observaciones experimentales acerca del ablandamiento post-pico en fisuras de hormigón, ni los resultados de simulaciones por elementos finitos (EF). Actualmente se reconoce de forma generalizada que el perfil de ablandamiento cohesivo es aproximadamente bilineal, con una caída inicial pronunciada seguida de una cola muy larga (por ejemplo, Refs. [38, 39]).

Si el denominador de la Ecuación 1 fuera cualquier cosa menos lineal en w , la sustitución de la Ecuación 2 en la Ecuación 1 no daría para la CSCT una ecuación cuadrática para w (Ecuación 5 en la Ref. [18]), y entonces el comportamiento asintótico para tamaños grandes no tendría una pendiente de $-1/2$ en escala logarítmica. Por lo tanto, la motivación de la Ecuación 1 parece ser manipular la derivación para obtener un comportamiento asintótico de pendiente $-1/2$, lo cual es ahora un hecho ampliamente aceptado.

Sobre la Hipótesis 3.

¿Por qué debería determinarse la apertura de la fisura, y por ende la carga última y el efecto de escala, por el producto de la profundidad de la viga d por la deformación ϵ en alguna ubicación específica? Eso es una ficción y es imposible según la mecánica de fractura.

¿Se puede identificar en los actuales resultados de EF alguna deformación característica que controle la carga última? Definitivamente no. Lo que importa para la fractura es la liberación de energía de deformación almacenada en la estructura y, en el caso de fractura cohesiva (o cuasifrágil), también la resistencia a la tracción del material. Ciertamente no una deformación particular.

Sobre la Hipótesis 4.

Esto es un misterio. ¿Por qué debería tomarse la deformación de referencia, ϵ , a una distancia $d/2$ de la carga puntual y por qué a una profundidad $0.6d$ desde la cara superior? Estos valores son empíricos y resultan de un esfuerzo por ajustar parte de la evidencia experimental. Además, estos valores seguramente tendrían que cambiar en el caso de vigas continuas y secciones transversales en forma de T, I o cajón, para las cuales las relaciones momento-curvatura son diferentes.

Sobre la Hipótesis 5.

¿Por qué se debería calcular la deformación de referencia, ϵ , según la elasticidad lineal si, en carga última, el comportamiento del hormigón es altamente no lineal debido al daño por fisuración? Esto es pura ficción.

Y, en primer lugar, ¿por qué se debería elegir la deformación como un indicador del efecto de escala? Como es bien sabido, en estructuras geoméricamente similares elásticas o

elasto-plásticas, la deformación en puntos homólogos es la misma para todos los tamaños de estructuras. Superar este hecho incómodo es lo que conduce a la mística Hipótesis 3 (Ecuación 2).

¿Y por qué el análisis de deformaciones debería utilizar la teoría clásica de flexión de vigas basada en la hipótesis de Bernoulli-Navier, que solo tiene validez en la flexión de vigas suficientemente esbeltas? De nuevo, es ficción.

El análisis por elementos finitos muestra que las secciones transversales inicialmente planas están muy deformadas en carga última. Las fórmulas para calcular ϵ basadas en el comportamiento inelástico serían, por supuesto, terriblemente complicadas. Pero, ¿por qué molestarse en calcular esta deformación en absoluto? No es la causa del fallo. La verdadera causa de los fallos cuasifrágiles y del efecto de escala es la liberación total de la energía de la estructura.

Sobre la Hipótesis 6.

El espíritu general del cálculo del efecto de escala en la CSCT (así como en la MCFT) es evitar la mecánica de fractura y reemplazarla por algún tipo de análisis sencillo de vigas elástico lineal. Pero este análisis es solo un artificio, destinado únicamente a proporcionar una apariencia de lógica.

6.

¿PUEDE EXTENDERSE LA CSCT A DISEÑOS FUERA DEL RANGO DE LOS ENSAYOS EXISTENTES?

La mayoría de los ensayos existentes sobre el efecto de escala en la resistencia a cortante de vigas involucró una gama relativamente limitada de geometrías, en términos de la relación de luz a cortante y tipos de refuerzo, y no incluyó vigas continuas. Es cuestionable si la CSCT, comenzando con la deformación elástica a una profundidad de $0.6d$ y a una distancia $d/2$ de la carga concentrada, podría aplicarse a tales situaciones. También es cuestionable, como se señaló anteriormente, aplicar la CSCT a otras geometrías de sección transversal.

Por otro lado, el factor de efecto de escala λ basado en la SEL, Ecuación 8, es, en principio, aplicable a todos los fallos cuasifrágiles (geoméricamente similares para diferentes tamaños), en los cuales se desarrolla una fisura estable larga antes de alcanzar la carga máxima y sin una meseta plástica postpico ilimitada (véase también el Apéndice 3). Generalmente, basta con multiplicar por λ la fórmula de análisis límite para la contribución a la resistencia del hormigón que funciona para tamaños de vigas pequeños. El único parámetro que necesita ser estimado es el tamaño de transición d_0 , aunque se puede asumir que varía muy poco dentro del rango normal de geometrías.

7.

¿NO DEBERÍA EL CÓDIGO DE DISEÑO ATENDER A LOS IDEALES DE SIMPLICIDAD Y GENERALIDAD?

El principal problema con la Ecuación 6 de la CSCT no es que sea insegura en gran medida. No lo es. El problema es que su deducción ficticia oscurece la mecánica del fallo y es mucho más complicada de lo necesario para obtener una predicción realista del efecto de escala. Solo basta con comparar la

deducción discutida anteriormente con la deducción general de la SEL en las Ecuaciones 4–7 en la Ref. [32], basada únicamente en la conservación de la energía y el análisis dimensional (como se resume en el Apéndice 3), o con la deducción original de 1984 en la Ref. [8], basada en la aproximación de la liberación de energía en presencia de un limitador de localización, el tamaño característico de la FPZ.

Estas, así como varias otras deducciones de la SEL, son mucho más simples y se basan en solo tres hipótesis: la relevancia de la liberación de energía, la similitud geométrica de la fisura dominante en estructuras de diferentes tamaños y la aproximada independencia del tamaño de la FPZ (que representa una longitud característica, como una propiedad del material). Estas hipótesis son obvias, generalmente aceptadas y aplicables a muchos tipos de estructuras y materiales. Son los materiales cuasifrágiles que, además del hormigón y el mortero, también incluyen los compuestos polímeros reforzados con fibras, las cerámicas resistentes, el hielo marino, muchas rocas, suelos compactados, mampostería, madera, etc. Todos exhiben el mismo tipo de efecto de escala en la resistencia estructural nominal.

¿Entonces por qué el efecto de escala en el hormigón debería ser diferente? El fallo por cortante en el hormigón no es tan excepcional como sugiere la deducción de la CSCT. Más bien es solo una manifestación del típico efecto de escala exhibido por muchos materiales y estructuras. Entonces, ¿por qué el cortante en vigas de hormigón necesitaría una deducción especial, no aplicable a todas las demás situaciones similares? ¿No resulta extraño que la supuesta deducción que subyace al efecto de escala de la CSCT (o la MCFT y el Código Modelo de 2010) no pueda ser trasplantada a otros materiales cuasifrágiles? ¿Por qué el hormigón, y el cortante de vigas, debería ser tan *único*?

Además, una formulación basada en el concepto de liberación de energía de la mecánica de fractura (basada en el trabajo de Ballarini en Northwestern en los años 80) ya ha sido utilizada durante mucho tiempo en la mayoría de los códigos de diseño, para predecir el fallo por cortante en el arrancamiento de anclajes en muros de hormigón, incluyendo el efecto de escala. ¿Cómo es que, para un tipo de fallo por cortante de hormigón, la base de mecánica de fractura del efecto de escala es aceptada en el Código Modelo, mientras que para otro tipo de fallo por cortante no lo es?

8. COMENTARIOS SOBRE EL PROBLEMA ANÁLOGO DEL EFECTO DE ESCALA EN LA RESISTENCIA AL PUNZONAMIENTO POR CORTANTE DE LOSAS

Como se demostró en las Refs. [28, 40], la resistencia de losas a punzonamiento también sigue la SEL derivada de la liberación de energía (y el factor de efecto de escala SEL también se adoptó para la versión de 2019 de la norma ACI 318). No obstante, un cálculo alternativo del efecto de escala basado en la CSCT, que se apoya en la mecánica elemental de flexión, fue incorporado en el Código Modelo de 2010. Muttoni *et al.* [41] adaptaron su CSCT al punzonamiento con la modificación de que se utiliza una cierta rotación de la losa como referencia en lugar de una deformación. Así, para

el punzonamiento, obtienen un efecto de escala que termina con una pendiente asintótica de -0.4 (en lugar de -0.5), lo cual no es correcto pero al menos no viola la segunda ley de la termodinámica. Las hipótesis en la deducción son de nuevo infundadas y ficticias.

9. CONCLUSIONES

1. El efecto de escala a cortante de la CSCT muestra los comportamientos asintóticos correctos para tamaños pequeños y grandes y parece ajustarse a los datos de los ensayos del efecto de escala casi tan bien como la SEL energética. Comparada con la SEL, la CSCT muestra diferencias de resistencia de hasta un 14%, que no son grandes, aunque no son insignificantes para el diseño. A la CSCT le faltaría un ajuste del efecto de escala no lineal de una base de datos extensa, como la de ACI-445 en la Ref. [35]. Las comparaciones previas de la SEL con muchos ensayos de diversas geometrías incluidas en esa base de datos no se han realizado con la CSCT.
2. El efecto de escala de la CSCT se basa en una deducción simplista diseñada para dar una apariencia de lógica en su fundamentación mecánica. El método de cálculo de la CSCT (así como la MCFT) es engañoso. Es como una "receta de cocina" sin lógica alguna y oscurece la mecánica del fallo por cortante. Tendría que enseñarse a los estudiantes como un dogma de fe.
3. Se demuestra que la CSCT se basa en seis hipótesis implícitas. Ninguna de ellas tiene justificación física. Implican la aplicación de la teoría clásica unidimensional de flexión elástica de vigas a lo que es un problema multidimensional no lineal de mecánica de fractura. Lo mismo puede decirse sobre las hipótesis implícitas de la MCFT y del Código Modelo de 2010.
4. Las simulaciones por elementos finitos con el modelo constitutivo M7, calibrado y verificado aquí con los clásicos ensayos de Toronto, amplían los datos medidos mostrando que, dentro del ligamento entre la punta de la fisura principal y la parte superior de la viga, el perfil de tensiones es casi uniforme para vigas pequeñas y bastante localizado para vigas grandes. Esto significa que, en carga máxima, la resistencia del hormigón se moviliza a lo largo de casi toda la longitud del ligamento para vigas pequeñas, mientras que lo hace solo en una corta porción de la longitud para vigas grandes.
5. Según los resultados de elementos finitos, la disipación de energía durante la fractura proviene principalmente de una banda altamente tensionada al lado de la fisura principal de cortante y de una pequeña zona de daño por encima de la punta de esa fisura. La fisura principal de cortante disipa muy poca energía durante el fallo y, por lo tanto, el valor de su apertura no puede ser lo que controla el fallo, en contra de lo que dice la CSCT. Esta observación es suficiente por sí misma para invalidar la CSCT (así como la MCFT).
6. Debido a la falta de base mecánica, la CSCT no puede considerarse fiable para diseños fuera del rango de tamaños de la mayoría de los ensayos de efecto de escala dis-

ponibles, que incluyen diferentes tipos de refuerzo y luces de cortante, diferentes secciones transversales, diferentes distribuciones de esfuerzo cortante y momento flector como en vigas continuas, etc.

7. Tanto la CSCT como la MCFT son incompatibles con el modelo de bielas y tirantes, mientras que la SEL sí que es compatible con dicho modelo siempre que el efecto de escala se incorpore en la biela de compresión (lo cual ya está adoptado por la Norma ACI 318-2019).
8. El efecto de escala de la MCFT, incorporado en el Código Modelo de 2010, muestra grandes desviaciones con respecto a la SEL. Tiene un comportamiento asintótico incorrecto para tamaños grandes que es termodinámicamente inadmisibles y, en consecuencia, predice incorrectamente el efecto de escala en vigas grandes.

Agradecimientos

Se agradece la financiación parcial dada por el proyecto NSF n°. CMMI-1439960 de la Universidad de Northwestern. El primer autor agradece al Consejo de Investigación Científica y Tecnológica de Turquía el apoyo financiero a su investigación postdoctoral en la Universidad de Northwestern.

Nomenclatura

a	luz de cortante
a_c	longitud de la fisura o de la banda de fisuración en carga máxima
b	ancho característico de la sección transversal de la viga
b_w	ancho de la viga
c	espesor de la zona de compresión de la viga
C	matriz 6×6 de flexibilidades elásticas en la descarga (es decir, inversa de la matriz de módulos elásticos)
C_1	variable definida en la Ecuación 6
$c_{1...c_4}$	variables iguales a 520, 1500, $c_5\sqrt{f_c}$, 1000 y d_{dg} respectivamente
c_5	variable definida en la Ecuación A3
d	profundidad de la sección transversal desde la cara comprimida hasta el centro de gravedad del refuerzo
d_g	tamaño máximo del árido
d_{dg}	rugosidad superficial equivalente, igual a $\min(d_g+16, 40 \text{ mm})$
d_0	tamaño de transición que equivale a la longitud característica del material multiplicada por el parámetro de forma de la estructura
d_0^M	equivalencia al tamaño de transición en la ecuación de CSCT
E	módulo de elasticidad
E_c, E_s	módulos de elasticidad del hormigón y del refuerzo de acero
F	variable definida en las Ecuaciones (A4) y (A5)
f_1, f_2	derivadas con respecto a β_1 y β_2 utilizadas en la Ecuación C3
f_c	resistencia a compresión media del hormigón
G_f	valor crítico de la tasa de liberación de energía
k	variable definida como $k=d_0^M/d_0$
k_v	esfuerzo cortante último normalizado por $\sqrt{f_c}$
M	momento flector

P_{max}	carga máxima
q	variable definida como $q=d/d_0$
V_c	esfuerzo cortante total
V_{crack}	fuerzas verticales transferidas por la fisura
v_0	resistencia a cortante promedio del hormigón para un tamaño d que tiende a cero
V_R	esfuerzo cortante resistente proporcionado por el hormigón
v_u	resistencia a cortante promedio
v_u^M	resistencia a cortante promedio del hormigón en MC2010
w	apertura de fisura
W	energía disipada (que debe ser igual a $\bar{\Pi}=\bar{\Pi}_1+\bar{\Pi}_2$)
w_c	constante del material igual al ancho de la banda de fisuración barrida por la FPZ
z	profundidad efectiva de cortante de la viga según MC2010
$\alpha_{1... \alpha_5}$	coeficientes que valen $\alpha_1=1/3$, $\alpha_2 \alpha_3=120$, $\alpha_4=0.6$, $\alpha_5=0.5$
β_1, β_2	variables definidas como $\beta_1=a/d$ y $\beta_2=w_c a/d^2$, ver Ecuación C1
$\Delta\Pi$	variación de la densidad de energía elástica
ϵ	deformación longitudinal de referencia ubicada debajo de 0.6d de la cara de compresión y a una distancia $d/2$ de la carga aplicada
γ	variable definida en la Ecuación 5
λ	factor de efecto de escala de la SEL
Π	densidad de energía de deformación liberada en la descarga
Π_{99}	densidad de energía de deformación para el estado pre-carga máxima a $P=0.99P_{max}$
Π_0	densidad de energía de deformación para el estado post-carga máxima a carga cero
$\bar{\Pi}_1$	energía de deformación liberada por la descarga de la parte dañada de la estructura
$\bar{\Pi}_2$	energía de deformación liberada por la descarga de la parte no dañada de la estructura
ρ	cuantía de refuerzo longitudinal
σ	matriz columna 6×1 de componentes de la tensión
σ_c	tracción cohesiva de cosido de la fisura
σ_x	tensión normal longitudinal a lo largo de la altura del ligamento
ACI	American Concrete Institute – Instituto Norteamericano del Hormigón
CEB	Comité Européen du Béton – Comité Europeo del Hormigón
CSA	Canadian Standards Association – Asociación Canadiense de Normalización
CSCT	Critical Shear Crack Theory – Teoría de la Fisura Crítica de Cortante
EF	Elementos Finitos
fib	Fédération Internationale du Béton – Federación Internacional del Hormigón
FPZ	Fracture Process Zone – Zona de Proceso de Fractura
HA	Hormigón Armado
JSCE	Japan Society of Civil Engineers – Sociedad Japonesa de Ingenieros Civiles
MCFT	Modified Compression Field Theory – Teoría Modificada del Campo de Compresiones
SEL	Size Effect Law – Ley del Efecto de Escala

Referencias

- [1] Leonhardt F, Walter R. Beiträge zur Behandlung der Schubprobleme in Stahlbetonbau. *Beton und Stahlbetonbau*. 1962;57(3):54–64.
- [2] Leonhardt, F., Walter, R., & Dilger, W. (1964). Shear Tests on Continuous Beams. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton*. No. 163, 138.
- [3] Bhal, N. S. (1968). Über den Einfluss der Balkenhohe auf Schubtragfähigkeit von einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung. (Dissertation, Univ.). Stuttgart, Stuttgart, Germany.
- [4] Kani GNJ. Basic facts concerning shear failure. *ACI J*. 1966;63(6):675–692.
- [5] Kani GNJ. How safe are our large reinforced concrete beams. *ACI J*. 1967; 64(3):128–141.
- [6] Iguro, M., Shioiya, T., Nojiri, Y., & Akuyama, H. (1985). Experimental studies on shear strength of large reinforced concrete beams under uniformly distributed load. *Concrete Library International*, (Japan Soc. of Civil Engrs.). No. 5, p. 137–154 (transl. from JSCE 1984).
- [7] Weibull W. A statistical theory of the strength of materials. *Proc R Swedish Acad Eng Sci*. 1939;151:1–45.
- [8] Bažant ZP. Size effect in blunt fracture: Concrete, rock, metal. *ASCE J Eng Mech*. 1984;110(4):518–535.
- [9] Bažant ZP, Kim J-K. Size effect in shear failure of longitudinally reinforced beams. *ACI J*. 1984;81(5):456–468.
- [10] Bažant ZP, Cao Z. Size effect in shear failure of prestressed concrete beams. *ACI J*. 1986;83(2):260–268.
- [11] Bažant ZP, Planas J. *Fracture and size effect in concrete and other quasi-brittle materials*. Boca Raton and London: CRC Press, 1998.
- [12] Bažant, Z. P. (2002). *Scaling of Structural Strength*. Hermes Penton Science (Kogan Page Science), London; 2nd updated ed., Elsevier, London 2005 (Errata: www.civil.northwestern.edu/people/bazant.html) (French translation (with updates), *Introduction aux effets d'échelle sur la résistance des structures*, Hermes Science Publ., Paris 2004).
- [13] Subcommittee on English Version of Standard Specifications for Concrete Structures (2007). *JSCE guidelines for concrete no. 15: Design*. Japan Society of Civil Engineering.
- [14] Fédération Internationale du Béton (fib): CEB fib Model Code 1990: Design Code, Comité Euro-International du Béton; nos.213/214.
- [15] Fédération Internationale du Béton (fib): Model Code 2010, final draft, vol. 1, Bulletin 65, and vol. 2, Bulletin 66, Lausanne, Switzerland, 2012.
- [16] Bentz EC, Vecchio FJ, Collins MP. Simplified modified compression field theory for calculating shear strength of reinforced concrete elements. *ACI Mater J*. 2006;103(4):614.
- [17] Sigrist V, Bentz E, Fernández Ruiz M, Foster S, Muttoni A. Background to the fib model code 2010 shear provisions. Part I: Beams and slabs. *Struct Concr*. 2013;14(3):195–203.
- [18] Muttoni A, Fernández Ruiz M. Shear strength of members without transverse reinforcement as function of critical shear crack width. *ACI Struct J*. 2008;105(2):163–172.
- [19] Fernández Ruiz M, Muttoni A. Size effect in shear and punching shear failures of concrete members without transverse reinforcement: Differences between statically determinate members and redundant structures. *Struct Concr*. 2018;19(1):65–75.
- [20] Fernández Ruiz M, Muttoni A, Sagaseta J. Shear strength of concrete members without transverse reinforcement: A mechanical approach to consistently account for size and strain effects. *Eng Struct*. 2015;99:360–372.
- [21] Muttoni, A., & Schwartz, J. (1991). Behavior of beams and punching in slabs without shear reinforcement. In: *IABSE colloquium (Volume 62, No. CONF)*. IABSE Colloquium.
- [22] Swiss Society of Engineers and Architects, SIA Code 262 for Concrete Structures, Zürich, Switzerland, 2003, 94 pp.
- [23] Collins MP, Kuchma D. How safe are our large, lightly reinforced concrete beams, slabs, and footings? *ACI Struct J*. 1999;96(4):482–490.
- [24] Caner FC, Bažant ZP. Microplane model M7 for plain concrete: I. Formulation. *ASCE J Eng Mech*. 2013;139(12):1714–1723.
- [25] Caner FC, Bažant ZP. Microplane model M7 for plain concrete: II. Calibration and verification. *ASCE J Eng Mech*. 2013;139(12):1724–1735.
- [26] Bažant ZP, Oh BH. Crack band theory for fracture of concrete. *Mater Struct (RILEM, Paris)*. 1983;16(3):155–177.
- [27] Červenka J, Bažant ZP, Wierer M. Equivalent localization element for crack band approach to mesh-sensitivity in microplane model. *Int J Numer Methods Eng*. 2005;62(5):700–726.
- [28] Dönmez A, Bažant ZP. Size effect on punching strength of reinforced concrete slabs with and without shear reinforcement. *ACI Struct J*. 2017;114(4):875–886.
- [29] Vorel J, Bažant ZP. Size effect in flexure of prestressed concrete beams failing by compression softening. *ASCE J Struct Eng*. 2014;140(10):04014068.
- [30] Rasoolinejad M, Bažant ZP. Size effect on strength of squat shear walls extrapolated by microplane model M7 from lab tests. *ACI Struct J*. 2018; in press (also SEGIM Report 18-10/788c, Northwestern University, Evanston).
- [31] Syroka-Korol E, Tejchman J. Experimental investigations of size effect in reinforced concrete beams failing by shear. *Eng Struct*. 2014;58:63–78.
- [32] Yu Q, Le J-L, Hubler HH, Wendner R, Cusatis G, Bažant ZP. Comparison of main models for size effect on shear strength of reinforced and prestressed concrete beams. *Struct Concr (fib)*. 2016;17(5):778–789.
- [33] Bažant ZP, Yu Q. Designing against size effect on shear strength of reinforced concrete beams without stirrups: II. Verification and calibration. *ASCE J Struct Eng*. 2005;131(12):1885–1897.
- [34] Bažant ZP, Yu Q. Designing against size effect on shear strength of reinforced concrete beams without stirrups: I. Formulation. *ASCE J Struct Eng*. 2005;131(12):1877–1885.
- [35] Bažant ZP, Yu Q, Gerstle W, Hanson J, Ju JW. Justification of ACI 446 proposal for updating ACI code provisions for shear design of reinforced concrete beams. *ACI Struct J*. 2007;104(5):601–610.
- [36] Bažant ZP. Fracturing truss model: Size effect in shear failure of reinforced concrete. *ASCE J Eng Mech*. 1997;123(12):1276–1288.
- [37] Walraven, J. C., & Reinhardt, H. W. (1981). *Concrete mechanics. Part A: Theory and experiments on the mechanical behavior of cracks in plain and reinforced concrete subjected to shear loading*. NASA STI/Recon Technical Report N, 82.
- [38] Hoover CG, Bažant ZP. Cohesive crack, size effect, crack band and work-of-fracture models compared to comprehensive concrete fracture tests. *Int J Fracture*. 2014;187(1):133–143.
- [39] Hoover CG, Bažant ZP, Vorel J, Wendner R, Hubler MH. Comprehensive concrete fracture tests: Description and results. *Eng Fract Mech*. 2013;114: 92–103. 40. Bažant ZP, Cao Z. Size effect in punching shear failure of slabs. *ACI Struct J*. 1987;84(1):44–53.
- [40] Muttoni A, Fernández Ruiz M, Bentz E, Foster S, Sigrist V. Background to fib Model Code 2010 shear provisions part II: Punching shear. *Struct Concr*. 2013;14(3):204–214.
- [41] Bentz EC, Collins MP. Development of the 2004 Canadian Standards Association (CSA) A23. 3 shear provisions for reinforced concrete. *Can J Civ Eng*. 2006;33(5):521–534.
- [42] Walraven, J. C. (1978). Influence of member depth on the shear strength of lightweight concrete beams without shear reinforcement. *Stevin Report 5-78-4*, Delft University of Technology.

APÉNDICE 1.

Deficiencias y problemas de la MCFT y del Código Modelo de 2010

Aunque la MCFT, presente en el actual Código Modelo de 2010, no es el objeto de este estudio, hay algunos puntos que merece la pena destacar, con fines comparativos. La MCFT tiene deficiencias más graves que la CSCT. La aproximación de Nivel I del Código Modelo de 2010 consiste en la Ecuación 1 en la que el valor de w/d (y por lo tanto también ϵ) no es variable sino fijo. Esto da $w\alpha_2/d_{dg}=1.25z$. En consecuencia, el comportamiento asintótico para tamaños grandes es:

$$\text{para } d/d_0 \rightarrow \infty: v_u \rightarrow \frac{\text{constante}}{d} \quad (\text{A1})$$

Tal comportamiento asintótico no está respaldado experimentalmente. De hecho, es termodinámicamente imposible. La extrapolación a tamaños grandes exageraría severamente el efecto de escala. Al mismo tiempo, dado que la transición del comportamiento asintótico de tamaño pequeño (horizontal) al de tamaño grande (inclinado) es más abrupta y estrecha que para la ley de efecto de escala energético (SEL), la Ecuación A1 subestima el efecto de escala en el rango de tamaños medios si el efecto de escala se ajusta a los mismos datos de tamaño pequeño.

Es importante señalar que una ecuación como la A1 fue propuesta en la Ref. [42] y se incorporó en las especificaciones de diseño a cortante de la CSA A23.3 canadiense de 2004. Se le puede hacer una crítica similar a la ya realizada.

La aproximación de Nivel II del Código Modelo de 2010 (o MCFT, Ecuación 4a en la Ref. [17]) se escribe como

$$\frac{v_u}{\sqrt{f_c}} = k_v, \quad k_v = \frac{0.4}{1+1500\epsilon} \frac{1300}{1000 + d_{dg}z} \quad (\text{A2})$$

la cual puede ser reescrita como

$$k_v = \frac{c_1}{(1+c_2 k_v)(c_3+c_4 z)} \quad \text{con } c_2=1500c_3\sqrt{f_c}, \quad c_3=\frac{a-d/2}{2d\rho E_s} \quad (\text{A3})$$

en la cual $c_1=520$, $c_3=1000$, $c_4=d_{dg}$ son constantes. Aunque esta ecuación lleva a una ecuación cuadrática para k_v (diferente de la Ecuación 1), la pendiente asintótica k_v para $z \rightarrow \infty$ puede ser calculada más directamente reemplazando k_v con una nueva variable F tal que

$$k_v = F / z \quad (\text{A4})$$

La Ecuación A3 entonces puede ser reorganizada como

$$F \left(1 + c_2 \frac{F}{z} \right) \left(\frac{c_3}{z} + c_4 \right) = c_1 \quad (\text{A5})$$

Ahora, asumiendo que F es una constante, el límite de esta ecuación para $z \rightarrow \infty$ es $F(1+0)(0+c_4)=c_1$, es decir, $c_4=c_1$ o $F=c_1/c_4$. Esto confirma nuestra hipótesis de que F es constante y que $k_v=(c_1/c_4)/z$, o:

$$\text{para } z \rightarrow \infty: \quad k_v \rightarrow \frac{\text{constante}}{z} \quad (\text{A6})$$

Tal comportamiento asintótico de la aproximación de Nivel II de la MCFT y del Código Modelo de 2010 es, por supuesto, también termodinámicamente imposible y, por lo tanto, insostenible (igual que para el Nivel I). También revela una falta de base científica.

La mayoría de las hipótesis de la CSCT también se aplican a la MCFT y, por tanto, las críticas anteriores no necesitan ser repetidas.

APÉNDICE 2.

Ejemplos que verifican la bondad de las simulaciones del modelo Microplane M7

La credibilidad del análisis por FE anterior con el modelo M7 depende de validaciones con ensayos. El Modelo M7 (cuyo código se puede descargar libremente de www.civil.northwestern.edu/people/bazant/), parece ser el único que puede reproducir todos los tipos de ensayos de caracterización del hormigón, como se muestra en la Ref. [25]. El M7, calibrado por una parte del conjunto de datos sobre diversos ensayos estructurales, fue capaz de predecir correctamente el resto del conjunto de datos (por ejemplo, Refs. [25, 28, 32, 33]). Aquí mostramos lo bien que el M7 predice la resistencia y el efecto de escala de tres series de ensayos —muy fiables— de vigas [23, 31, 43] (demostraciones similares también se hicieron en las Refs. [32, 33]).

La figura 4 muestra el ajuste de los ensayos [23] utilizados para la calibración del M7. En la figura 4a, se simulan vigas a flexión en cuatro puntos de 4 tamaños diferentes (con una similitud geométrica solo aproximada) mediante elementos finitos (EF) usando M7. El canto útil más pequeño es $d=110$ mm y el más grande es 925 mm. La cuantía a flexión varía ligeramente del 0.76% al 0.91%. La relación entre la luz de cortante y el canto útil, a/d , es 3. La malla para el hormigón utiliza elementos hexaédricos continuos 3D de 12.5 mm, que se usan para todos los tamaños con el fin de evitar lidiar con la sensibilidad espuria de la malla debido a la localización del daño por ablandamiento. El refuerzo se modela con elementos lineales de 2 nodos tipo viga adjuntos a los nodos de los elementos de hormigón. La malla más pequeña tiene 1457 nodos y 990 elementos, mientras que la más grande tiene 78895 nodos y 58347 elementos.

La figura 4b muestra los resultados de verificación y calibración para los ensayos de la Ref. [31]. Se simulan vigas de tres tamaños con una configuración de carga a flexión en cuatro puntos. Los cantos útiles de las vigas son 160 mm, 360 mm y 750 mm. La cuantía es del 1.0% y la relación de aspecto, a/d , es 3. El tamaño máximo del árido es de 10 mm. El tamaño del elemento es de 20 mm, para todos los tamaños. Se utilizan elementos continuos 3D con integración reducida en análisis explícito (dinámico).

La figura 4c demuestra los resultados para los ensayos de Walraven [43] para hormigón de densidad normal. Se simulan tres tamaños diferentes con cantos útiles de 125 mm, 420 mm y 720 mm a flexión en cuatro puntos usando elementos hexagonales 3D. La resistencia del hormigón es de 34.2 MPa y la cuantía de armado varía ligeramente del 0.75% al 0.83%. La figura 4 también muestra las diferencias en las prediccio-

nes de la resistencia a cortante última de la CSCT para los mismos ensayos. La variación de los parámetros secundarios distintos del tamaño podría resultar en discrepancias muy altas para las resistencias últimas entre el SEL y la CSCT. Por ejemplo, en la [figura 4c](#), la diferencia alcanza el 29% para tamaños pequeños y se duplica para $d \rightarrow \infty$.

APÉNDICE 3.

Deducción general de la SEL a partir de la conservación de la energía y el análisis dimensional

La liberación total de energía de deformación complementaria Π causada por la fractura es una función tanto de (a) la longitud a_c de la fisura (o banda de fisuración) en carga máxima, y de (b) el área de la zona dañada por la fisuración, que es $w_c a_c$, donde $w_c = n d_g$ = constante del material = ancho de la banda de fisuración barrida por el ancho de FPZ durante la propagación de la grieta principal, d_g = tamaño máximo del árido, y n = de 2 a 3. Los parámetros a_c y $w_c a_c$ no son adimensionales, pero pueden adimensionalizarse como $\beta_1 = a_c / d$ y $\beta_2 = w_c a_c / d^2$, donde d = canto útil de la viga. Según el teorema de Buckingham del análisis dimensional, la liberación total de energía de deformación debe tener la forma general:

$$\bar{\Pi} = \frac{1}{2E} \left(\frac{P}{bd} \right)^2 b d^2 f(\beta_1, \beta_2) \quad (C1)$$

donde b = ancho característico de la viga (por ejemplo, b_w). En el caso de vigas geoméricamente similares de diferentes tamaños, f es una función derivable independiente de d . Aho-

ra considere los dos primeros términos lineales de la serie de Taylor $f(\beta_1, \beta_2) \approx f(0,0) + f_1 \beta_1 + f_2 \beta_2$, donde $f_1 = \partial f / \partial \beta_1$, $f_2 = \partial f / \partial \beta_2$, y tenga en cuenta que

$$\frac{\partial f}{\partial a_c} = \frac{\partial f}{\partial \beta_1} \frac{\partial \beta_1}{\partial a_c} + \frac{\partial f}{\partial \beta_2} \frac{\partial \beta_2}{\partial a_c} \quad (C2)$$

donde $\partial \beta_1 / \partial a_c = 1/d$ y $\partial \beta_2 / \partial a_c = w_c / d^2$. La conservación de energía durante la propagación de la fisura requiere que $[\partial \bar{\Pi} / \partial a_c] P = G_f b$, donde G_f = valor crítico de la tasa de liberación de energía. Esto lleva a la ecuación

$$\left(\frac{f_1}{d} + \frac{f_2 w_c}{d^2} \right) \frac{P^2}{2bE} = G_f b \quad (C3)$$

Después de reorganizar y usando la notación $v_u = P/bd$ = resistencia a cortante promedio (o nominal) debida al hormigón, la Ecuación C3 conduce al efecto de escala determinista (o energético) de ACI-446 (ahora integrado en ACI 318-2019), con el factor de efecto de escala λ dado por la [Ecuación 8](#), en la que $d_0 = w_c f_2 / f_1$ = constante (independiente del tamaño d , tamaño de transición que caracteriza la geometría de la estructura). C.Q.D.

Las hipótesis que sustentan esta deducción son dos: (a) el tamaño, w_c (anchura o longitud), de la FPZ en la parte delantera de la grieta dominante es constante (una propiedad del material), y (b) los fallos son geoméricamente similares (esta similitud no se enumera aquí entre las hipótesis de CSCT pero se asume tácitamente). La conservación de la energía no es una hipótesis sino un hecho físico. Tampoco es una hipótesis la [Ecuación C1](#), que está dictada por el análisis dimensional. Nótese que la mecánica de fractura no se cita en esta deducción, aunque el balance de energía es la quintaesencia de la mecánica de fractura.